المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

التعلّم المبني على المفاهيم والنتاجات الأساسية

الرياضيات

الصف الثامن

الناشر
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

أشرف على تأليف هذه المادة التعليمية كل من:

د. نواف العقيل العجارمة/ الأمين العام للشؤون التعليمية
د. محمد سلمان كنانة/ مدير إدارة المناهج والكتب المدرسية
د. أسامة كامل جرادات/ مدير المناهج
د. زايد حسن عكور/ مدير الكتب المدرسية
د.عاصم مصطفى النمرات/ عضو مناهج الرياضيات

لجنة تأليف المادة التعليمية:

مهند إبراهيم العسود - رائد فرحان الزبيدي
رنـــدا أحمد الجنيدي - مها يوسف الحلـواني

التحرير العلمي: د.عاصم مصطفى النمرات
التحرير اللغوي: ميسرة عبد الحليم صويص
التحرير الفني: نـــداء فؤاد أبو شـــنب
التصـــــميم: مـحـمـد راتب عبـــاس
الرســـــــم: ابراهيم محمد شـاكر
الإنتـــــاج: سليمان أحـمد الخلايلـة

دقق الطباعة و راجعها: د.عاصم مصطفى النمرات

الطبعة الأولى (تجريبيّة)
1442هـ/ 2021م

قائمة المحتويات

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدّمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

وبعد، فانطلاقًا من رؤية وزارة التربية والتعليم وسعيها في تحقيق التعليم النوعي المتميز على نحوٍ يلائم حاجات الطلبة، وإعداد جيل من المتعلمين على قدر من الكفاية في المهارات الأساسيّة اللازمة للتكيّف مع متطلّبات الحياة وتحدّياتها، مزودين بمعارف ومهارات وقيم تساعد على بناء شخصيّاتهم بصورة متوازنة؛ بني هذا المحتوى التعليمي وفق المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات للصف الثامن الذي يُشكّل أساس الكفاية العلمية لدى الطلبة، ويركز على المفاهيم التي لا بدّ منها لتمكين الطلبة من الانتقال إلى المرحلة اللاحقة انتقالًا سلسًا من غير وجود فجوة في التعلّم؛ لذا حرصنا على بناء المفهوم بصورة مختزلة ومكثفة ورشيقة بعيدًا عن التوسّع الأفقي والسرد وحشد المعارف؛ إذْ عُني بالتركيز على المهارات، وإبراز دور الطالب في عملية التعلّم، بتفعيل استراتيجية التعلّم الذاتيّ، وإشراك الأهل في عملية تعلّم أبنائهم.

وقد اشتمل المحتوى التعليميّ على موضوعات انتقيت بعناية، يتضمن كلّ منها المفاهيم الأساسية لتعلّم مهارات الرياضيات، بأسلوب شائق ومركز.

لذا؛ بني هذا المحتوى على تحقيق النتاجات العامة الآتية:

- يَتَعَرَّفُ العدد النسبي ويمثله على خط الأعداد.
- يتعرف إلى الاقتران الخطي، ويعبِّرُ عنه بطرائقَ مختلفةٍ ويمثله بيانياً.
- يميِّزُ أنواع التناسبَ الطرديَّ ويكتبُ معادلةَ التناسبِ بإيجادِ ثابتِ التناسبِ.
- يبرِّرُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الداخليَّةِ والخارجيَّةِ في مثلَّثٍ ويجدُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ ناتجةٍ عنْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمَينِ متوازيَّين.
- يحسُبُ الوسطَ الحسابيَّ لبياناتٍ مفردةٍ أوْ منظَّمةٍ في جداولَ تَكراريَّةٍ.

والله ولي التوفيق

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحور الأعدادُ النسبيَّةُ

العددُ النسبيُّ

- أكتبُ العددَ النسبيَّ على الصورةِ $\frac{a}{b}$ حيثُ $b \neq 0$.
- أُمثِّلُ العددَ النسبيَّ على خطِّ الأعدادِ.

- أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على صورةِ $\frac{a}{b}$.

1) 0.27 2) 50% 3) -6

- أُمثِّلُ العددَ 0.8- على خطِّ الأعدادِ.

- أُحوِّلُ الأعدادَ الكسريَّةَ الآتيةَ إلى كسورٍ عاديَّةٍ:

1) $7\frac{3}{4}$ 2) $5\frac{2}{9}$ 3) $1\frac{7}{100}$

أوّلًا: العددُ النسبيُّ

ماذا سأتعلّم؟

أكتبُ العددَ النسبيَّ على الصورةِ $\frac{a}{b}$ حيثُ b≠0، وأُمثِّلُهُ على خطِّ الأعدادِ.

خضارٌ: ذهبَ عمرُ إلى سوقِ الخضارِ؛ فوجدَ الأسعارَ مكتوبةً كَما في الجدولِ المجاورِ، ما اسمُ مجموعةِ الأعدادِ التي تنتمي إليها هذِهِ الأعدادُ؟

نوعُ الخضارِ	سعرُ الكيلوغرام الواحدِ بالدينارِ
بطاطا	$\frac{1}{2}$
ليمون	1.65
فليفلة	0.70
تفّاح	$\frac{1}{14}$

العددُ النسبيُّ: العددُ الذي يُمكنُني كتابتُهُ على صورةِ $\frac{a}{b}$، حيثُ a ,b عددانِ صحيحانِ b≠0.
الكسورُ العشريَّةُ والأعدادُ العشريَّةُ المنتهيةُ أوِ الدوريَّةُ، والأعدادُ الكسريَّةُ والكسورُ الفعليَّةُ وغيرُ الفعليَّةِ والأعدادُ الصحيحةُ؛ كلُّها يُمكنُني كتابتُها على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

مثالٌ: أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

أحوِّلُ العددَ العشريَّ إلى عددٍ كسريٍّ:

$$1)\ -11.7 = -11\frac{7}{10}$$

أحوِّلُ العددَ الكسريَّ إلى كسرٍ غيرِ فعليٍّ:

$$= -\frac{(11\times10)+7}{10} = -\frac{117}{10}$$

أضرِبُ العددَ الصحيحَ في المقامِ

$$2)\ 1\frac{3}{7} = \frac{(1\times7)+3}{7}$$

ثمَّ أجمعُ البسطَ:

$$= \frac{10}{7}$$

أُحاولُ 1

- أكتب كل عدد نسبي مما يأتي على صورة: $\frac{a}{b}$

1) 2.8   2) 70%   3) -9   4) $-5\frac{6}{11}$

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحور الأعدادُ النسبيَّةُ

معكوسُ العددِ النسبيِّ

- أُميِّزُ معكوسَ العددِ النسبيِّ، وأُمثِّلُه على خطِّ الأعدادِ.

القيمةُ المطلقةُ للعددِ النسبيِّ

- أجدُ القيمةَ المطلقةَ للعددِ النسبيِّ، وأُمثِّلُها على خطِّ الأعدادِ.

- أجدُ معكوسَ العددِ $\frac{5}{2}$، وأُعيِّنُه على خطِّ الأعدادِ؟

- أجدُ القيمةَ المطلقةَ للأعدادِ الآتيةِ:

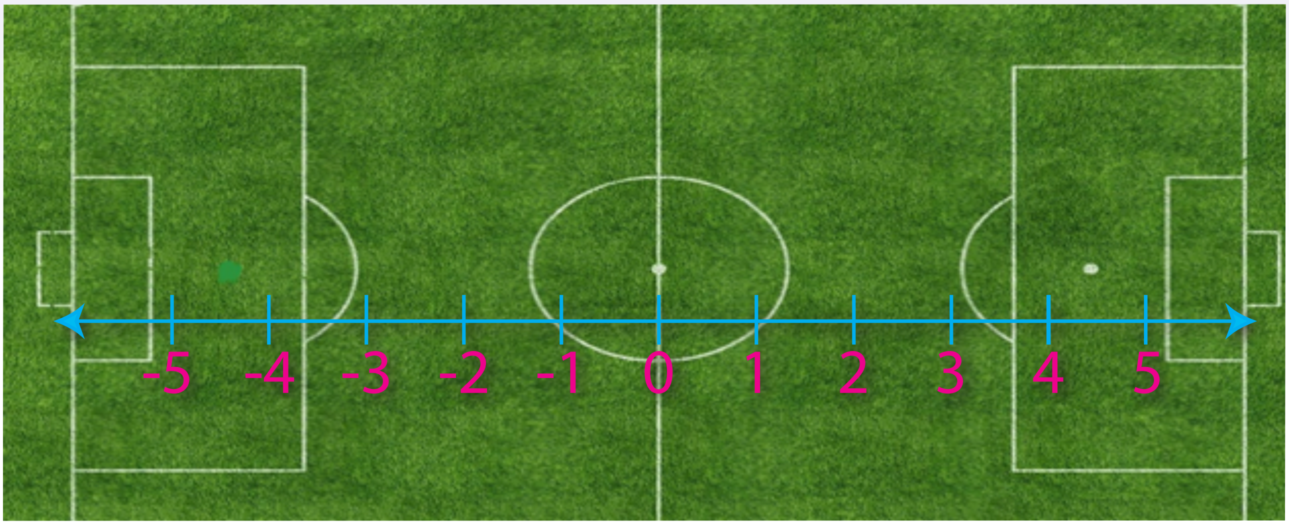
$|8|, |-5.9|, \left|\frac{3}{4}\right|$

ثانيًا: القيمةُ المطلقةُ

ماذا سأتعلّم؟

- أجدُ معكوسَ العددِ النسبيِّ.
- أجدُ القيمةَ المطلقةَ للعددِ النسبيِّ.

