إدارة المناهج والكتب المدرسية

مشروع التعلّم المبني على المفاهيم والنتاجات الأساسية

الرياضيات

الصف التاسع

الناشر

وزارة التربية والتعليم

إدارة المناهج والكتب المدرسية

أشرف على تأليف هذه المادة التعليمية كل من:

د. نواف عقيل العجارمة/ الأمين العام للشؤون التعليمية
د. محمد سلمان كنانة/ مدير إدارة المناهج والكتب المدرسية
د. أسامة كامل جرادات/ مدير المناهج
د. زايد حسن العكور/ مدير الكتب
د.عاصم مصطفى النمرات/ عضو مناهج الرياضيات

لجنة تأليف المادة التعليمية:

مهند إبراهيم العسود — رائد فرحان الزبيدي
رنـــدا أحمد الجنيدي — مها يوسف الحلـوان

التحرير العلمي: د.عاصم مصطفى النمرات — التحرير اللغوي: ميسرة عيد الحليم صويص
التحرير الفنـي: نـداء فـــؤاد أبو شـنب — التصـــــميم: مـحـمـد راتب عبـــاس
الرســــــــم: ابـراهيم محمد شـــاكر — الإنتــــــاج: سليمان أحــمد الخلايلـة

دقق الطباعة و راجعها: د.عاصم مصطفى النمرات

الطبعة الأولى
١٤٤٢هـ/ ٢٠٢١م

قائمة المحتويات

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدّمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.
وبعد، فانطلاقًا من رؤية وزارة التربية والتعليم في تحقيق التعليم النوعي المتميز على نحوٍ يلائم حاجات الطلبة، وإعداد جيل من المتعلمين على قدر من الكفاية في المهارات الأساسية اللازمة للتكيّف مع متطلّبات الحياة وتحدّياتها، مزودين بمعارف ومهارات وقيم تساعد على بناء شخصيّاتهم بصورة متوازنة؛ بني هذا المحتوى التعليمي وفق المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات للصف التاسع الذي يُشكّل أساس الكفاية العلمية لدى الطلبة، ويركز على المفاهيم التي لا بدّ منها لتمكين الطلبة من الانتقال إلى المرحلة اللاحقة انتقالًا سلسًا من غير وجود
فجوة في التعلّم؛ لذا حرصنا على بناء المفهوم بصورة مختزلة ومكثفة ورشيقة بعيدًا عن التوسّع الأفقي والسرد وحشد المعارف؛ إذْ غُني بالتركيز على المهارات ، وإبراز دور الطالب في عملية التعلّم، بتفعيل استراتيجية التعلّم الذاتيّ، وإشراك الأهل في عملية تعلّم أبنائهم.

وقد اشتمل المحتوى التعليميّ على موضوعين، يتضمن كلّ منها المفاهيم الأساسية لتعلّم مهارات الرياضيات، بأسلوب شائق ومركز.
لذا؛ بني هذا المحتوى على تحقيق النتاجات العامة الآتية:

- يميز العدد النسبي والعدد غير النسبي، ويعرف مجموعة الأعداد الحقيقية.
- يكتب الأعداد الحقيقية و يحسبُ قيم مقادير عددية باستخدام الأسس و أولويات العمليات.
- يميز المقدار الجبري ويحدد عدد حدوده ويجد قيمتة عند قيم معطاة.
- يميز الاقتران الخطي والثابت من بين مجموعة من الاقترانات ويجد قاعدته.
- يحسب المتوسط الحسابي والمنوال لبيانات منظمة في جداول تكرارية ذي فئات.
- يميِّزُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بمتغيِّرَينِ عنْ غيرِها منَ المعادلاتِ.
- يتعرَّفُ بعضَ خصائصِ المثلَّثِ.

والله ولي التوفيق

العددُ الحقيقي

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ عليها

المحور الأعدادُ الحقيقيَّةُ

العددُ غير النسبي

اختلفَ صديقان بينَهما في تصنيفِ العددِ π، ادّعى محمَّدٌ أنَّهُ عددٌ نسبيٌّ؛ لأنَّهُ يُمكنُ كتابتُهُ على صورةِ كسرٍ حيثُ: $\pi = \frac{٢٢}{٧}$ بينَما ادّعى محمودٌ أنَّهُ ليسَ عددًا نسبيًّا؛ لأنَّهُ يُمكنُ إيجادُهُ منَ الآلةِ الحاسبةِ، وهوَ كسرٌ عشريٌّ غيرُ منتهٍ وغيرُ دوريٍّ.

حيثُ: π = ٣,١٤١٥٩٢٦٥٣٥٨٩٧٩٣٢٣٨٤٦٢٦٤٣٣٨٣٢٧٩٥....

أُحاولُ تفسيرَ كلامِهما وتحديدَ قيمةِ π ؛ هلْ هيَ عددٌ نسبيٌّ أمْ لا؟

معلومةٌ

الثابتُ π أوْ ثابتُ الدائرةِ هوَ ثابتٌ رياضيٌّ، عُرِفَ في الأصلِ على أنَّهُ نسبةُ محيطِ الدائرةِ إلى قطرِها.
والآنَ، لدى π تعريفاتٌ مختلفةٌ، تظهرُ في العديدِ منَ الصيغِ في مجالاتِ الرياضيِّاتِ والفيزياءِ جميعِها.
وتُساوي **٣,١٤١٥٩ تقريبًا.**
مُثِّلَ بالحرفِ اليونانيِّ π منذُ منتصفِ القرنِ الثامنِ عشرَ، على الرغمِ منْ أنَّهُ يُكتبُ أحيانًا (Pi)، ويُسمّى أيضًا **ثابتَ أرخميدس.**

العددُ غيرُ النسبيِّ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أُميِّزُ العددَ النسبيَّ والعددَ غيرَ النسبيِّ.
- أتعرف مجموعةَ الأعدادِ الحقيقيَّةِ.

أُميِّزُ العددَ غيرَ النسبيِّ منْ بينِ مجموعةٍ منَ الأعدادِ، وأُصنِّفُ مجموعةً منَ الأعدادِ ضمنَ الأعدادِ الحقيقيِّةِ.

توجدُ مجموعةٌ منَ الأعدادِ لا يُمكنُني تحويلُها إلى صورةِ: $\frac{أ}{ب}$.

مثالٌ ١:

١) ٢,١٥١١٥١١١٥...

كسرٌ عشريٌّ غيرُ منتهٍ وغيرُ دوريٍّ أيضًا؛ لذا، لا يُمكنُني تحويلُهُ إلى كسرٍ عاديٍّ. ومنْ ثمَّ، لا يُمكنُني تصنيفُهُ ضمنَ الأعدادِ النسبيَّةِ.

٢) لإيجادِ قيمةٍ تقريبيَّةٍ للعددِ $\sqrt{٥}$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ:

$\sqrt{٥}$ = ٢,٢٣٦٠٦٧٩٧٧٤٩٩٧٨٩٦٩٦٤٠٩١٧٣٦٦٨٧٣١٣...

أُلاحظُ أنَّهُ كسرٌ عشريٌّ غيرُ منتهٍ وغيرُ دوريٍّ؛ لذا، لا يُمكنُني كتابتُهُ على صورةِ عددٍ نسبيٍّ.

٣) لإيجادِ قيمةٍ تقريبيَّةٍ للعددِ $\sqrt[٣]{٧}$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ:

$\sqrt[٣]{٧}$ = ١,٩١٢٩٢٩٩٤١٩٧٥٣٩٠٥١٤٠٩٥٨٧٩٧٩٠٢٨٠٢...

أُلاحظُ أنَّهُ كسرٌ عشريٌّ غيرُ منتهٍ وغيرُ دوريٍّ؛ لذا، لا يُمكنُني كتابتُهُ على صورةِ عددٍ نسبيٍّ.

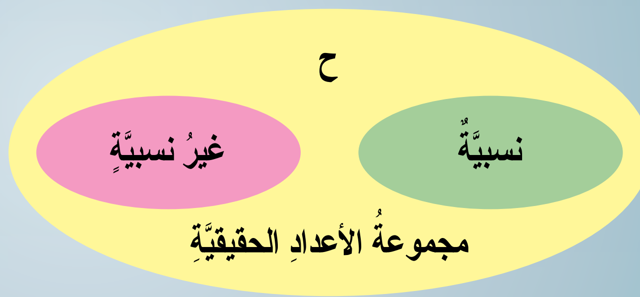
العددُ غيرُ النسبيُّ: كلُّ عددٍ **لا** يُمكنُ كتابتُهُ على صورةِ $\frac{أ}{ب}$، ومنْها:

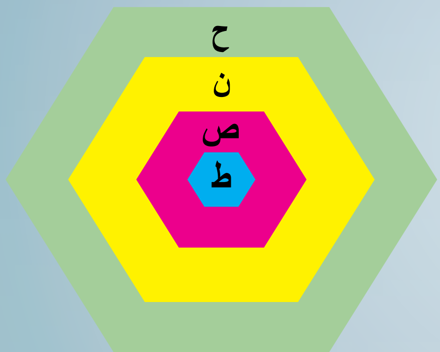
- الكسورُ العشريَّةُ غيرُ المنتهيةِ وغيرُ الدوريَّةِ.
- الجذورُ التربيعيَّةُ للأعدادِ التي ليستْ مربَّعاتٍ كاملةً.
- الجذورُ التكعيبيَّةُ للأعدادِ غيرِ المكعَّباتِ الكاملةِ.

أستنتجُ أنَّ الأعدادَ إمّا أنْ تكونَ نسبيةً، وإمّا أنْ تكونَ غيرَ نسبيَّةٍ.

نسبيَّةٌ | **غيرُ نسبيَّةٍ**

مجموعةُ الأعدادِ الحقيقيَّةِ: مجموعةُ الأعدادِ النسبيَّةِ وغيرِ النسبيَّةِ جميعِها، ويُرمزُ لها بـالرمزِ ح.





أُحاولُ

١) أصلُ بينَ العددِ في العمودِ الأوَّلِ وما يناسبُهُ في العمودِ الثاني:

(إرشادٌ: قدْ نصلُ العددَ معَ أكثرَ منْ مجموعةٍ).

العمودُ الأوَّلُ
٠,١٢١١٢١١١٢...
$\sqrt{٩}$
$-١\frac{١}{٣}$
٠,٣١
$\sqrt{٦}$

العمودُ الثاني
طبيعيٌّ (ط)
صحيحٌ (ص)
نسبيٌّ (ن)
غيرُ نسبيٍّ (غ ن)

٢) أُكملُ الجدولَ الآتيَ:

العددُ	نسبيٌّ	غيرُ نسبيٍّ	السببُ
٢٣,٢٥٤١٠٠٠ -			
٠,١٣١٣١٣٠٠٠			
$\sqrt{١٢١}$			
$\sqrt{١٨}$			
$\sqrt[٣]{-١٠٠٠}$			

التقويمُ الختاميُّ

١) اميز العدد π إن كان نسبيا أم غير نسبيا مع ذكر السبب.

٢) اميز ناتج العملية $(\sqrt{٢})^{٣}$ نسبي ام غير نسبي.

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحور الأسس والجذور والأعداد

(الأس و الأساس)

- أكتبُ الأعداد الحقيقية باستخدام الأسس

قوانين الأسس الصحيحة

- أحسبُ قيم مقادير عددية باستخدام الأسس و أولويات العمليات

أحللُ الأعداد الآتية الى عواملها الأولية ثم أكتبها باستخدام الأسس .

١) ٤٠٠ ٢) ٦٤ ٣) ٤٨٤

أجدُ قيمة $(٣)^{٤} \times (\ ٧\ )^{٢} =$

الأسس

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أكتبُ الأعداد الحقيقية باستخدام الأسس.

- أحسب قيم مقادير عددية باستخدام الأسس و أولويات العمليات .

معرض فني يتم حضوره من خلال بطاقات دعوة ، بحيث يحضر في اليوم الأول ثلاث مدعوين ويتم إعطاء كل شخص ثلاث بطاقات دعوة لليوم التالي و هكذا لمدة خمسة أيام . ماعدد المدعوين في اليوم الرابع ؟

في أي يوم يكون عدد المدعوين ٢٤٣ شخص ؟

اليوم	عدد المدعوين	
الأول	٣	٣
الثاني	٣×٣	٩
الثالث	٣×٣×٣	٢٧

يمكنني التعبير عن الضرب المتكرر للعدد في نفسه باستخدام الأسس ، وعندئذ يسمى عدد مرات تكرار الضرب الأس (القوة) ، أما العدد نفسه فيسمى الأساس

$٦٤ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^{٦}$ ← الأس

الأساس

أتذكَّرُ

يقرأ العدد $٢^{٦}$ كما يأتي:

اثنان أس ستة

أو اثنان قوة ستة

أو القوة السادسة للعدد اثنان

مثالٌ:

أحللُ الأعداد الآتية ثم أكتبُها باستخدام الأسس : ٣٢ ، ١٠٠

$٣٢ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^{٥}$

$١٠٠ = ٢ \times ٢ \times ٥ \times ٥ = ٢^{٢} \times ٥^{٢}$

٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	قف

١٠٠	٢
٥٠	٢
٢٥	٥
٥	٥
١	قف

أُحاولُ

أحللُ الأعداد الآتية الى عواملها الأولية ثم أكتبها باستخدام الأسس .

١) ١٠٠٠ ٢) ٣٦ ٣) ١٢١

أستخدمُ قواعد الضرب والقسمة الآتية لأبسط العبارات الأسية :

التعبير اللفظي	الرموز	السبب
ضرب القوى: لضرب قوتين لهما الأساس نفسه أجمعُ أسيهما	$أ^{ن} \times أ^{م} = أ^{ن+م}$	$أ^{٢} \times أ^{٣} = (أ\times أ)\times(أ\times أ\times أ) = أ^{٢+٣} = أ^{٥}$
قسمة القوى: لقسمة قوتين لهما الأساس نفسه أطرحُ الأسس	$\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$	$\frac{أ^{٥}}{أ^{٣}} = \frac{أ\times أ\times أ\times أ\times أ}{أ\times أ\times أ} = أ^{٢}$
قوة القوة: لإيجاد قوة القوة، أضربُ الأسس	$(أ^{م})^{ن} = أ^{م\times ن}$	$(أ^{٤})^{٢} = (أ\times أ\times أ\times أ)\times(أ\times أ\times أ\times أ) = أ^{٨}$
قوة حاصل الضرب: لإيجاد قوة حاصل الضرب أجدُ قوة كل عدد ثم أضرب	$(أ\times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$	$(أ\times ب)^{٣} = (أ\times ب)\times(أ\times ب)\times(أ\times ب) = أ^{٣}\times ب^{٣}$
قوة ناتج القسمة: لإيجاد قوة ناتج القسمة أجد كلا من قوة البسط والمقام ثم أقسم	$(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$ ، $ب \neq ٠$	$(\frac{أ}{ب})^{٣} = \frac{أ}{ب}\times\frac{أ}{ب}\times\frac{أ}{ب} = \frac{أ^{٣}}{ب^{٣}}$ ، $ب \neq ٠$
الأس الصفري: أي عدد غير الصفر مرفوعاً للأس صفر يساوي 1	$أ^{٠} = ١$	$\frac{أ^{٧}}{أ^{٧}} = أ^{٧-٧} = أ^{٠} = ١$
الأسس السالبة: القوة السالبة لأي عدد غير الصفر هي مقلوب للقوة الموجبة. والقوة الموجبة هي مقلوب للقوة السالبة.	$أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$	$أ^{-٣} = أ^{-١}\times أ^{-١}\times أ^{-١} = \frac{١}{أ}\times\frac{١}{أ}\times\frac{١}{أ} = \frac{١}{أ^{٣}}$

مثال ١: أستخدمُ قوانين الأسس لايجاد قيم كل مما يأتي:

١) $٢^{٣} \times ٢^{٢} = ٢^{٣+٢} = ٢^{٥} = ٣٢$

قاعدة ضرب القوى: أجمعُ الأسس

٢) $\frac{٧^{٨}}{٧^{٦}} = ٧^{٨-٦} = ٧^{٢} = ٤٩$

قاعدة قسمة القوى: أطرحُ الأسس

أُحاولُ

أستخدمُ قوانين الأسس لإيجاد قيم كل مما يلي :

١) $(-١٠)^{٤} \times (-١٠)^{٣}$

٢) $\frac{٦^{١٠}}{٦^{٩}}$

مثال ٢: أستخدمُ قوانين الأسس لايجاد قيم كل من:

١) $(٢^{٣})^{٢} = ٢^{٣\times٢} = ٢^{٦} = ٦٤$

قاعدة قوة القوة : أضربُ الأسس

٢) $(٢ \times ٥)^{٤} = ٢^{٤} \times ٥^{٤} = ١٦ \times ٦٢٥ = ١٠٠٠٠$

قاعدة قوة حاصل الضرب :أجد قوة كل عدد ثم أضرب

٣) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٢^{٢}}{٣^{٢}} = \frac{٤}{٩}$

قاعدة قوة ناتج القسمة

٤) $٧^{-٢} = \frac{١}{٧^{٢}} = \frac{١}{٤٩}$

قاعدة الأسس السالبة

أُحاولُ ٢

أستخدمُ قوانين الأسس لإيجاد قيم كل مما يلي :

١) $((-٣)^{٢})^{٢}$ **٢)** $(٣\times٤)^{٣}$ **٣)** $٢^{-٣}$ **٤)** $(١٧)^{٠}$ **٥)** $\left(\frac{١}{٦}\right)^{٢}$

المجالُ الانماط والجبر والاقترانات

المحور المقادير والمعادلات والمتباينات

المقدار الجبري

- أميز المقدار الجبري.
- أحدد عدد حدود المقدار الجبري.
- أجد قيمة المقدار الجبري عند قيم معطاة.