موقفٌ مثيرٌ: لاحظَ معلِّمُ الرياضيّاتِ أنَّ إحدى علامتَي ركلةِ الجزاءِ قدْ مُسِحتْ منْ أرضيَّةِ ملعبِ المدرسةِ؛ فطلبَ إلى طلبةِ الصفِّ السابعِ تحديدَ مكانِ العلامةِ الممسوحةِ منْ دونِ استعمالِ المترِ.



قالَ المعلِّمُ بعدَ أنْ رسمَ الملعبَ على اللوحِ، ورسمَ خطَّ الأعدادِ أسفلَ منْهُ؛ أُلاحظُ أنَّ موقعَ نقطةِ ركلةِ الجزاءِ تُمثِّلُ العددَ 4.5 على خطِّ الأعدادِ، وأنَّ موقعَ النقطةِ الممسوحةِ تُمثِّلُ العددَ 4.5- على خطِّ الأعدادِ؛ أيْ إنَّها انعكاسٌ للنقطةِ الظاهرةِ، ثمّ قالَ: تذكّروا دائمًا أنَّ العددَ الذي يبعدُ المسافةَ نفسَها عنِ الصفرِ منَ الجهةِ الأُخرى على خطِّ الأعدادِ؛ يُسمّى معكوسَ العددِ النسبيِّ.

مثالٌ: يحتوي الجدولُ المجاورُ العددِ ومعكوسهُ الجمعيُ.

العددُ	معكوسُ العددِ
$2\frac{2}{7}$	$-2\frac{2}{7}$
-4.6	4.6
8	-8

المعلِّمُ: كمِ المسافةُ بينَ الصفرِ والعددِ 4.5؟

أحدُ الطلبةِ: 4 وحداتٍ ونصفٌ.

المعلِّمُ: ممتازٌ، السؤالُ الآنَ: كمِ المسافةُ بينَ الصفرِ والعددِ 4.5-؟

خالدٌ: 4 وحداتٍ ونصفٌ أيضًا، وأضافَ جملةً في غايةِ الأهمِّيَّةِ:

"المسافةُ لا تكونُ سالبةً يا أستاذُ".

المعلِّمُ: أحسنتَ يا خالدُ. وهذا هوَ مفهومُ (القيمةِ المطلقةِ للعددِ): وهيَ المسافةُ بينَ ذلكَ العددِ والصفرِ على خطِّ الأعدادِ، ويُعبَّرُ عَنْها بالرمزِ| |. وبما أنَّ القيمةَ المطلقةَ مسافةٌ فهيَ موجبةٌ دائمًا.

هنا سألَ أحمدُ: ما الفرقُ بينَ معكوسِ العددِ والقيمةِ المطلقةِ؟

المعلِّمُ: معكوسُ العددِ هوَ (عددٌ) إمّا أنْ يكونَ موجبًا وإمّا أنْ يكونَ سالبًا. أمّا القيمةُ المطلقةُ فهيَ (المسافةُ) بينَ ذلكَ العددِ والصفرِ، والمسافةُ موجبةٌ دائمًا.

مثالٌ: أجدُ:

1) $\left| \frac{-4}{9} \right|$

2) $\left| \frac{4}{9} \right|$

3) $|-4.6| - 8.4$

أتذكَّرُ
لكلٍّ منَ العددِ النسبيِّ ومعكوسِهِ القيمةُ المطلقةُ نفسُها.

الحل:

1) $\left| \frac{-4}{9} \right| = \frac{4}{9}$

2) $\left| \frac{4}{9} \right| = \frac{4}{9}$

3) $|-4.6| - 8.4 = 4.6 - 8.4 = -3.8$

بعدَما استمعَ سعيدٌ إلى شرحِ المعلِّمِ، قالَ: إذنْ يا أستاذُ باستعمالِ مفهومِ (معكوسِ العددِ)؛ نستطيعُ تحديدَ موقعِ علامةِ ركلةِ الجزاءِ الممسوحةِ منْ دونِ استعمالِ المترِ.

وخرجَ إلى الملعبِ وثبَّتَ طرفَ حبلٍ في نقطةِ المنتصفِ وسحبَ الطرفَ الآخرَ إلى أنْ وصلَ إلى علامةِ ركلةِ الجزاءِ الظاهرةِ، ثمَّ سارَ بالاتّجاهِ المعاكسِ وهوَ يُمسكُ طرفَ الحبلِ، حتّى وصلَ إلى النقطةِ التي لا يستطيعُ أنْ يشُدَّ الحبلَ بعدَها وقالَ: هذا موقعُ ركلةِ الجزاءِ التي مُسِحتْ؛ لأنَّها تبعدُ بُعدَ العلامةِ الأُخرى نفسَهُ عنْ نقطةِ منتصفِ الملعبِ.

المعلمُ: رائعٌ يا سعيدُ.

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحور العمليّاتُ على الأعدادِ

العمليَّات على الأعدادِ النسبيَّةِ

الجمعُ

- أُجري عمليَّةَ الجمعِ على الأعدادِ النسبيَّةِ.

كيفَ أجمعُ عددَينِ نسبيَّينِ؟

الطرحُ

- أُجري عمليَّةَ الطرحِ على الأعدادِ النسبيَّةِ.

كيفَ أطرحُ عددَينِ نسبيَّينِ؟

الضربُ

- أُجري عمليَّةَ الضربِ على الأعدادِ النسبيَّةِ.

كيفَ أضربُ عددَينِ نسبيَّينِ؟

القسمةُ

- أُجري عمليَّةَ القسمةِ على الأعدادِ النسبيَّةِ.

كيفَ أقسِمُ عددَينِ نسبيَّينِ؟

ثالثاً: جمعُ الأعدادِ النسبيَّةِ

ماذا سأتعلّم؟

- أجمعُ عددَين نسبيَّين.
- أطرحُ عددَين نسبيَّين.
- أضربُ عددَين نسبيَّين.
- أقسِمُ عددَين نسبيَّين.

زيتُ الزيتونِ زيتٌ ناتجٌ منْ عصرِ أوْ ضغطِ ثمارِ الزيتونِ، وتُعدُّ 85% منَ الدهونِ الموجودةِ فيهِ صديقةً للقلبِ، كَما تُساعدُ على التقليلِ منْ نسبةِ الكولسترولِ في الدمِ. ويُفضَّلُ حفظُهُ في عبوّاتٍ منَ الستانلسِ أوْ عبوّاتٍ زجاجيّةٍ. قرّرَ أحمدُ أنْ يُساعدَ والدَيْهِ في تفريغِ صفيحةِ الزيتِ التي سَعتُها 16 L في عددٍ منَ العبوّاتِ الزجاجيَّةِ، وكانَ لدَيْهِ حجمانِ منَ العبوّاتِ؛ الأولى زجاجةٌ صغيرةٌ سَعةُ $\frac{8}{5}$ L والثانيةُ زجاجةٌ كبيرةٌ سَعةُ $2\frac{1}{4}$ L

16 L

$2\frac{1}{4}$ L

$\frac{8}{5}$ L

١) الجمعُ

1) لجمعِ عددَينِ نسبيَّينِ لهُما المقامُ نفسُهُ؛ أجمعُ البسطَينِ ويبقى المقامُ كَما هو، والقاعدةُ هيَ:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

مثالٌ 1: أجدُ سَعةَ عبوَّتَينِ منَ النوعِ نفسِهِ؟

1) سَعةُ عبوَّتَينِ صغيرتَينِ: $\frac{8}{5} + \frac{8}{5} = \frac{16}{5} = 3.2$ L

2) سَعةُ عبوَّتَينِ كبيرتَينِ: $2\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} = \frac{2\times4+1}{4} + \frac{2\times4+1}{4} = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = \frac{18}{4}$ L

2) لجمعِ عددَينِ نسبيَّينِ لهما مقاماتٌ مختلفةٌ، أتّبِعُ القاعدةَ الآتيةَ:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\times d+c\times b}{b\times d}$$

مثالٌ 2: أجدُ سَعةَ عبوَّتَينِ مختلفتَينِ.

$$2\frac{1}{4} + \frac{8}{5} =$$

حسابُ سَعةِ عبوَّةٍ كبيرةٍ مع عبوَّةٍ صغيرةٍ:

$$2\frac{1}{4} = \frac{2\times4+1}{4} = \frac{9}{4}$$

ملحوظةٌ: حوَّلْنا العددَ الكسريَّ إلى كسرٍ عاديٍّ.

$$\frac{9}{4} + \frac{8}{5} = \frac{9\times5+8\times4}{4\times5} = \frac{45+32}{20} = \frac{77}{20} = 3.85\ L$$

أُحاولُ 1

أجدُ مجموعَ كلٍّ منَ الأعدادِ النسبيَّةِ الآتيةِ:

1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} =$

2) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} =$

3) $-2\frac{1}{2} + 1.2 =$

٢) الطرحُ

لإيجادِ ناتجِ طرحِ عددَينِ نسبيَّينِ؛ فذلكَ لا يختلفُ عنْ جمعِ عددَينِ نسبيَّينِ، أيْ يجبُ أنْ تكونَ المقاماتُ متشابهةً.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a\times d - c\times b}{b\times d}$$

مثالٌ 3: أجدُ الفرقَ بينَ سَعةِ العبوَّتَينِ المختلفتَينِ:

الفرقُ بينَ العبوَّتَينِ، هوَ:

$$\frac{9}{4} - \frac{8}{5} = \frac{9\times5-8\times4}{4\times5} + \frac{45-32}{20} = \frac{13}{20} = 0.65\ L$$

أُحاولُ 2

أجدُ ناتجَ طرحِ كلٍّ منَ الأعدادِ النسبيَّةِ الآتيةِ:

1) $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} =$

2) $1\frac{2}{9} - 3 =$

3) $(-0.9) - \frac{2}{3} =$

٣) الضربُ

لضربِ عددَينِ نسبيَّينِ؛ أستعملُ القاعدةَ الآتيةَ:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

ألاحظُ أنَّهُ:

1) لا توجدُ حاجةٌ لتوحيدِ المقاماتِ.

2) يُمكنُني اختصارُ الكسورِ قبلَ إجراءِ عمليَّةِ الضربِ.

مثالٌ 4: أجدُ سَعةَ 7 عبواتٍ صغيرةٍ.

$$7 \times \frac{8}{5} = \frac{7}{1} \times \frac{8}{5} = \frac{7 \times 8}{1 \times 5} = \frac{56}{5} = 11.2 \text{ L}$$

مثالٌ 5: أجدُ سَعةَ 3 وأربعةِ أخماسِ العبوَّةِ منَ الحجمِ الكبيرِ.

$$3\frac{4}{5} \times 2\frac{1}{4} = \frac{3 \times 5 + 4}{5} \times \frac{2 \times 4 + 1}{4} = \frac{19}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{171}{20} = 8.55 \text{ L}$$

أُحاولُ 3

أجدُ ناتجَ ضربِ كلٍّ منَ الأعدادِ النسبيَّةِ الآتيةِ:

1) $\frac{5}{7} \times \frac{-2}{3} =$

2) $\frac{-1}{7} \times -4\frac{2}{3} =$

3) $(0.01) \times \frac{1}{10} =$

٤) القسمةُ

لقسمةِ عددَينِ نسبيَّينِ، أستعملُ القاعدةَ الآتيةَ:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} =$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

الخطواتُ:

1) أُبقي العددَ النسبيَّ الأوَّلَ كَما هوَ.

2) أُحوِّلُ عمليَّةَ القسمةِ إلى عمليَّةِ ضربٍ.

3) أضعُ مقلوبَ الكسرِ الثاني.

4) أُجري عمليَّةَ ضربِ عددَينِ نسبيَّينِ.

مثالٌ 6: تريدُ عائلةُ أحمدَ استهلاكَ عبوَّةٍ كبيرةٍ خلالَ $\frac{17}{4}$ منَ الأيامِ. أجدُ كمِّيَّةَ الزيتِ التي يجبُ استهلاكُها يوميًّا.

$$\frac{9}{4} \div \frac{17}{4} =$$

$$\frac{9}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{17} = \frac{9}{17} = 0.52 \text{ L}$$

أُحاولُ 4

أجدُ ناتجَ قسمةِ كلٍّ منَ الأعدادِ النسبيَّةِ الآتيةِ:

1) $\frac{4}{7} \div \frac{-5}{14} =$

2) $\frac{3}{2} \div \frac{-1}{5} =$

3) $\frac{7}{4} \div (0.5) =$

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحور الأُسسُ والجذورُ والأعدادُ الحقيقية

الصيغةُ الأُسِّيَّةُ لعددٍ (الأُسُّ والأساسُ)

- أكتبُ الأعدادَ الكلِّيَّةَ بالصيغةِ الأُسِّيَّةِ.

قوانينُ الأُسسِ الصحيحةِ

- أحسُبُ قِيَمَ مقاديرَ عدديَّةٍ باستعمالِ الأُسسِ وأولويّات العمليّات.

- أكتبُ ما يأتي بالصيغةِ الأُسِّيَّةِ:

$0.71 \times 0.71 \times 0.71$

- أجدُ قيمةَ $(5)^3 \times (2)^3$

الأُسسُ

ماذا سأتعلّم؟

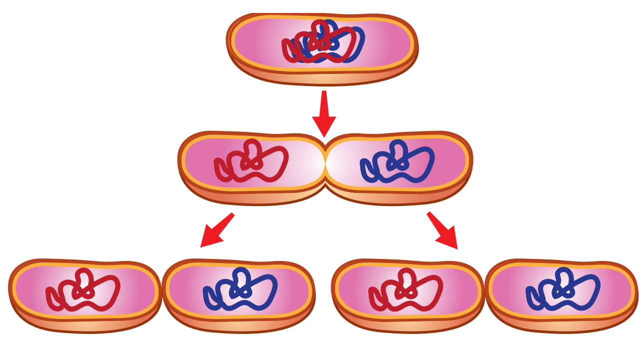
- أكتبُ الأعدادَ الكلّيَّةَ بالصيغةِ الأُسِّيَّةِ.
- أحسُبُ قِيَمَ مقاديرَ عدديَّةٍ باستعمالِ الأُسسِ.

تكاثرُ البكتيريا: تتكاثرُ بعضُ أنواعِ البكتيريا بالانشطارِ الثنائيِّ بنسَبٍ هندسيَّةٍ متصاعدةٍ وَفقَ الجدولِ المجاورِ، كمْ سيصبحُ عددُ البكتيريا في المرحلةِ السابعةِ؟

المرحلةُ	عددُ البكتيريا	
الأولى	2	2
الثانيةُ	2×2	4
الثالثة	2×2×2	8
الرابعةُ	2×2×2×2	16

أتذكّرُ

يُقرأُ العددُ 2^6 كما يأتي: (اثنان أُس ستَّة)، أوْ (اثنان قوّة ستَّة)، أوْ القوةُ السادسةُ للعددِ اثنَينِ.



يُمكنُني التعبيرُ عنِ الضربِ المتكرِّرِ للعددِ في نفسِهِ باستعمالِ الأُسسِ، وعندَئذٍ يُسمّى عددُ مراتِ تَكرارِ الضربِ الأُسَّ (القوَّةَ)، أمّا العددُ نفسُهُ فيُسمّى الأساسَ.

$$64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^6$$

تُسمّى الصيغةُ التي يُكتبُ فيها الضربُ المتكرِّرُ باستعمالِ الأُسسِ الصيغةَ الأُسِّيَّةَ، مثلًا: 3^5

أمّا الصيغةُ التي يُكتبُ فيها الضربُ المتكرِّرُ منْ دونِ استخدامِ الأُسسِ؛ فتُسمّى الصيغةَ القياسيَّةَ، مثلًا: $3\times3\times3\times3\times3$

أُحاولُ 1

أكتبُ ما يأتي بالصيغةِ الأُسِّيَّةِ:

1) $0.4 \times 0.4 \times 0.4 \times 3 \times 3$

2) $(-13)\times(-13)\times(-13)\times(-13)$

التعبيرُ اللفظيُّ	الرموزُ	توضيحٌ
ضربُ القوى: لِضربِ قوَّتَينِ لهُما الأساسُ نفسُهُ؛ أجمعُ الأسسَ.	$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$	$a^2 \times a^3 = (a\times a)\times(a\times a\times a) = a^5$
قسمةُ القوى: لقِسمةِ قوَّتَينِ لهُما الأساسُ نفسُهُ؛ أطرحُ الأسسَ.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$	$\frac{a^5}{a^3} = \frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a} = a^2$
قوَّةُ القوَّةِ: لإيجادِ قوَّةِ القوَّةِ؛ أضربُ الأسسَ.	$(a^m)^n = a^{(m\times n)}$	$(a^5)^2 = a^5 \times a^5$ $(a\times a\times a\times a\times a)\times(a\times a\times a\times a\times a) = a^{10}$
قوَّةُ حاصلِ الضربِ: لإيجادِ قوَّةِ حاصلِ الضربِ؛ أجدُ قوَّةَ كلِّ عددٍ ثمَّ أضربُ. توزيعُ الأسِّ على الضربِ.	$(ab)^n = a^n b^n$	$(a\times b)^4 =$ $(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b) =$ $(a\times a\times a\times a)\times(b\times b\times b\times b) =$ $a^4\times b^4$
قوَّةُ ناتجِ القسمةِ: لإيجادِ قوَّةِ ناتجِ القسمةِ؛ أجدُ كلًّا منْ قوَّةِ البسطِ والمقامِ ثمَّ أقسمُ. توزيعُ الأسسِ على البسطِ والمقامِ.	$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ ، $b\neq 0$	$(\frac{a}{b})^3 = \frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}$ $= \frac{a\times a\times a}{b\times b\times b} = \frac{a^3}{b^3}$ ، $b\neq 0$
الأُسُّ الصفريُّ: أيُّ عددٍ غيرِ الصفرِ مرفوعًا للأسِّ (صفر) يُساوي (1).	$a^0 = 1$	$1 = \frac{a^7}{a^7} = a^{7-7} = a^0$
الأُسسُ السالبةُ: القوَّةُ السالبةُ لأيِّ عددٍ غيرِ الصفرِ، هيَ مقلوبٌ للقوَّةِ الموجبةِ، والقوَّةُ الموجبةُ هيَ مقلوبٌ للقوَّةِ السالبةِ.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$a^{-4} = a^{-1}\times a^{-1}\times a^{-1}\times a^{-1}$ $= \frac{1}{a}\times\frac{1}{a}\times\frac{1}{a}\times\frac{1}{a} = \frac{1}{a^4}$