ممَ يتكون المقدار الجبري؟

المقدار الجبري

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أميز المقدار الجبري

- اجد القيمة العددية لمقدار جبري عند قيمة معطاه

ذهب عبدالله الى السوق واشترى خمسة دفاتر واربعة اقلام ثم دفع ديناراً واحداً أجرةَ السيارة التي أعادتهُ الى المنزل. اكتب المقدار الجبري الذي يدل على مجموع ما دفعهُ عبدالله.

ألاحظ من السؤال أن ثمنَ كلاً من الدفتر والقلم غيرمعلوم فلذلك يجب أن نعبرَ عنهما بمتغيرات ولتكن **س**، **ص** على الترتيب

إذاً ثمن خمسة دفاتر = **٥س** (هذا يمثل حد جبري)

وثمن أربعة أقلام = **٤ص** (هذا يمثل حد جبري)

كما أن عبدالله دفع ديناراً واحداً أجرةَ السيارة التي أوصلتهُ للمنزل أي أن أجرة السيارة = ١ (هذا حد جبري)

فيكون مجموع ما دفعهُ عبدالله هو **٥س+ ٢ص+ ١**

وهذا عبارة عن مجموع ثلاث حدود جبرية وتسمى المقدار الجبري

أتذكَّرُ

الحد الجبري مكون من عدد ومتغير أو حد ثابت

معلومة:

المقدار الجبري يتكون من حد جبري واحد أو أكثر ترتبط ببعضها بعمليات جمع أو طرح

عند عودة عبدالله إلى المنزل سأله أخيه كم ثمن كلاً من الدفتر والقلم؟ فأجابهُ ثمنَ الدفتر الواحد(٠,٦٥) دينار وثمن القلم الواحد(٠,٢٥) دينار.

الآن أستطيع أن اعرف مقدار ما دفعه عبدالله تماماً وذلك بالشكل التالي:

ثمن الدفتر الواحد س = ٠,٦٥ دينار إذن ٥س = ٥×٠,٦٥ =٣,٢٥ دينار.

ثمن القلم الواحد ص = ٠,٢٥ دينار إذن ٤ص = ٤×٠,٢٥ = ١ دينار.

مجموع ما دفعهُ عبدالله ٥س+ ٤ص +١= ٣,٢٥+١+١= ٥,٢٥ دينار.

وبذلك أكونُ قد أوجدت القيمةَ العدديةَ للمقدار الجبري (٥س+ ٤ص+ ١)
بعد أن عرفت أن (س=٠,٦٥) و (ص=٠,٢٥)

أُحاوِلُ

١) أعبر عن الجمل التالية بمقادير جبرية:

أ) مجموع ثلاث أمثال عدد مضاف إليه ستة أمثال عدد آخر.

ب) طرح عدد من مربع عدد آخر

٢) أعبر عن المقادير الجبرية التالية بالكلمات

أ) ٣س+ ٤ص

ب) س^{٢} + ص^{٢}

٣) إذا كانت س=٢ ، ص=٥ ، ع=-٣ . أجد القيمة العددية للمقدار الجبري

٣س^{٢} + ٥ص - ع + ٦ ؟

المجالُ الأنماط والاقترانات

المحور الاقترانات

الاقتران

اصنف الحيوانات في العمود الأول بإيجاد علاقة تربطها بالصنف من العمود الثاني وذلك بتوصيل خط بين كل حيوان وتصنيفه.

الحيوان	التصنيف
الغزال	الثديات
النسر	الطيور
التمساح	الزواحف
النمر	الحشرات
دجاجة	
الثعبان	
الحصان	
النحل	

الاقتران

ماذا سأتعلَّم؟

- اميز الاقتران من بين مجموعة من العلاقات.
- استخدم قاعدة الخط الرأسي لتمييز الاقتران.
- أجد قاعدة الاقتران.

يراقب خالد عامل بناء وهو يبني سور لإحدى المزارع ، وكان العامل يبني ١٥ متر مربع كل ساعة.
اجد قاعدة الاقتران بين ساعات العمل والأمتار المربعة التي يبنيها العامل.

أولا: تعريف

الاقتران : هو علاقة تربط كل عنصر من المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

وعليه يمكن تمييز الاقتران بالطرق التالية:

١) اذا كانت العلاقة مجموعة أزواج مرتبة

نميز الاقتران إذا لم يكن اي عنصر من عناصر المجال مكرر.

مثال٢ :

اي من العلاقات الآتية تمثل اقتران مع ذكر السبب:

أ) ع$_{1}$ = {(٤،١)،(٣،٢)،(٤،٣)،(١،٧)}.

ب) ع$_{2}$ = { (٢،٣)،(٣،٣)،(٤،٥)}.

جـ) ع$_{3}$ = {(٢، -١)،(-٢، -١)،(٣، -١)،(١، -١)}.

الحل:

الرقم	الاجابة	السبب
أ)	العلاقة ليست اقتران	يوجد العنصر ١ من المجال له صورتان ٤، ٧
ب)	اقتران	كل عنصر من المجال له صورة واحدة فقط في المدى
جـ)	اقتران	كل عنصر من المجال له صورة واحدة فقط في المدى

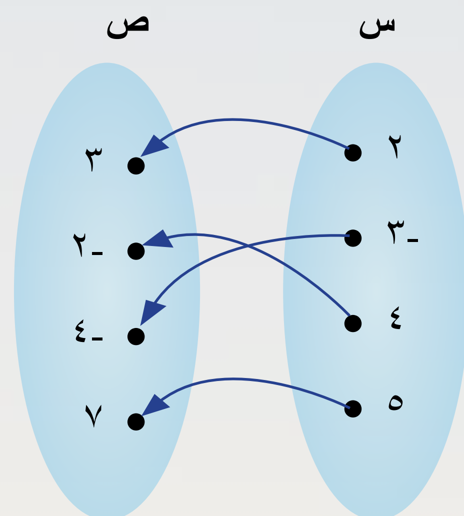
٢) اذا كانت العلاقة ممثلة بأشكال فن

نميز الاقتران اذا كان لكل عنصر في المجال سهم واحد باتجاه المدى.

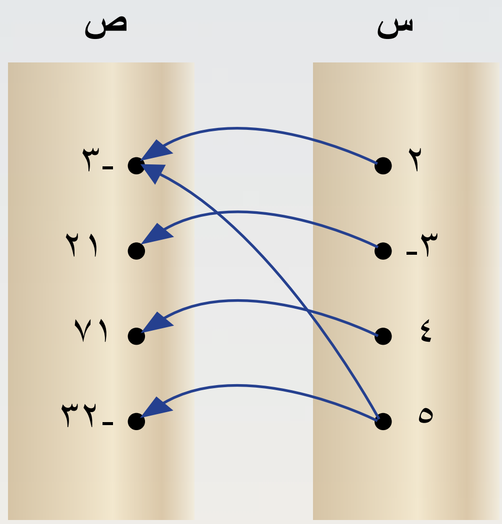
مثال٣:

اي من العلاقات الآتية تمثل اقتران مع ذكر السبب:

١)



٢)



الشكل (١)

يمثل اقتران السبب:

كل عنصر من المجال له صورة واحدة في المدى

(انطلق من المجال سهم واحد لكل عنصر باتجاه المدى)

الشكل (٢)

لا يمثل اقتران السبب:

يوجد عنصر من المجال له صورتان في المدى

انطلق من العنصر ٥ سهمان باتجاه عناصر المدى الـ (-٣، -٣٢)

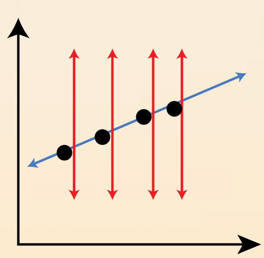
٣) اذا كانت العلاقة عبارة عن تمثيل بياني

يستخدم اختبار الخط الرأسي لمعرفة بيان العلاقة اذا كانت تمثل اقتران أم لا.

اختبار الخط الرأسي

ينص على : تكون العلاقة اقتران اذا قطع أي مستقيم رأسي بيان العلاقة في نقطة واحدة فقط.

مثال ٤:

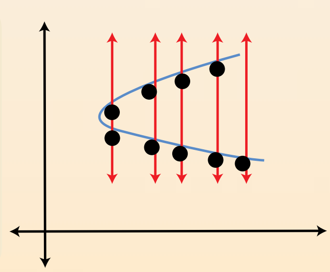


بيان العلاقة تمثل اقتران

حسب اختبار الخط الرأسي

كل مستقيم عمودي يقطع

الخط المستقيم بنقطة واحدة



بيان العلاقة لا يمثل اقتران

حسب اختبار الخط الرأسي

كل مستقيم عمودي يقطع

المنحى في أكثر من نقطة

قاعدة الاقتران

يمكن ايجاد قاعدة تربط عناصر المجال مع عناصر المدى تسمى قاعدة الاقتران.

مثال ٥:

جد المجال والمدى و قاعدة الاقتران في كل مما يلي:

١) ق = {(١،١)،(٢،٤)،(٣،٩)،(٤،١٦)،(٥،٢٥)}

الحل:

المجال س = {١ ، ٢ ، ٣، ٤ ، ٥}

المدى ص = { ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ }

5 5 4 4 3 3 2 2 1 1

قاعدة الاقتران ص = كل عنصر من المجال ضرب بنفسه

ص = س × س ← **قاعدة الاقتران هي: ص = ٢س**

مثال٦:

إذا كان ع (س) = ص = ٢س + ٣ أجد ما يلي: ع(٢) ، ع(٠) ، ع(-٣)

الحل :

ع(٢) = ٢×٢ + ٣ ← ع(٢) = ٤ + ٣ ← ع(٢) = ٧

ع(٠) = ٢×٠ + ٣ ← ع(٠) = ٠ + ٣ ← ع(٠) = ٣

ع(-٣) = ٢×(-٣) + ٣ ← ع(-٣) = -٦ + ٣ ← ع(-٣) = -٣

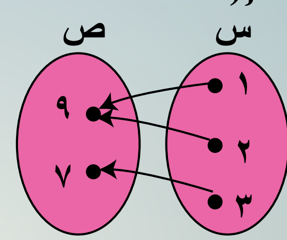
أُحاولُ

١) أميز الاقتران من بين العلاقات الآتية و اذكر السبب

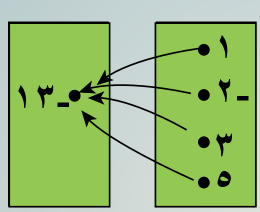
أ) ل = {(٠،٣)،(١،١)،(٢،٣)،(٣،١)،(٤،٣)}

ب) م = {(-١،١)،(١،٢)،(٢،٣)،(١،٥)}

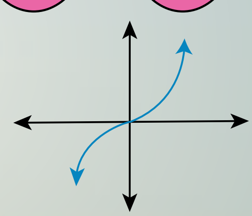
جـ)



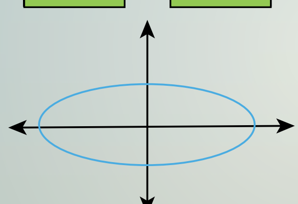
د)



هـ)



و)



٢) اذا كان ق(س)= ٥ ــ ٣ س أجد كلا مما يلي:

أ) ق(-١)　　ب) ق(٠)　　جـ) ق(١)

٣) اذا كان ق= { (١،١) ، (٨،٢) ، (٣،٢٧) ، (٤،٦٤) } أجد كلا مما يلي:

أ) المجال　　ب) المدى　　جـ) قاعدة الاقتران

الاقتران الخطي

ماذا سأتعلَّمُ؟

- اميز الاقتران الخطي من بين مجموعة من الاقترانات.
- اميز الاقتران الثابت من بين مجموعة من الاقترانات.
- أستخدم قاعدة الاقتران الخطي لإيجاد صور العناصر من المجال.

اختلف مازن وعمار حول الاقتران

ل(س) = $\frac{٣}{س}$ (س^{٢} - ٥)

مازن يقول ان الاقتران خطي، بينما يقول عمار انه ليس خطي.

أساعد مازن وعمار في الحكم على الاقتران السابق.

الاقتران الخطي هو:

اقتران صورته العامة ق(س) = أس + ب ، حيث أ ، ب ∈ ح

يسمى أ معامل س ويسمى ب الحد الثابت أو الحد المطلق. يكون أكبر أس للمتغير = ١

مثال١ : أميز الاقتران الخطي من بين الاقترانات التالية و أبين السبب.

الاقتران	خطي / غير خطي	السبب
ق(س) = ٢ س - ٣	خطي	أكبر اس للمتغير = ١
ل(س)= ٥ + ٣س	خطي	أكبر اس للمتغير = ١
هـ(س) = س(س-٣)	ليس خطي	بما انه يوجد اقواس نوزع ثم نحكم **هـ(س) = س^{٢} – ٣س** أكبر اس للمتغير =٢
ق(س) = $\frac{٣}{س}$ - ٥	ليس خطي	بما ان المتغير في المقام نحول الاقتران للصورة العامة **ق(س) =٣س$^{-١}$ – ٥** اكبر اس للمتغير ≠ ١
ق(س) = $\sqrt{س}$ + ٧	ليس خطي	بما ان المتغير تحت الجذر نحول الاقتران للصورة العامة **ق(س) = س$^{\frac{١}{٢}}$ + ٧** اكبر اس للمتغير ≠ ١

مثال ٢: أحدد كلا من معاملات الاقترانات الخطية الآتية:

الرقم	الاقتران	معامل س	الحد الثابت
١)	ق(س) = ٢س - ٤	٢	ـ٤
٢)	هـ(س) = ٦ - ٥س	ـ٥	٦
٣)	ل(س) = - س	ـ١	صفر
٤)	ق(س) = $\frac{س}{٣}$ - ٥	$\frac{١}{٣}$	ـ٥

مثال ٣: اذا كان ل(س) = ٥س - ٣ ، وكان ل(س) = ١٢ ، أجد قيمة س.

الحل:

٥س - ٣ = ١٢ ← ٥ س = ١٢ + ٣ ← ٣ س = ١٥ ← س= ٥

مثال ٤

اذا كان ق(س) =٣ س – ٤ ، أجد كلاً مما يلي: ق(٢)، ق(-٢)، ق(٠).

الحل

ق(٢) = ٣×٢ -٤ ← ق(٢) = ٦-٤ ← ق(٢) =٢

ق(-٢) = ٣×(-٢) -٤ ← ق(-٢)= -٦ -٤ ← ق(-٢)= -١٠

ق(٠) = ٣× ٠ -٤ ← ق(٠) = ٠-٤ ← ق(٠) = -٤

أُحاولُ

١) اي من الاقترانات الآتية خطي مع ذكر السبب

١) ق(س) = ٢ س^{٢} + ٣

٢) ل(س) = (١ - س) س

٣) هـ(س) = $\frac{٣س}{٥}$ - ٧

٢) أجد كلاً من أ ، ب لكل اقتران خطي مما يأتي:

١) ق(س)= ٦س - ٨ ٢) ق(س)= ٩ – ٧س

٣) ق(س)= -١٣ س ٤) ق(س)= س

٣) اذا كان ق(س) = ٤ - ٣ س ، أجد ق(-١)، ق(٠)، ق(٣)

حالة خاصة: **الاقتران الثابت**

اذا كان معامل س يساوي صفر فان الاقتران الخطي تصبح صورته العامة:

ق(س) = ب حيث ب ∈ ح ويسمى الاقتران الثابت.

مثال ٥: اذا كان ق(س) = -٣ ، اجد كلا مما يلي: ق(١)، ق(-٣)، ق(٠)

الحل

ق(١) = -٣ ، ق(-٣) = -٣ ، ق(٠) = -٣

بما أن جميع الصور هي نفسها لأي عدد لذلك يسمى الاقتران الثابت.

أُحاولُ ٢

١) إذا كان ق(س) = -٦ أجد كلاً مما يأتي:

ق(-١) ، ق(٠) ، ق(-٦)

٢) إذا كان ق(س) = م ، وكان ق(١) = ٢ ، ق(٣) =٢ ، ق(٥) =٢ أجد قيمة م.

المجالُ تحليل البيانات والاحتمالات

المحور مقاييس النزعة المركزية والتشتت

المنوال	المتوسط الحسابي
- أجد المنوال	- أحسب المتوسط الحسابي لبيانات منظمة في جداول تكرارية ذي فئات.
بعد ما نظمت البيانات. ١٢،١٥ ،١٣، ١٦،١٨،٢٣،٢٦، ٢٢،٢٠، ١٦،٢٣،٢٠ في جدول تكراري أجد المنوال.	**أنظم البيانات التالية في جدول تكراري فئته الأولى (١٠-١٥) ثم أجد المتوسط الحسابي ١٢،١٥ ،١٣، ١٦،١٨،٢٣،٢٦، ٢٢،٢٠، ١٦،٢٣،٢٠،**

المتوسط الحسابي

ماذا سأتعلَّمُ؟

- **اتعرف مقياس النزعة المركزية.**
- **أجد المتوسط الحسابي**
- **أجد المنوال.**

أراد عمر عمل دراسة على عدد الساعات التي يقضيها طلاب الصف الثامن في متابعة مواقع التواصل الإجتماعي في الأسبوع الواحد، وبعد تفريغ نتائج الاستبيان كانت كالتالي:

٦، ٣، ١٢، ١٦، ١٤، ٣، ١٥، ١٢، ١١،
٢٢، ١٣، ١٠، ١٢، ٥، ١٤، ٩، ١٥،
١١، ١٠، ١٢، ٧، ١٨، ١٣، ٩، ١٧.

ثم سأل والدته التي تعمل في دائرة الإحصاءات العامة: كيف أنظم هذه البيانات في جدول ليسهل علي دراستها؟

الأم: يمكن يا عمر أن تنظم هذه البيانات في جدول تكراري.