مثالٌ 2: أستعملُ قوانينَ الأُسسِ؛ لإيجادِ قِيَم كلٍّ ممّا يأتي:

2) $\frac{7^8}{7^6}$

$\frac{7^8}{7^6} = 7^{8-6}$ قاعدةُ قسمةِ القوى

$7^2 = 49$ أطرحُ الأُسسَ

1) $2^3 \times 2^2$

$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2}$ قاعدةُ ضربِ القوى

$2^5 = 32$ أجمعُ الأُسسَ

أُحاولُ 2

أستعملُ قوانينَ الأُسسِ؛ لإيجادِ قِيَم كلٍّ ممّا يأتي:

1) $(-10)^4 \times (-10)^3$

2) $\frac{6^{10}}{6^9}$

مثالٌ 3: أستعملُ قوانينَ الأُسسِ؛ لإيجادِ قِيَم كلٍّ ممّا يأتي:

2) $(2\times5)^3$

$(2\times5)^3 = 2^3\times5^3$ قاعدةُ قوة حاصل الضرب

أجدُ قوَّةَ كلِّ عددٍ ثمَّ أضربُ

$8 \times 125 = 1000$

1) $(2^4)^2$

$(2^4)^2 = 2^{4\times2}$ قاعدةُ قوَّةِ القوَّة

$2^8 = 256$ أضربُ الأُسسَ

2) 6^{-2}

$6^{-2} = \frac{1}{6^2}$ قاعدةُ الأُسسَ السالبةِ

$= \frac{1}{36}$ تعريفُ الأُسسِ

3) $(\frac{2}{3})^2$

$(\frac{2}{3})^2 = \frac{2^2}{3^2}$ قاعدةُ قوَّةِ ناتجِ القسمةِ

$= \frac{4}{9}$

أُحاولُ 3

أستعملُ قوانينَ الأُسسِ؛ لإيجادِ قِيَم كلٍّ ممّا يأتي:

1) $((-3)^2)^2$ 2) $(3\times4)^3$ 3) $(\frac{1}{7})^2$ 4) 2^{-5} 5) $(23)^0$

العمليّاتُ على المقاديرِ الجبريَّةِ

المجالُ: الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحورُ: المقاديرُ والمعادلاتُ

الحدودُ الجبريَّةُ المتشابهةُ

- أُميِّزُ الحدودَ الجبريَّةَ المتشابهةَ.

مَتى تكونُ الحدودُ الجبريَّةُ متشابهةً؟

جمعُ المقاديرِ الجبريَّةِ وطرحُها

- أجدُ ناتجَ جمعِ مقدارَينِ جبريَّينِ وطرحِهما.

كيفَ أجمعُ المقاديرَ الجبريَّةَ وأطرحُها؟

ضربُ المقاديرِ الجبريَّةِ

- أجدُ حاصلَ ضربِ عددٍ في مقدارٍ جبريٍّ.
- أجدُ حاصلَ ضربِ مقدارَينِ جبريَّينِ.

كيفَ أضربُ مقدارَينِ جبريَّينِ؟ وهلْ يُمكنُ أنْ تكونَ عمليَّةُ ضربِهما غيرَ ممكنةٍ؟

أوّلًا: الحدودُ المتشابهةُ

ماذا سأتعلّم؟
تشابُهُ الحدودِ الجبريَّةِ.

اشترى أحمدُ منَ السوق 3 كيلوغراماتٍ منَ التفّاح، و5 كيلوغراماتٍ منَ البرتقال، وعندَ عودتِهِ إلى البيتِ وجدَ أخاهُ محمَّدًا قدْ اشترى 7 كيلوغراماتٍ منَ التفّاح، و5 كيلوغراماتٍ منَ الموز، وكيلوغرامَين منَ البرتقالِ أيضًا. أرادتْ أمُّهما أنْ تضعَ الفواكهَ في أوعيةٍ بحيثُ تضعُ كلَّ صنفٍ في وعاءٍ، فكمْ وعاءً ستحتاجُ؟

منَ المؤكّدِ أنّني لاحظتُ أنَّ الأمَّ ستحتاجُ إلى 3 أوعيةٍ لتضعَ فيها الفواكهَ، بحيثُ تضعُ التفّاح في وعاءٍ والبرتقالَ في وعاءٍ والموزَ في وعاءٍ؛ لأنّها 3 أنواعٍ مختلفةٍ.

إذا فرضْنا أنَّ التفّاح يُرمزُ لهُ بالرمزِ x؛ فلا يُمكنُ أنْ نستعملَ الرمزَ نفسَهُ للبرتقالِ لأنَّ البرتقالَ منْ صنفٍ آخرَ، فيجبُ أنْ نرمزَ لهُ برمزٍ مختلفٍ مثلِ y، وكذلكَ بالنسبةِ إلى الموزِ. ومنْ ثمَّ، يُمكنُ التعبيرُ عنْ مشترياتِ أحمدَ ومحمَّدٍ بالطريقةِ الآتيةِ:

	التفُّ	البرتقالُ	الموزُ	
مشترياتُ أحمدَ	$3kg=3x$	$5kg=5y$	$0kg=0z$	(حدودٌ غيرُ متشابهةٍ)
مشترياتُ محمَّدٍ	$7kg=7x$	$2kg=2y$	$5kg=5z$	(حدودٌ غيرُ متشابهةٍ)
	(حدودٌ متشابهةٌ)	(حدودٌ متشابهةٌ)	(حدودٌ متشابهةٌ)	

أُحاولُ 1

أصلُ الحدودَ في العمودِ الأوَّلِ، معَ حدودِها المشابِهةِ لَها في العمودِ الثاني:

$5x$	$5x^2$
$4y$	$3z$
$-2f$	$3y$
$2x^2$	$5f$
$z-$	$2x$

ثانيًا: جمعُ الحدودِ الجبريَّةِ وطرحُها

	التفَّ	البرتقالُ	الموزُ	
مشترياتُ أحمدَ	$3kg=3x$	$5kg=5y$	$0kg=0z$	(حدودٌ غيرُ متشابهةٍ)
مشترياتُ محمَّدٍ	$7kg=7x$	$2kg=2y$	$5kg=5z$	(حدودٌ غيرُ متشابهةٍ)
	(حدودٌ متشابهةٌ)	(حدودٌ متشابهةٌ)	(حدودٌ متشابهةٌ)	

منَ الجدولِ السابقِ:

1) كمْ كيلوغرامًا منَ التفّاحِ وضعتِ الأُمُّ في وعاءِ التفاحِ؟

$3x+7x=10x$

عندَ جمعِ حدَّينِ متشابهَينِ؛ نجمعُ المَعاملاتِ فقطْ.

2) ما الفرقُ بينَ كيلوغراماتِ البرتقالِ التي اشتراها أحمدُ ومحمَّدٌ؟

$5y-2y=3y$

عندَ طرحِ حدَّينِ متشابهَينِ؛ نطرحُ المَعاملاتِ فقطْ.

3) هلْ يُمكنُني جمعُ كيلوغراماتِ التفّاحِ معَ كيلوغراماتِ البرتقالِ؟

لا يُمكنُني جمعُها؛ لأنَّها منْ صنفَينِ مختلفَينِ،

أيْ إنَّها حدودٌ غيرُ متشابهةٍ.

الحدودُ غيرُ المتشابهةِ، لا تُجمعُ ولا تُطرحُ.

ثالثًا: ضربُ المقاديرِ الجبريَّةِ

	التفُّ	البرتقالُ	الموزُ
مشترياتُ أحمدَ	$3kg=3x$	$5kg=5y$	$0kg=0z$
مشترياتُ محمَّدٍ	$7kg=7x$	$2kg=2y$	$5kg=5z$

1) إذا اشترى أحمدُ الكمِّيَّةَ نفسَها لمدَّةِ 5 أيَّام، فما إجماليُّ الكمِّيَّةِ التي اشتراها؟

	التفُّ	البرتقالُ	مجموعُ المشترياتِ
مشترياتُ أحمدَ في اليومِ الواحدِ	$3x$	$5y$	$3x+5y$
مشترياتُ أحمدَ في 5 أيَّ	$3x\times5=15$	$5y\times5=25y$	$5\times(3x+5y)=$ $15x+25y$

2) إذا اشترى محمَّدٌ الكمِّيَّةَ نفسَها لمدَّةِ 4 أيَّام، فما إجماليُّ الكمِّيَّةِ التي اشتراها؟

$$4\times(7x+2y+5z)=4\times7x+4\times2y+4\times5z=28x+8y+20z$$

3) أجدُ حاصلَ ضربِ مشترياتِ أحمدَ في مشترياتِ محمَّدٍ في اليومِ الواحدِ.

$$(3x+5y)\times(7x+2y+5z)=3x\times7x+3x\times2y+3x\times5z+5y\times7x+5y\times2y+5y\times5z=21x^2$$
$$+6xy+15xz+35xy+10y^2+25yz=21x^2+41xy+15xz+10y^2+25yz$$

عندَ ضربِ الحدودِ الجبريَّةِ؛ أضربُ المعاملَ في المعاملِ والمتغيِّرَ في المتغيِّرِ، ولا يُشترطُ تشابهُ الحدودِ.