عمر: ومما يتكون الجدول التكراري؟

الأم: من فئات وتكرار هذه الفئات، ولتكن الفئة الأولى لجدولك من (١-٥)، فكم عدد الطلاب الذين يقضون من ساعة إلى خمس ساعات في متابعة مواقع التواصل الإجتماعي؟

اجاب عمر: ٣ طلاب.

الأم: إذن تكرارات هذه الفئة ٣، ثم نحسب طول الفئة.

طول الفئة = الحد الأعلى - الحد الأدنى + ١

عمر: الحد الأعلى بالفئة الأولى ٥ والحد الأدنى ١، صح يا أمي؟

الأم: أحسنت يا عمر، أكمل يا بني.

عمر: طول الفئة = ٥ - ١ + ١ = ٥.

الأم: نعم ومن المهم عند بناء الجدول التكراري أن يكون طول الفئة متساويا لجميع فئات الجدول التكراري، وبمعرفتنا لطول الفئة يمكن أن نحدد باقي الفئات ونضعها في جدول تكراري كالآتي:

الفئات	١ ـ ٥	٦ ـ ١٠	١١ ـ ١٥	١٦ ـ ٢٠	٢١ ـ ٢٥
التكرار	٣	٦	١٢	٣	١

عمر: وبعد أن نظمنا هذه البيانات في جدول كيف ندرسها؟

الأم: ممكن أن ندرسها من خلال مقاييس النزعة المركزية وأشهر هذه المقاييس وأكثرها استخداما **المتوسط الحسابي.**

عمر: اذكر أننا درسنا المتوسط الحسابي في الصف السابع وهو: **مجموع القيم مقسوما على عددها ويرمز له بالرمز $\overline{\text{س}}$.**

ودرسنا أيضا من مقاييس النزعة المركزية الوسيط والمنوال.

الأم: ما شاء الله ذاكرتك جيدة يا عمر، ولكننا هنا سنحسب هذه المقاييس بطريقة أخرى غير التي تعلمتها في الصف السابع، ولنبدأ بالمتوسط الحسابي.

أولا: علينا تحديد مراكز الفئات ونرمز لمركز الفئة بالرمز س.

مقاييس النزعة المركزية تصف مركز البيانات.

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى} + \text{الحد الأدنى}}{٢}$$

عمر: مركز الفئة الثانية = $\frac{(٦+١٠)}{٢} = \frac{١٦}{٢} = ٨$.

الأم: وهكذا نحتاج في الجدول التكراري إلى عمودين جديدين، الأول مركز الفئة والثاني (مركز الفئة× التكرار) وبالرموز (س × ت) فنحن نرمز للتكرار بالرمز ت فيصبح الجدول كالآتي:

مركز الفئة × التكرار س × ت	مركز الفئة س	التكرار ت	الفئات
٩	٣	٣	١ـ٥
٤٨	٨	٦	٦ـ١٠
١٥٦	١٣	١٢	١١ـ١٥
٥٤	١٨	٣	١٦ـ٢٠
٢٣	٢٣	١	٢٠ـ٢٥
٢٩٠		٢٥	**المجموع**

$\overline{س} = \frac{٢٩٠}{٢٥} = ١١,٦$

إذن يا عمر المتوسط الحسابي = ١١,٦.

وقانونه:

المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة في جدول تكراري = $\frac{\text{(مجموع حواصل ضرب مراكز الفئات في تكرارها)}}{\text{(مجموع التكرارات)}}$

وبالرموز: $\overline{س} = \frac{\text{(مجموع (س×ت))}}{\text{(مجموع ت)}}$

ويمكننا أيضا يا عمر إيجاد **المنوال** بتحديد الفئة المنوالية وهي الفئة التي تقابل أكبر تكرار ويكون مركزها هو المنوال ويسمى (المنوال التقريبي).

عمر: إذن الفئة المنوالية في هذا الجدول التكراري هي: ١١ـ١٥ ومركزها ١٣،

إذن المنوال = ١٣.

أُحاولُ

في المثال السابق أنظم عدد الساعات التي يقضيها طلاب الصف الثامن في متابعة مواقع التواصل الإجتماعي في الأسبوع الواحد، في جدول تكراري إذا كانت الفئة الأولى (١ـ٨) ثم أجد المتوسط الحسابي والمنوال

المعادلاتُ الخطِّيَّةُ بمتغيِّرَينِ

المجالُ الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحور المقاديرُ والمعادلاتُ

المعادلةُ الخطِّيَّةُ بمتغيِّرَينِ	حلُّ نظامٍ مكوَّنٍ منْ معادلتَينِ خطيِّتَينِ بمتغيِّرَينِ
- أُميِّزُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بمتغيِّرَينِ، عنْ غيرِها منَ المعادلاتِ.	- أحلُّ نظامًا مكوَّنًا منْ معادلتَينِ بمتغيِّرَينِ بطرائقَ متنوِّعةٍ، هيَ (الحذفُ، والتعويضُ).
أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ معادلةٌ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ؟ ٣ ص^{٢} + ٨ س^{٢} + ١٠ = ٠ ٧س + ٨ ص - ١٩ = ٠ ٦ ص = ٧ س - ٩	أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتي: ص + ٤ س = ٣ س - ١٢ = ص

أوَّلًا: المعادلةُ الخطِّيَّةُ بمتغيِّرَينِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

ـ أُميِّزُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بمتغيِّرَينِ، عنْ غيرِها منَ المعادلاتِ.

اتفقتْ هديلُ معَ أُختِها هُدى على شراءِ هديَّةٍ لوالدتِهما بمبلغِ ١٠ دنانيرَ، فإذا دفعتْ هديلُ س دينارٍ، وهُدى ص دينارٍ؛ فما المعادلةُ التي تُعبِّرُ عنِ المبلغِ؟

الصورةُ العامَّةُ للمعادلةِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرينِ س، ص هيَ:

أ س + ب ص + جـ = ٠ حيثُ أ ، ب ، جـ أعدادٌ حقيقيَّةٌ أ، ب ≠ صفرًا.

يُسمّى أ معامِلُ س، ب معامِلُ ص، بينَما جـ يُسمّى حدًّا ثابتًا.

مثالٌ ١ : أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ:

١) ١٥ س = ٢ - ٤ ص　　　٢) ص^{٢} = ٣ س^{٢} - ٧　　　٣) ٧ص - ٢ س = ٨ + ص

٤) ٧ س ص - ٦ = ٥　　　٥) ٠,٥ س = ٦ ص　　　٦) ٧ص^{٣} = ٢ س - ١

المعادلاتُ ١ ، ٣ ، ٥ معادلاتٌ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ؛ لأنَّهُ يُمكنُني كتابتُها بالصورةِ العامَّةِ للمعادلةِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرينِ أ س + ب ص + جـ = ٠ ، بينَما ٢ ، ٤ ، ٦ معادلاتٌ غيرُ خطِّيَّةٍ.

أكتبُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بالصورةِ العامَّةِ، بحيثُ أنقلُ الحدودَ جميعَها إلى الطرفِ الأيمنِ ليصبحَ الطرفُ الأيسرُ صفرًا حيثُ تتغيَّرُ إشارةُ الحدِّ عندَ نقلِهِ منْ طرفٍ إلى آخرَ، ثمَّ نجمعُ الحدودَ المتشابهةَ معَ بعضِها.

١) ١٥ س = ٢ – ٤ ص ← ١٥ س + ٤ ص - ٢ = ٠ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ.

٣) ٧ ص – ٢ س = ٨ + ص ← ٧ ص - ٢ س – ٨ – ص =٠ ← - ٢ س + ٦ص - ٨ = ٠

٥) ٠,٥س = ٦ ص ← ٠,٥ س - ٦ ص = ٠ خطِّيَّةٌ بمتغيِّرَينِ.

أُلاحظُ أنَّ المعادلاتِ ٢، ٤ ، ٦ معادلاتٌ غيرُ خطِّيَّةٍ. ص^{٢} = ٣ س^{٢} - ٧ ؛ لأنَّ ص مرفوعةٌ للقوَّةِ ٢ و س مرفوعةٌ للقوَّةِ ٢؛ فهيَ غيرُ خطِّيَّةٍ. ٧ س ص - ٦ = ٥ ؛ لأنَّهُ يوجدُ حاصلُ ضربِ س في ص.

٧ ص^{٣} = ٢ س – ١ ؛ لأنَّ ص مرفوعةٌ للقوَّةِ ٣.

أُحاولُ ١

أضعُ دائرةً حولَ المعادلاتِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرَينِ:

أ) $ص^٢ + ٥ س^٢ - ٨ س ص + ١٠ = ٠$

ب) ٧س + ٢ ص - ١٨ = ٠

ج) ٦ ص = ٢ س - ٩

د) $ص^٣ = ٧س^٣$

أُحاولُ ٢

أكتبُ المعادلاتِ الخطِّيَّةَ الآتيةَ بالصورةِ العامَّةِ:

أ س + ب ص + جـ = ٠

أ) ٢ص + ٥س - ٤ ص =٧

ب) ٣س + ٢ص = ١٦

جـ) ٧ص = ١٢س - ٥

د) ١٤ص = ٧س

بالرجوعِ إلى المسألةِ في مقدِّمةِ الدرسِ، أُجيبُ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

أ) هلْ يُمثِّلُ المقدارُ الجبريُّ الذي يُمثِّلُ المسألةَ معادلةً خطِّيَّةً بمتغيِّرَينِ؟

نعم. س + ص = ١٠

ب) أقترحُ زوجًا مرتَّبًا يُمثِّلُ المبلغَ المدفوعَ منْ هديلَ وهُدى.

(١ ، ٩) ، (٧ ، ٣) ، (٥ ، ٥) ، (٢,٧٥ ، ٧,٢٥) ، (٤,٥ ، ٥,٥) .

ج) ما عددُ الأزواجِ المرتَّبةِ التي تُمثِّلُ حلًّا للمعادلةِ؟

عددٌ لا نهائيٌّ منَ الحلولِ.

يُسمّى الزوجُ المرتَّبُ منَ الأعدادِ الحقيقيَّةِ، الذي يُحقِّقُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ بمتغيِّرَينِ حلًّا للمعادلةِ، ومجموعةُ حلِّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرَينِ، هيَ مجموعةٌ غيرُ منتهيةٍ منَ الأزواجِ المرتَّبةِ.

مثالٌ ٢: أيُّ الزوجَينِ الآتيينِ (- ٥ ، ١) ، (٦ ، - ١) يُمثِّلُ حلًّا للمعادلةِ الخطِّيَّةِ
س + ٤ ص - ٢ = ٠؟
أُعوِّضُ كلَّ زوجٍ في المعادلةِ، ثمَّ أختبرُ تساوي الطرفَينِ.

س + ٤ ص - ٢ = ٠	س + ٤ ص - ٢ = ٠
- ٥ + ٤ × ١ - ٢ = ٠	٦ + ٤ × (- ١) -٢ = ٠
- ٥ + ٤ - ٢ = ٠	٦ + (- ٤) -٢ = ٠
- ٣ ≠ ٠	٠ = ٠
إذنْ: (- ٥ ، ١) ليسَ حلًّا للمعادلةِ.	إذنْ: (٦ ، - ١) حلٌّ للمعادلةِ.

أُحاولُ ٣

أضعُ دائرةً حولَ الأزواجِ المرتَّبةِ التي تُمثِّلُ حلًّا للمعادلةِ: ص = ٧س - ٩
(٠ ، - ٩) ، (١ ، - ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٢٣) ، (- ١ ، - ١٦).

تُمثِّلُ المعادلةُ الخطِّيَّةُ بمتغيِّرَينِ أ س + ب ص + جـ = ٠ قانونًا جبريًّا تعتمدُ فيه قِيَمُ أحدِ المتغيِّرَينِ على الآخرِ، وعندَ وضعِ ص في المعادلةِ بدلالةِ س نُسمّي ص موضوعًا للقانونِ، ونُسمّي عمليَّةَ كتابةِ أحدِ المتغيِّرَينِ بدلالةِ الآخرِ تغييرَ موضوعِ القانونِ.

مثالٌ ٣: أكتبُ المعادلةَ ٦ س + ٣ ص = ٩، بحيثُ أجعلُ ص موضوعًا للقانونِ.

٦ س + ٣ ص = ٩
- ٦ س   - ٦ س   أطرحُ منَ الطرفَينِ ٦ س.
٣ ص = ٩ – ٦ س   أقسِمُ الطرفَينِ على معامِلِ ص. (العدد ٣)
ص = ٣ – ٢ س

أُحاولُ ٤

أكتبُ المعادلاتِ الخطِّيَّةَ الآتيةَ بحيثُ أجعلُ ص موضوعًا للقانونِ.
أ) ٢ ص + ٨ س = ٦   ب) ٣٢ س – ٤ ص = ١٦   ج) ٥ س – ص - ٧ = ٠

ثانياً: حلُّ نظامٍ مكوَّنٍ منْ معادلتَينِ بمتغيِّرَينِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أحلُّ نظامَ معادلتَينِ بمتغيِّرَينِ بطرائقَ متنوِّعةٍ: (الحذفُ، التعويضُ).

حديقةٌ مستطيلةُ الشكلِ مُحيطها ٢٠٠م، والفرقُ بينَ بُعدَيْها ٢٠م، ما بُعدا الحديقةِ؟

لإيجادِ بُعدَي الحديقةِ؛ أُعبِّرُ عنِ المسألةِ الكلاميَّةِ بتعابيرَ جبريَّةٍ.

محيطُ المستطيلِ = ٢ × الطولِ + ٢ × العرضِ، أفترضُ أنَّ الطولَ س والعرضَ ص.

إذنْ: ٢ س + ٢ ص = ٢٠٠ .... (١) هذه المعادلةُ الأولى.

الفرقُ بينَ بُعدَيْها ٢٠ (كلمةُ الفرقِ يُقصدُ بها طرحُ أحدِ بُعدَيْها منَ الآخرِ).

الطولُ – العرضِ = ٢٠

إذنْ: س - ص = ٢٠ .... (٢)

أصبحَ لدَيْنا معادلتانِ خطيَّتانِ بمتغيِّرَينِ (تُسمّى هاتانِ المعادلتانِ نظامَ المعادلتَينِ الخطيَّتَينِ).

٢ س + ٢ ص = ٢٠٠ .... (١)

س - ص = ٢٠ .... (٢)

أستطيعُ إيجادَ حلِّ نظامِ المعادلتَينِ الخطيَّتينِ بطريقتينِ (التعويضُ، الحذفُ).

أوَّلًا: طريقةُ التعويضِ. أجعلُ إحدى المعادلتَينِ موضوعًا للقانونِ، ثمَّ أُعوِّضُها في المعادلةِ الأُخرى.

لأجعلَ ص موضوعًا للقانونِ في المعادلةِ (١)

٢ س + ٢ ص = ٢٠٠ نطرحُ منْ طرفَي المعادلةِ ٢ س.

٢ س + ٢ ص = ٢٠٠

- ٢ س - ٢ س ⟵ ٢ ص = ٢٠٠ – ٢ س

أقسِمُ طرفَي المعادلةِ على ٢ ⟵ ص = ١٠٠ – س

أصبحتْ ص موضوعًا للقانونِ في المعادلةِ الأولى.

أُعوِّضُ قيمةَ ص والتي هيَ (١٠٠ – س) في المعادلةِ الثانيةِ.

س – ص = ٢٠ ⟵ س - (١٠٠ – س) = ٢٠ أوزِّعُ الطرحَ على ما في داخلِ القوسِ، ثمَّ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ س – ١٠٠ + س = ٢٠ ⟵ ٢ س - ١٠٠ = ٢٠

أجمعُ للطرفَينِ ١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠

تصبحُ المعادلةُ ٢س = ١٢٠. أقسِمُ الطرفَين على ٢ لتصبحَ س = ٦٠ .

أُعوِّضُ في المعادلةِ ص = ١٠٠ – س لإيجادِ قيمةِ ص،

فتكونُ قيمةُ ص = ١٠٠ – ٦٠ = ٤٠.

إذنْ: مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ {(٦٠ ، ٤٠)}.

ثانيًا: **طريقةُ الحذفِ**. أكتبُ المعادلتَينِ أسفلَ بعضِهما، ثمَّ أضربُ إحدى المعادلتَينِ بعددٍ لتسهُلَ عمليَّةُ حذفِ المتغيِّرِ عندَ جمعِ المعادلتَينِ. ٢ س + ٢ ص = ٢٠٠ .... (١)

س - ص = ٢٠ .... (٢)

أضرِبُ المعادلةَ بالعددِ ٢ ← ٢ س – ٢ ص = ٤٠

أجمعُ المعادلةَ ١ معَ المعادلةِ ٢: ٢ س + ٢ ~~ص~~ = ٢٠٠ ....(١)

+ ٢ س – ٢ ~~ص~~ = ٤٠ ....(٢)

٤ س = ٢٤٠

أُلاحظُ أنَّ ص تمَّ حذفُها لأنَّنا جعلنا المعامِلَ في المعادلةِ ٢، معكوسًا للمعامِلِ في المعادلةِ ١

أقسِمُ طرفَي المعادلةِ على العددِ ٤ ← س = ٦٠

أُعوِّضُ قيمةَ س =٦٠ في إحدى المعادلتَينِ لأجدَ قيمةَ ص ← ٢ س + ٢ ص = ٢٠٠

٢ × ٦٠ + ٢ ص = ٢٠٠

١٢٠ + ٢ ص = ٢٠٠

أطرحُ منْ طرفَي المعادلةِ العددَ ١٢٠ - ١٢٠ - ١٢٠

أقسِمُ الطرفَينِ على ٢ ، فتصبحُ المعادلةُ ٢ ص = ٨٠

ص = ٤٠

إذنْ: مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ {(٦٠ ، ٤٠)}.