أتذكَّرُ
عندَ الضربِ تُجمعُ الأُسسُ.

أُحاولُ 2

أجدُ حاصلَ ضربِ المقاديرِ الآتيةِ:

1) $(2x+4)(5d-3x)$
2) $2x(3y-4)$

التقويم الختامي

1) أُكملُ الفراغاتِ في الجدولِ الآتي:

	التفُّ	البرتقالُ	الموزُ	مجموعُ المشترياتِ
مشترياتُ أحمدَ	$3x$	$5y$	$0z$	$3x+5y$
مشترياتُ محمَّدٍ	$7x$	$2y$	$5z$	
المجموعُ	$10x$			

2) أُكملُ الفراغاتِ في الجدولِ الآتي:

	التفُّ	البرتقالُ	الموزُ	مجموعُ المشترياتِ
مشترياتُ أحمدَ	$3x$	$5y$	$0z$	$3x+5y$
مشترياتُ محمَّدٍ	$7x$	$2y$	$5z$	
حاصل ضربِ مشترياتِ أحمدَ ومحمَّدٍ	$21x^2$			

المجالُ الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحور المعادلاتُ

حلُّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ

- أُميِّزُ المعادلةَ الخطِّيَّةَ منْ غيرِها بشكلٍ صحيحٍ.
- أستعملُ الطرائقَ الجبريَّةَ لحلِّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ والمسائلِ المتعلِّقةِ بِها بشكلٍ صحيحٍ.

هوايةُ جمعِ الصورِ

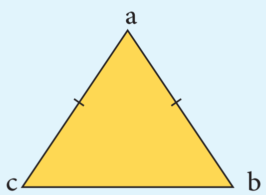
مهنَّدٌ وخالدٌ منْ محبّي جمعِ صورِ الحيواناتِ، جمعَ مهنَّدٌ $3x+4$ صورةً مختلفةً، وجمعَ خالدٌ $4\ (x-4)$ صورةً، وكانَ كلٌّ منهُما يملكُ العددَ نفسَهُ منَ الصورِ، فكمْ صورةً جمعَ كلٌّ منهُما؟

رابعًا: حلُّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ

ماذا سأتعلّم؟

- حلُّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ.

لوحةٌ منَ الكرتونِ على شكلِ مثلَّثٍ متساوي الساقَينِ abc، حيثُ $ab = ac$ وكانَ طولُ $ab = 3x + 2$ وطولُ $ac = 5x - 4$. أجدُ قيمةَ x ومجموعَ طولَيْهما.



مثالٌ 3: أجدُ حلَّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ الآتيةِ:

$3(2x-4)=4x+6$	
أُوزِّعُ الضربَ على الجمعِ	$6x - 12 = 4x + 6$
	$6x - 12 = 4x + 6$
أطرحُ منْ طرفَي المعادلةِ $4x$	$-4x \qquad -4x$
ناتجُ الطرحِ	$2x - 12 = 6$
	$2x - 12 = 6$
أجمعُ إلى طرفَي المعادلةِ الناتجةِ 12	$+12 \quad +12$
ناتجُ الجمعِ	$2x = 18$
أقسِمُ طرفَي المعادلةِ الناتجةِ على 2	$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$
ناتجُ القسمةِ	$x = 9$
	قيمةُ x تُمثِّلُ حلَّ المعادلةِ
أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ	$3(2 \times 9 - 4) = 4 \times 9 + 6$
أُعوِّضُ قيمةَ $x = 9$ في المعادلةِ	$3(18 - 4) = 36 + 6$
	$3 \times 14 = 42$
	$42 = 42$
	بِما أنَّ الطرفَينِ متساويانِ؛ فالحلُّ صحيحٌ.

أُحاول 1

أجدُ حلَّ المعادلاتِ الآتيةِ:

a) $4(3y - 1) = 7y + 6$

b) $2(4x + 3) = 4(x - 1)$

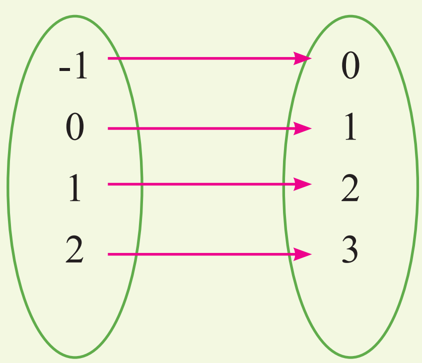
المجالُ الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحور الاقتراناتُ

الاقترانُ

- **أتعرَّفُ إلى الاقترانِ الخطِّيِّ.**
- **أُعبِّرُ عنِ الاقترانِ الخطِّيِّ بطرائقَ مختلفةٍ، مثلِ: جدولِ القِيَمِ، والمعادلةِ الجبريَّةِ.**

- أُعبِّرُ عنِ الاقترانِ في المخطَّطِ السهميِّ بمعادلةٍ جبريَّةٍ.



أوّلًا: الاقتران

ماذا سأتعلّم؟

- أتعرَّفُ إلى الاقترانِ الخطِّيِّ.
- أُعبِّرُ عنِ الاقترانِ الخطِّيِّ بطرائقَ مختلفةٍ، مثلِ جدولِ القِيَمِ، والمعادلةِ الجبريَّةِ.

تجارةٌ: يبيعُ تاجرٌ قطعًا منَ الملابسِ عنْ طريقِ العرضِ عبرَ موقعٍ إلكترونيٍّ، معَ إمكانيَّةِ التوصيلِ إلى المشتري في محلِّ إقامتِهِ. إذا كانَ ثمنُ إحدى قطعِ الملابسِ 10 دنانيرَ، وتكلفةُ التوصيلِ 3 دنانيرَ، فما تكلفةُ شراءِ 6 قطعٍ منْ هذا النوعِ؟

عددُ القطعِ x	1	2	3	4
التكلفةُ y	13	23	33	43

الاقترانُ: علاقةٌ تربطُ كلَّ قيمةٍ منَ المُدخلاتِ بقيمةٍ واحدةٍ فقطْ منَ المُخرجاتِ.

عندَ شراءِ قطعةٍ منَ الملابسِ؛ فإنَّ تكلفتَها ستكونُ ثمنَ القطعةِ الواحدةِ بالإضافةِ إلى تكلفةِ التوصيلِ $13 = 3 + 10$، أمّا إذا كانتا قطعتَينِ؛ فأضربُ ثمنَ القطعةِ في 2، ثمَّ أجمعُ ثمنَ التوصيلِ $2 \times 10 + 3 = 23$

إذا افترضتُ أنَّ عددَ القطعِ x فإنَّ المبلغَ المدفوعَ سيكونُ عددَ القطعِ مضروبًا في ثمنِ الواحدةِ مِنْها، بالإضافةِ إلى تكلفةِ التوصيلِ $10x + 3$. تُسمّى العلاقةُ بينَ عددِ القطعِ منَ الملابسِ x والتكلفةِ y الاقترانَ، وتُسمّى $y=10x+3$ قاعدةَ الاقترانِ، وتتغيَّرُ المُخرجةُ y بتغيُّرِ المُدخلةِ x.

ويُمكنُني التعبيرُ عنِ الاقترانِ بطرائقَ مختلفةٍ، مثلِ جدولِ القِيَمِ، والمعادلةِ الجبريَّةِ، على صورةِ مخطَّطٍ سهميٍّ.

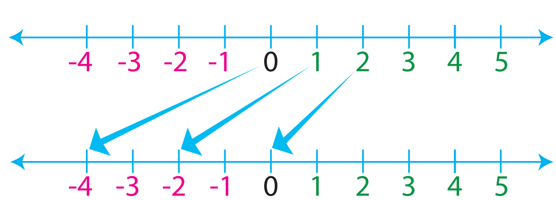
مثالٌ 1: أُكوِّنُ جدولَ قِيَمٍ للاقترانِ $y= 2x-4$ ، ثمَّ أُمثِّلُها بمخطَّطٍ سهميٍّ.

أُلاحظُ أنَّ قاعدةَ الاقترانِ هيَ الضربُ في العددِ 2، ثم طرحُ العددِ 4

لتكوينِ جدولِ القِيَمِ، أختارُ قِيَمَ x (المُدخلاتِ)، ثمَّ أُطبِّقُ علَيْها قاعدةَ الاقترانِ؛ لأجدَ قِيَمَ y (المُخرجاتِ).