مثالٌ ١: أجدُ مجموعةَ حلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي باستعمالِ التعويضِ

٥س + ١٥ص = ٦٠ ....(١)

٣ص = ٣س - ١٢ ....(٢)

أجعلُ ص موضوعًا للقانونِ في المعادلةِ ٢، بحيثُ أقسِمُ طرفَي المعادلةِ على ٣

ص = س – ٤، ثمَّ أُعوِّضُ قيمةَ (ص= س – ٤ في المعادلةِ ١).

ينتج معادلة بمتغير واحد: ٥ س + ١٥ (س – ٤) = ٦٠

أُوزِّعُ العددَ ١٥ على ما في داخلِ القوسِ: ٥س + ١٥ س - ٦٠ = ٦٠،

ثمَّ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ: ٢٠ س – ٦٠ = ٦٠

أُضيفُ ٦٠ للطرفَينِ: + ٦٠ + ٦٠

لتصبحَ ٢٠ س = ١٢٠ أقسِمُ على ٢٠ ← س = ٦،

أُعوِّضُ في إحدى المعادلتَينِ بقيمةِ س لأجدَ قيمةَ ص

٥س + ١٥ص = ٦٠ ← ٥ × ٦ + ١٥ ص = ٦٠

٣٠ + ١٥ ص = ٦٠ ← ١٥ ص = ٦٠ - ٣٠ ← ١٥ ص = ٣٠

← ص = ٢

إذنْ: مجموعةُ حلِّ المعادلةِ {(٦ ، ٢)}.

أُحاولُ ٦

أستعملُ طريقةَ التعويضِ في حلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

١) ص + ٤س = ٣ ٢) س - ١٢ = ص

مثالٌ ٢: أُكوِّنُ نظامَ معادلاتٍ منَ المسألةِ الآتيةِ، ثمَّ أستعملُ طريقةَ الحذفِ في حلِّها:

عددانِ مجموعُهما ١١ ويزيدُ ٣ أمثالِ أحدِهما على مثلَي الآخرِ بمقدارِ ٣، فَما هُما العددانِ؟

أفترضُ أنَّ العددَينِ هما س و ص إذنْ: س + ص = ١١،

٣ س – ٢ ص = ٣

أضرِبُ المعادلةَ الأولى بـ ٢، ثمَّ أحذفُ ٢ص مع - ٢ص

ناتجُ جمعِ المعادلتَينِ ٢س + ~~٢ص~~ = ٢٢ .....(١)

٣ س – ~~٢ص~~ = ٣ .....(٢) ← ٥س = ٢٥

أجدُ قيمةَ س بقسمةِ الطرفينِ على ٥ ← س = ٥

أُعوِّضُ في إحدى المعادلتَينِ لأجدَ قيمةَ ص: ٢×٥ + ٢ ص = ٢٢ ← ٢ص = ٢٢ - ١٠

٢ ص = ١٢ ← ص = ٦

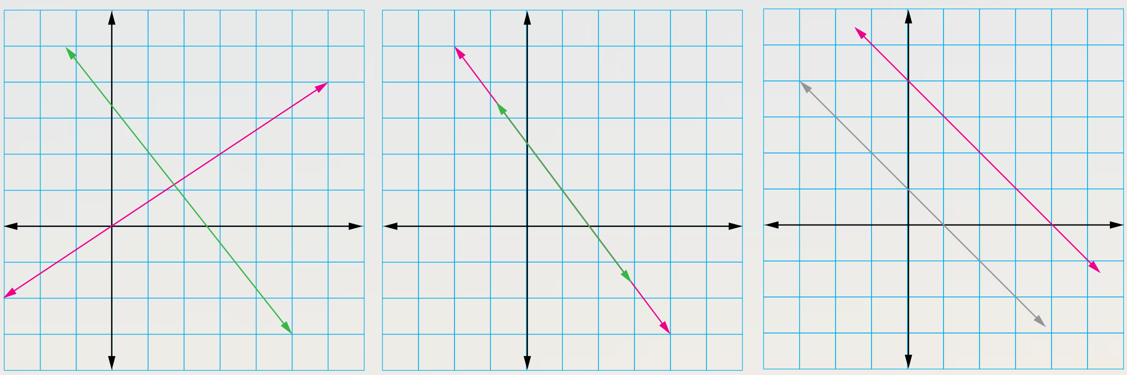
إذنْ: مجموعةُ حلِّ النظامِ هيَ: {(٥ ، ٦)}.

أُحاولُ ٧

أكوِّنُ نظامَ معادلاتٍ مرتبطًا بهذِهِ المسألةِ، ثمَّ أستعملُ طريقةَ الحذفِ في إيجادها: عددانِ مجموعُهُما ١٠، والفرقُ بينَهما ٢، ما العددانِ؟

ألاحظُ ممّا سبقَ، أنَّ حلولَ أنظمةِ المعادلاتِ الخطِّيَّةِ الواردةِ في الأمثلةِ، كانتْ حلًّا وحيدًا (نقطةَ تقاطعٍ مشتركةً). فهلْ توجدُ حالاتٌ أُخرى؟ ماذا لو كانَ المستقيمانِ متوازيَّينِ؟ أوْ متطابقَينِ؟

أتأمَّلُ الصورَ الآتيةَ:



الشكلُ٣ الشكلُ٢ الشكلُ١

ألاحظُ منَ الشكلِ ١، أنَّهُ لا يوجدُ حلٌّ لنظامِ المعادلتَينِ؛ لأنَّهُ لا يوجدُ نقاطُ تقاطعٍ بينَ المعادلتَينِ. تكونُ عندَها مجموعةُ الحلِّ فاي Ø، أمّا في الشكلِ ٢، فنُلاحظُ تطابقَ المستقيمَينِ؛ لذا، تكونُ مجموعةُ الحلِّ غيرَ منتهيةٍ (عددًا لا نهائيًّا منَ الحلولِ). بينَما في الشكل ٣، توجدُ نقطةُ تقاطعٍ واحدةٌ، فتكونُ هيَ حلُّ النظامِ.

عندَ حلِّ نظامِ المعادلتَينِ ص = ١ - س ألاحظُ أنّ مجموعةَ الحلِّ Ø لا يوجدُ حلولٌ في الشكلِ ١ يُمثِّلُها.

ص = ٤ - س

أمّا عنَد حلِّ نظامِ المعادلتَينِ ص = ٢ – س ، ٣ص + ٣س = ٦ فنُلاحظُ أنَّهُ يوجدُ عددٌ لا نهائيٌّ منَ الحلولِ، والشكلُ ٢ يُمثِّلُها.

أمّا النظامُ ص= ٠,٥ س ، ص = ٣ – س فلهُ حلٌّ وحيدٌ وهوَ النقطةُ (٢ ، ١) والشكلُ ٣ يُمثِّلُها .

خلاصةٌ

في نظامِ المعادلاتِ الخطِّيَّةِ بمتغيِّرَينِ على صورةِ ص = أ س + ب ، ص = م س + جـ

١) يكونُ للنظامِ حلٌّ وحيدٌ إذا كانتْ أ ≠ م

٢) لا يوجدُ حلٌّ للنظامِ إذا كانتْ أ = م

٣) يوجدُ عددٌ لا نهائيٌّ منَ الحلولِ إذا كانتْ أ = م ، ب = جـ

التقويمُ الختاميُّ

١) باستعمالِ طريقةِ الحذفِ، أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتي: ٥ ص + ٤ س = ١٥

٣ص + س = ٢

٢) ما الأزواجُ المرتَّبةُ التي تُمثِّلُ حلًّا لنظامِ المعادلاتِ الآتي: ٣ص + س = ٠

ص = ٢ + س

أ) (-١,٥ ، ٠,٥) **ب)** (-٣ ، ١) **ج)** (١ ، ٣)

خصائصُ المثلَّثاتِ

المجالُ الهندسةُ والقياسُ

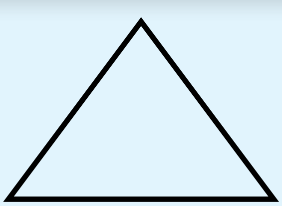
المحور المستقيماتُ والزوايا والمضلّعاتُ

خصائصُ المثلَّثِ

- أتعرَّفُ بعضَ خصائصِ المثلّثِ.
- أتعرَّفُ خصائصَ المثلَّثِ المتطابقِ الضلعَين.
- أتعرَّفُ خصائصَ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ.