المُخرجةُ y	المُدخلةُ x
$2 \times 0 - 4 = -4$	0
$2 \times 1 - 4 = -2$	1
$2 \times 2 - 4 = 0$	2

مخطَّطٌ سهميٌّ



مثالٌ 2: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ قِيَمَ المُدخلاتِ والمُخرجاتِ لاقترانٍ ما.

المُدخلة x	المُخرجةُ y
-1	5
0	8
1	11
2	14

1) أصفُ بالكلماتِ قاعدةَ الاقترانِ.

بما أنَّ المُدخلاتِ متباعدةٌ بمقدارِ 1، والمُخرجاتِ متباعدةٌ بمقدارِ 3؛ فإنَّ

الجزءَ الأوّلَ منَ القاعدةِ هوَ الضربُ بـ 3 $3x$

وكيْ تكونَ صورةُ العددِ 0 هيَ 8، يجبُ أنْ تحتويَ القاعدةُ على جمعِ العددِ 8

إذْ إنَّ $3 \times 0 + 8 = 8$، (الضربُ بـ 3، ثمَّ جمعُ 8). نتأكّدُ منَ القاعدةِ بتطبيقِها على مُدخلاتٍ أُخرى.

2) أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ بصورةِ معادلةٍ $y=3x+8$.

أُحاولُ 1

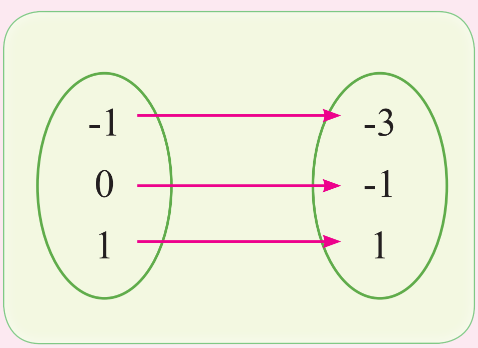
1- أُكملُ جدولَ القِيَمِ الآتي للاقترانِ $y=5x+11$

المُدخلةُ x	المُخرجةُ y
0	
1	
2	
3	

2- بالنظرِ إلى المخطَّطِ السهميِّ الآتي:

1) أصفُ قاعدةَ الاقترانِ.

2) أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ.



المجالُ الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحور الاقتراناتُ

تمثيلُ الاقترانِ الخطِّيِّ بيانيًّا

- أُمثِّلُ الاقترانَ الخطِّيَّ بيانيًّا.

كيفَ أُحدِّدُ موقعَ الاقترانِ

$y= 3x+ 2$

على المستوى البيانيِّ؟

ثانيًا: تمثيلُ الاقترانِ الخطِّيِّ بيانيًّا

ماذا سأتعلّم؟

- ارسمُ الاقترانَ الخطِّيَّ على المستوى الإحداثيِّ.

إذا كانتْ لديَّ المعادلةُ $5x+y=3$ فكيفَ يُمكنُني أنْ أُحدِّدَ إذا كانتِ النقطةُ $(2,3)$ هيَ إحدى حلولِ المعادلةِ أمْ لا؛ منْ دونِ حسابِها؟

معلومةٌ

النقاطُ جميعُها التي تقعُ على منحنى الاقترانِ، هيَ حلولٌ لمعادلتِهِ.

كيفَ أعرفُ إذا كانتِ النقطةُ $(2, 3)$ تقعُ على منحنى الاقترانِ $5x+y = 3$؟

كيْ أستطيعَ أنْ أُحدِّدَ ذلكَ، لا بدَّ لي منْ معرفةِ موقعِ الاقترانِ على المستوى الإحداثيِّ، وذلكَ بالخطواتِ الآتيةِ:

1) أُكوِّنُ جدولًا منْ 3 أعمدةٍ، بحيثُ يكونُ عمودٌ للمتغيِّرِ x، وعمودٌ للمتغيِّرِ y، وعمودٌ للزوجِ المرتَّبِ الناتجِ.

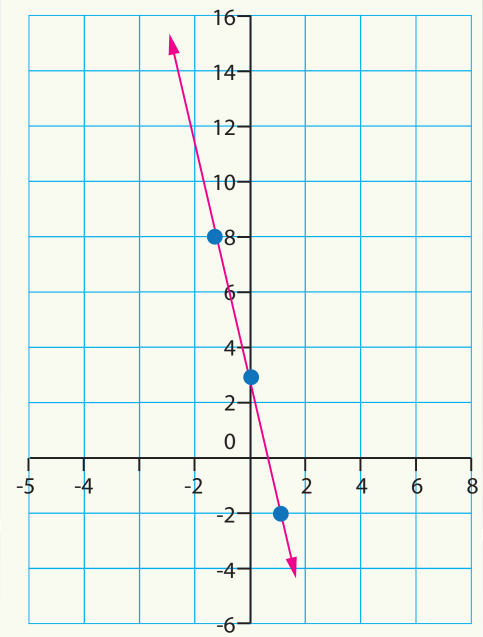
2) افترضُ 3 قِيَمٍ للمتغيِّرِ x بوصفِها مُدخلاتٍ، وأجدُ قيمةَ y بوصفِها مُخرجاتٍ لها، ثمَّ أكتبُ الزوجَ المرتَّبَ الناتجَ.

x	$y=3-5x$	(x, y)
1	**-2**	**(1,-2)**
0	**3**	**(0,3)**
-1	**8**	**(-1,8)**

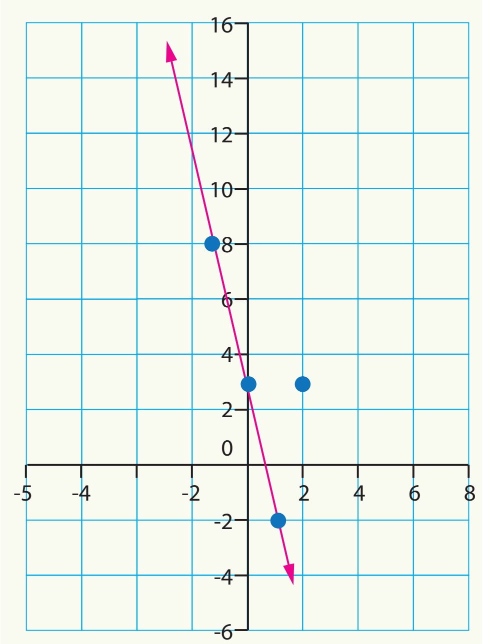
3) أُمثِّلُ الأزواجَ المرتَّبةَ على المستوى الإحداثيِّ، وأصِلُ بينَها بخطٍّ مستقيمٍ.

معلومةٌ

يُسمّى الاقترانُ الخطِّيُّ هذا الاسمَ لأنَّهُ خطٌّ مستقيمٌ.



بعدَ أنْ حدَّدتُ موقعَ الاقترانِ، يُمكنُني الآنَ أنْ أُحدِّدَ النقطةَ المطلوبةَ على المستوى الإحداثيِّ؛ لأعرِفَ إذا كانتْ حلًّا للمعادلةِ أمْ لا.



أُلاحِظُ منَ الرسمِ أنَّ النقطةَ (3 , 2) لا تقعُ على منحنى الاقترانِ؛ إذنْ: هيَ ليستْ حلًّا لمعادلتِهِ.

أُحاولُ 1

1) أرسمُ الاقترانَ $y=2x+1$ على المستوى الإحداثيِّ.

2) هلِ النقطةُ (4 , 5) تقعُ على منحنى الاقترانِ؟

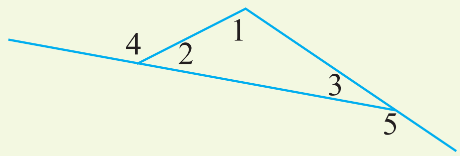
المجالُ الهندسةُ والقياسُ

المحور المستقيماتُ والزوايا والمضلعات

الزاويةُ الداخليَّةُ والزاويةُ الخارجيَّةُ في المثلَّثِ

- أُبرِّرُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الداخليَّةِ والخارجيَّةِ في مثلَّثٍ.
- أجدُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ ناتجةٍ عنْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمَينِ متوازيَّينِ.

أُحدِّدُ الزوايا الداخليَّةَ والزاويةَ الخارجيَّةَ في الشكلِ الآتي:



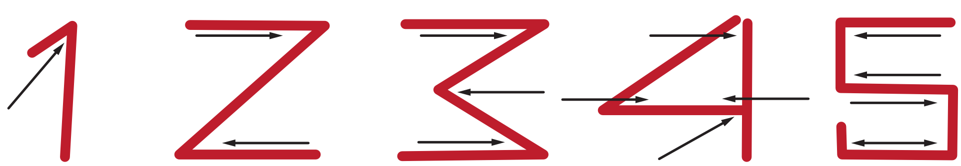
زوايا المثلَّثُ

ماذا سأتعلّم؟

- أُميِّزُ بينَ الزوايا الداخليَّةِ والخارجيَّةِ للمثلَّثِ.
- أفهمُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الداخليَّةِ والخارجيَّةِ.
- أجدُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ ناتجةٍ عنْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمَينِ متوازيَّينِ.

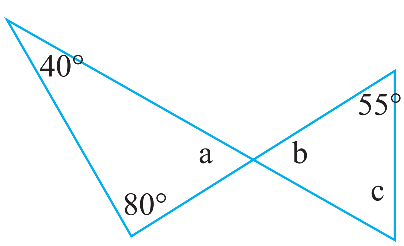
في حوارٍ معَ والدِهِ، عبَّرَ وليدٌ عنْ استغرابِهِ منْ استعمالِ كتابِ الرياضيّاتِ الأرقامَ الإنجليزيَّةَ بدلًا منَ الأرقامِ العربيَّةِ، وزادَ استغرابُ وليدٍ عندَما أخبرَهُ والدُهُ أنَّ هذِهِ الأرقامَ هيَ أرقامٌ عربيَّةٌ وضعَها العالِمُ الخوارزميُّ على أساسِ عددِ الزوايا (الحادَّةِ والقائمةِ) في كلِّ رقْمٍ. فمثلًا الرقمُ 4 يتكوَّنُ منْ 4 زوايا، وهوَ مثلَّثٌ قائمُ الزاويةِ مُدَّ أحدُ أضلاعِهِ.

- كمْ زاويةً داخليَّةً لمثلَّثِ الرقْمِ 4؟
- كمْ زاويةً خارجيَّةً لمثلَّثِ الرقْمِ 4؟



يُشكِّلُ كلُّ ضلعَينِ في مثلَّثٍ زاويةً داخليَّةً، ومجموعُ قياساتِ هذِهِ الزوايا الداخليَّةِ الثلاثِ يُساوي 180°.

مثالٌ: بناءً على الشكلِ المجاورِ، أجدُ كلًّا ممّا يأتي:



1) $m\angle a$

$80° + 40° + m\angle a = 180°$

$120° + m\angle a = 180°$

$m\angle a = 60°.$

2) $m\angle b$

$m\angle a = m\angle b = 60°$ زوايا متقابلةٌ بالرأسِ

أُحاول 1

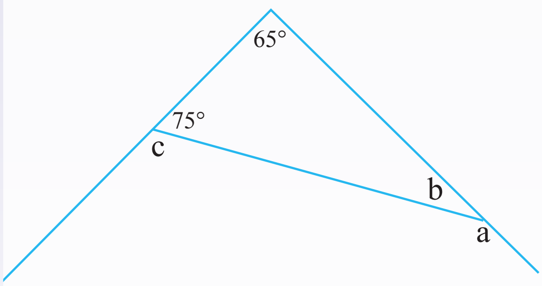
أجدُ:

$m\angle c$

معلومةٌ

كلُّ زاويتَينِ متقابلتَينِ بالرأسِ، لهُما القياسُ نفسُهُ.

مثالٌ: بناءً على الشكلِ المجاورِ؛ أجدُ قياسَ الزوايا المجهولةِ.



1) $m\angle a$

الزاويةُ a هيَ زاويةٌ خارجيَّةٌ بالنسبةِ إلى المثلَّث.

$m\angle a =$ مجموعَ قياسِ الزاويتَينِ البعيدتَين

$= 75° + 65° = 140°$

2) $m\angle b$

$75° + 65° + m\angle b = 180°$

$140° + m\angle b = 180°$

$m\angle b = 40°$

هلْ يُمكنُني إيجادُ $m\angle b$ بطريقةٍ مختلفةٍ؟

أُحاولُ 1

أجدُ:

$m\angle c$

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحور النسبةُ، والتناسبُ، والنسبةُ المئويَّةُ

تناسبٌ، طرفا التناسبِ، نسبتانِ متكافئتانِ، وسطا التناسبِ.	**الضربُ التبادليُّ، حلُّ التناسبِ.**
- أجدُ نسبًا مكافئةً لنسبةٍ مُعطاةٍ باستعمالِ الضربِ. - أجدُ نسبًا مكافئةً لنسبةٍ مُعطاةٍ باستعمالِ القسمةِ.	- أبرِّرُ حُكمي على نسبتَينِ أنَّهما تُشكِّلانِ تناسبًا. - أُكملُ تناسبًا.
إذا كانَ ثمنُ 12 حبَّةَ شوكلاتةٍ 1.8 منَ الدينارِ؛ فَما ثمنُ 50 حبَّةً منَ النوعِ نفسِهِ؟	أحلُّ التناسبَ الآتيَ: $\frac{1}{3} = \frac{d}{4 - d}$

أوّلًا: التناسبُ

ماذا سأتعلّم؟

- أجدُ نسبًا مكافئةً لنسبةٍ مُعطاةٍ باستعمالِ الضربِ.
- أجدُ نسبًا مكافئةً لنسبةٍ مُعطاةٍ باستعمالِ القسمةِ.
- أُبرِّرُ حُكمي على نسبتَينِ أنَّهُما تُشكِّلانِ تناسبًا.

قرأتْ جَنى 5 صفحاتٍ منْ كتابٍ خلالَ دقيقتَينِ، فكمْ دقيقةً تحتاجُ لقراءةِ 45 صفحةً؟

التناسبُ: مُساواةٌ بينَ نسبتَينِ، وفي هذِهِ الحالةِ تُسمَّيان نسبتَينِ متكافئتَينِ.

بالرموزِ: $a{:}b = c{:}d$ أوْ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ إذْ إنَّ $d \neq 0$ ، $b \neq 0$

تُسمّى d ، a طرفَي التناسبِ، أمّا b ، c فتُسمّى وسطَي التناسبِ.

$$\underbrace{a{:}\overbrace{b = c}^{\text{وسطا التناسبِ}}{:}d}_{\text{طرفا التناسبِ}}$$

مثالٌ 1: هلْ تُمثِّلُ كلُّ نسبتَينِ ممّا يأتي تناسبًا أمْ لا؟ 10:15 , 14 :21 .

الحلُّ: أُبسِّطُ النسبتَينِ:

$$\frac{14}{21} \xrightarrow{\div 7} \frac{2}{3} \qquad \frac{10}{15} \xrightarrow{\div 5} \frac{2}{3}$$

بِما أنَّ النسبتَينِ متساويتانِ بعدَ التبسيطِ، إذنْ: تُشكِّلانِ تناسبًا.

أُحاولُ 2

هلْ تُمثِّلُ كلُّ نسبتَينِ ممّا يأتي تناسبًا أمْ لا؟ أُبرِّرُ إجابَتي.

1) $\frac{3}{15}$ ، $\frac{1.2}{6}$ 2) $\frac{10}{8}$ ، $\frac{5}{4}$ 3) $\frac{3.2}{8}$ ، $\frac{4.2}{9}$ 4) $\frac{5}{7}$ ، $\frac{10}{35}$

في أيِّ تناسبٍ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يكونُ حاصلُ ضربِ طرفَي التناسبِ، مُساويًا لحاصلِ ضربِ وسطَي التناسبِ: $a \times d = b \times c$ ، وتُسمّى هذهِ الخاصّيَّةُ الضربَ التبادليَّ.

إذا كانَ أحدُ أطرافِ التناسبِ غيرَ معروفٍ؛ فإنَّهُ يُمكننُا استعمالُ خاصّيَّةِ الضربِ التبادليِّ لإيجادِهِ، وهذا يُسمّى حلَّ التناسبِ.

مثالٌ 2: أحلُّ كلًّا منَ التناسباتِ الآتيةِ:

$$\frac{17}{8} = \frac{x}{20}$$

خاصّيَّةُ الضربِ التبادليِّ $x \times 8 = 17 \times 20$

أضرِبُ $8x = 340$

أقسِمُ طرفَي المعادلةِ علَى 8 $\frac{8x}{8} = \frac{340}{8}$

أُبسِّطُ $x = 42.5$

$$\frac{81}{y+3} = \frac{45}{y-3}$$

خاصّيَّةُ الضربِ التبادليِّ $81(y-3) = 45(y+3)$

خاصّيَّةُ التوزيعِ $81y - 243 = 45y + 135$

أطرحُ منَ الطرفَينِ 45y :

$36y - 243 = 135$

أجمعُ للطرفَينِ 243: $36y = 378$

أقسمُ علَى 36: $\frac{36y}{36} = \frac{378}{36}$

أُبسِّطُ. $y = 10.5$

أُحاولُ 3

أحلُّ كلًّا منَ التناسباتِ الآتيةِ:

$$\frac{3}{5} = \frac{X}{X-8} \qquad \frac{y}{55} = \frac{1}{3}$$

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحور الأعدادُ النسبيَّةُ والعمليّاتُ عليها

التناسبُ الطرديُّ

- أُميِّزُ التناسبَ الطرديَّ.
- أكتبُ معادلةَ التناسبِ الطرديِّ؛ بإيجادِ ثابتِ التناسبِ.

التناسبُ العكسيُّ

- أُميِّزُ التناسبَ العكسيَّ.
- أكتبُ معادلةَ التناسبِ العكسيِّ؛ بإيجادِ ثابتِ التناسبِ.