ما نتائجُ إنزالِ عمودٍ منْ رأسِ مثلَّثٍ متطابقِ الضلعَينِ على قاعدتِهِ؟

التعلُّمُ القبليُّ



١) أستعملُ المنقلةَ لقياسِ زوايا المثلّثِ في الشكلِ المجاورِ:
٢) ما مجموعُ زوايا المثلَّثِ؟
٣) ٣ قطعِ مستقيمةٍ أطوالُها ٣سم، ٦سم، ٥سم. هلْ يُمكنُني تشكيلُ مثلَّثٍ منْ هذِهِ القطعِ المستقيمةِ؟
٤) المثلَّثُ أ ب جـ فيهِ أ ب = ٤سم، أجـ = ٦سم، ب جـ = ٣سم، وكانتْ قياساتُ زواياهُ (منْ دونِ ترتيبٍ) ٧٠، ٨٠، ٣٠. ما قياس كلٍّ منَ الزوايا أ ، ب ، جـ؟

أتذكَّرُ

مساحةُ المثلَّثِ = نصفَ طولِ القاعدةِ × الارتفاعِ

محيطُ المثلَّثِ = مجموعَ أطوالِ أضلاعِهِ

المثلَّثُ متطابقُ الأضلاعِ أوْ متطابقُ الضلعَينِ أوْ مختلفُ الأضلاعِ.

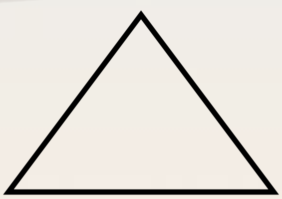
المثلَّثُ منفرجُ الزاويةِ أوْ قائمُ الزاويةِ أوْ حادُّ الزوايا.

مجموعُ زوايا المثلَّثِ ١٨٠°

الضلعُ الأطولُ في المثلَّثِ يُقابلُ الزاويةَ الكبرى.

خصائصُ المثلَّثِ

أوَّلًا: المثلَّثُ المتطابقُ الأضلاعِ



ماذا سأتعلَّمُ؟

- أتعرَّفُ خصائصَ المثلَّثِ.
- أتعرَّفُ خصائصَ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ.

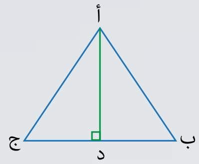
كيفَ يُمكنُني أنْ أعرفَ قياساتِ بعضِ زوايا المثلَّثِ وأطوالَ أضلاعِهِ؛ عنْ طريقِ بعضِ المعطياتِ عنِ المثلَّثِ، ومنْ دونِ استعمالِ أدواتِ القياسِ؟

ما قياسُ زاويةِ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ؟

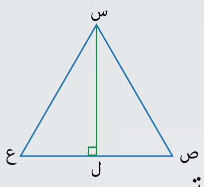
أعرِفُ أنَّ أطولَ ضلعٍ في المثلَّثِ يُقابلُ الزاويةَ الأكبرَ فيهِ. وبما أنَّ أطوالَ أضلاعِ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ متساويةٌ؛ فإنَّ قياساتِ زواياهُ متساويةٌ. وبما أنَّ مجموعَ قياساتِ أيِّ مثلَّثٍ هوَ ١٨٠ درجةً؛ فإنَّ قياسَ الزاويةِ الواحدةِ في المثلَّثِ المتساوي الأضلاعِ هوَ ١٨٠ ÷ ٣ = ٦٠ درجةً.

إذنْ: قياسُ أيِّ زاويةٍ في المثلثِ المتطابقِ الأضلاعِ هوَ ٦٠°

إذا أنزلتُ عمودًا منْ رأسِ المثلَّثِ أ ب جـ المتطابقِ الأضلاعِ على قاعدتِهِ، وقستُ طولَ ب د وطولَ د جـ فسأجدُ أنَّهما متساويتانِ، ومنْ ذلكَ أستنتجُ ما يأتي:



العمودُ النازلُ منْ رأسِ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ على قاعدتِهِ؛ يُنصِّفُ القاعدةَ ويُنصِّفُ زاويةَ الرأسِ.



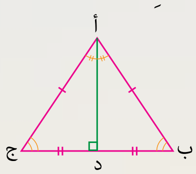
مثالٌ: المثلثُ س ص ع متطابقُ الأضلاعِ وطولُ ضلعِهِ ٦سم، أُنزِلَ عمودٌ منْ رأسِ المثلَّثِ على قاعدتِهِ في النقطةِ (ل) كَما في الشكلِ المجاورِ. أجدُ قياسَ الزاويةِ ص س ل وطولَ ص ل.

الحلُّ: بِما أنَّ المثلَّثَ متطابقُ الأضلاعِ؛ فإنَّ قياسَ زاويةِ الرأسِ ص س ع = ٦٠°،

وبِما أنَّ العمودَ النازلَ منْ زاويةِ الرأسِ يُنصِّفُ القاعدةَ ويُنصِّفُ زاويةَ الرأسِ؛ فإنَّ قياسَ الزاويةِ ص س ل = ٦٠ ÷ ٢ = ٣٠ وطولَ ص ل = ٦ ÷ ٢ = ٣سم.

ثانيًا: المثلَّثُ المتطابقُ الضلعَينِ

المثلَّثُ المتطابقُ الضلعَينِ يتشابهُ كثيرًا معَ المثلَّثِ المتطابقِ الأضلاعِ؛ ففي الشكلِ المجاورِ، المثلَّثُ أ ب جـ مثلَّثٌ متطابقُ الضلعَينِ فيه أب = أجـ.



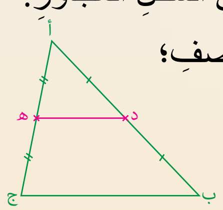
وبِما أنَّهما متساويانِ؛ فإنَّ الزوايا المقابلةَ لهُما أيضًا متساويةُ القياسِ.

أيْ إنَّ قياسَ زاويتَي القاعدةِ (الزاويةِ ب والزاويةِ جـ) متساوٍ.

وكذلكَ عندَ إنزالِ عمودٍ منْ رأسِ المثلَّثِ على قاعدتِهِ؛ فإنَّهُ يُنصِّفُ القاعدةَ ويُنصِّفُ زاويةَ الرأسِ.

ثالثًا: قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بينَ منتصفَي ضلعَي مثلَّثٍ

أرسمُ المثلَّثَ أ ب جـ، ثمَّ أُنصِّفُ الضلعَينِ أب، أجـ في النقطتَينِ دهـ، وأصلُ بينَهما كَما في الشكلِ المجاورِ.



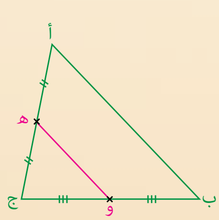
بهذِهِ الطريقةِ، أكونُ كأنَّني قمتُ بتصغيرِ المثلَّثِ أ ب جـ إلى المثلَّثِ أ د هـ بمقدارِ النصفِ؛

لأنَّ أ ب مِثلا أ د، و أ جـ مِثلا أ هـ فيكونُ بالضرورةِ ب جـ مثلَي د هـ.

إذا قستُ الأضلاعَ بالمِسطرةِ؛ سأتأكَّد منْ صحَّةِ هذِهِ الاستنتاجاتِ،

وحتّى إنْ استعملتُ مثلَّثاتٍ مختلفةً فستكونُ النتيجةُ نفسُها في كلِّ مرَّةٍ. ومنْ ذلكَ أستنتجُ القاعدةَ الآتيةَ:

طولُ القطعةِ المستقيمةِ الواصلةِ بينَ منتصفَي ضلعَي أيِّ مثلَّثٍ، يُساوي نصفَ طولِ الضلعِ الثالثِ.



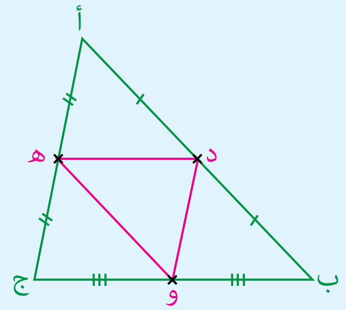
مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ طولُ أ ب = ١٠سم، فَما قياسُ و هـ؟

الحلُّ: بِما أنَّ النقطةَ و هي منتصفُ ب جـ، والنقطةُ هـ هي منتصفُ أ جـ؛

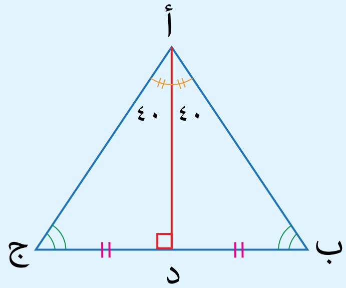
إذنْ: طولُ أ ب مِثلا طولِ و هـ. أيْ إنَّ و هـ = ١٠ ÷ ٢ = ٥سم.

التقويمُ الختاميُّ

١) في الشكلِ المجاورِ،
إذا كانتْ أطوالُ القطعِ المستقيمةِ كَما يأتي:
أ ب = ٨سم، ب جـ = ٦سم، د و= ٢سم،
فأجدُ محيطَ المثلَّثِ ودهـ.



٢) المثلَّثُ في الشكلِ المجاورِ،
هلْ هوَ متطابقُ الأضلاعِ أمْ متطابقُ الضلعَينِ؟ لِماذا؟



انتهى بحمد الله