استهلاكُ الماءِ

إذا استهلكتْ عائلةٌ مكوَّنةٌ منْ 4 أفرادٍ $12m^3$ منَ الماءِ في الشهرِ الواحدِ، واستهلكتْ عائلةٌ أُخرى مكوَّنةٌ منْ 6 أفرادٍ $18m^3$ منَ الماءِ في الشهرِ الواحدِ، فَما نوعُ التناسبِ بينَ عددِ أفرادِ العائلةِ وكمِّيَّةِ استهلاكِ الماءِ؟ أكتبُ معادلةَ التناسبِ.

التدفئةُ

سجَّلَ عاملٌ في محطَّةِ محروقاتٍ بيعَ 1000 لترٍ منْ مادَّةِ الكازِ، في يومٍ كانتْ درجةُ الحرارةِ فيهِ 20 درجةً مئويَّةً، وسجَّلَ بيعَ 10000 لترٍ منَ المادَّةِ نفسِها في يومٍ كانتْ درجةُ حرارتِهِ درجتَينِ مئويَّتَينِ. ما نوعُ التناسبِ بينَ درجةِ الحرارةِ وكمِّيَّةِ الكازِ المبيعةِ؟ أكتبُ معادلةَ التناسبِ.

ثانيًا : التناسبُ الطرديُّ

ماذا سأتعلّم؟

- أتعرّفُ التناسبَ الطرديَّ.
- أجدُ ثابتَ التناسبِ.
- أكتبُ معادلةَ التناسبِ.

الجدولُ الآتي يُمثّلُ كمّيّةَ البنزينِ x باللترِ اللازمةَ لعددِ الكيلومتراتِ y التي تقطعُها سيّارة.

البنزينُ x لترٍ	2	5	10	30
الكيلومتراتُ y	20	50	100	300

- ما التناسبُ بينَ المتغيِّرَينِ x, y؟
- ما معادلةُ هذا التناسبِ؟

كم لترا من البنزين تحتاج السيارة لتقطع مسافة 500km؟

ألاحظُ أنَّ عددَ لتراتِ البنزينِ يزدادُ معَ زيادةِ عددِ الكيلومتراتِ المقطوعةِ؛ أيْ إنَّهُ كلَّما زادتِ المسافةُ المقطوعةُ زادَ عددُ لتراتِ البنزينِ اللازمةِ، والعكسُ صحيحٌ.

البنزينُ x لترٍ	2	5	10	30

يزدادُ

يقلّ

الكيلومتراتُ y	20	50	100	300

وهذا يُسمّى التناسبَ الطرديَّ؛ لذا، يجبُ أنْ تكونَ العلاقةُ بينَ المتغيِّرَينِ y ، x كَما يأتي:

$$\frac{y}{x} = \frac{20}{2} = \frac{50}{5} = \frac{100}{10} = \frac{300}{30} = 10 = k$$

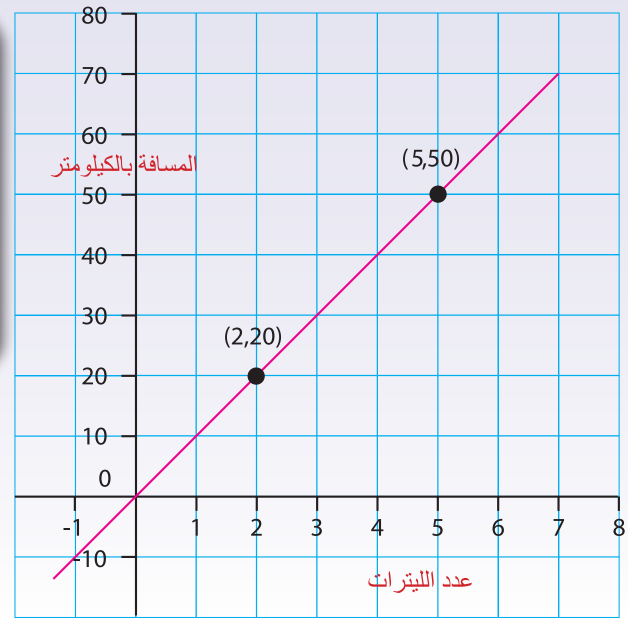
أيْ إنَّ حاصلَ القسمةِ يُنتجُ عددًا ثابتًا في كلِّ مرَّةٍ، وهوَ ما يُسمّى ثابتَ التناسبِ. إذنْ:

$$\frac{y}{x} = k \longrightarrow y = kx$$

وهيَ معادلةُ التناسبِ الطرديِّ.

أتذكرُ عمليّةَ الضربِ التبادليِّ.

إذا مثَّلتُ النقاطَ على المستوى البيانيِّ ووصلتُ بينَها بخطٍّ مستقيمٍ؛ فسينتجُ الشكلُ الآتي:



ألاحظُ أنَّ الخطَّ المستقيمَ يمرُّ بالنقطةِ (0,0) فهوَ تناسبٌ. كَما يُمكنُني إيجادُ قيمةِ ثابتِ التناسبِ منَ الرسمِ، بحيثُ أقسمُ قيمةَ الإحداثيِّ y لأيِّ نقطةٍ عَلى المستقيمِ على إحداثيها x.

معلومةٌ

ثابتُ التناسبِ هوَ معدَّلُ الوحدةِ لهذهِ العلاقةِ.

معلومةٌ

التناسبُ الطرديُّ: علاقةٌ بينَ المتغيِّرَينِ y ، x تكونُ فيها النسبةُ y:x ثابتةً بحيث $k=\frac{y}{x}$.
ويُسمّى k ثابتَ التناسبِ، وتكونُ معادلةُ التناسبِ هيَ: y=kx .

أُحاولُ 1

أدرسُ الجدولَ الآتيَ، ثمَّ أُكملُ الفراغاتِ في الجملِ التاليةِ لهُ:

y	10	12	14
x	5	6	7

- نوعُ التناسبِ بينَ المتغيِّرَينِ x,y هوَ: ....
- قيمةُ ثابتِ التناسبِ k = ...
- معادلةُ التناسبِ هيَ: ....

ثالثا: التناسبُ العكسيُّ

ماذا سأتعلّم؟

- أتعرَّف التناسبَ العكسيَّ.
- أجدُ ثابتَ التناسبِ.
- اكتبُ معادلةَ التناسبِ.

الجدولُ الآتي يُمثِّلُ عددَ العمالِ x وعددَ الأيَّام y اللازمةِ لإنجازِ العملِ نفسِهِ:

عدد العمال x	2	4	8
عدد الايام y	12	6	3

- ما التناسبُ بينَ المتغيِّرَين x, y؟
- ما معادلةُ هذا التناسبِ؟
- كمْ يومًا يحتاجُ 10 عمَّال لإنجازِ العملِ؟

ألاحظُ أنَّ عددَ العمالِ يزدادُ معَ نقصانِ عددِ الأيّامِ؛ أيْ إنَّهُ كلَّما زادَ عددُ العمّالِ قلَّ عددُ الأيّامِ اللازمةِ لإنجازِ العملِ.

عددُ العمالِ x	2	4	8

يزدادُ

عددُ الأيّامِ y	12	6	3

يتناقصُ

وهذا يسمّى التناسبَ العكسيَّ؛ لذا، يجبُ أنْ تكونَ العلاقةُ بينَ المتغيِّرَينِ x, y كَما يأتي:

$$y \times x = 2\times12 = 4\times6 = 8\times3 = 24 = k$$

أيْ إنَّ حاصلَ الضربِ يُنتجُ عددًا ثابتًا في كلِّ مرَّةٍ، وهوَ ما يُسمّى ثابتَ التناسبِ. إذنْ:

$$y \times x = k \longrightarrow y = \frac{k}{x}$$

وهيَ معادلةُ التناسبِ العكسيِّ.

أتذكّرُ
خصائصَ المساواةِ.

معلومةٌ

التناسبُ العكسيُّ: علاقةٌ بينَ المتغيِّرَينِ y، x تكونُ فيها النسبةُ $y:x$ ثابتةً، بحيثُ: $y \times x = k$

ويُسمّى k ثابتَ التناسبِ، وتكونُ معادلةُ التناسبِ هي $y = \frac{k}{x}$.

أُحاولُ 2

أدرسُ الجدولَ الآتيَ، ثمَّ أُكملُ الفراغاتِ في الجملِ التاليةِ لهُ:

y	10	12	14.4
x	7.2	6	5

- نوعُ التناسبِ بينَ المتغيِّرَينِ x, y هو: ....

- قيمةُ ثابتِ التناسبِ $k =$ ....

- معادلةُ التناسبِ هيَ: ....

المجالُ الأعدادُ والعمليّاتُ

المحور الأعدادُ النسبيَّةُ والعمليّاتُ

التقسيمُ التناسبيُّ

- أُوظِّفُ التقسيمَ التناسبيَّ؛ لحلِّ مسائلَ حياتيَّةٍ.

- أستعملُ التقسيمَ التناسبيَّ في إيجادِ نصيبِ الفردِ، حسبَ إسهامِهِ معَ عددٍ منَ الأفرادِ.

رابعًا : التقسيمُ التناسبيُّ

ماذا سأتعلّم؟

استعملُ مفهومَ التقسيمِ التناسبيِّ؛ لإيجادِ نصيبِ الأفرادِ.

أَلْوِنُ المستطيلَ.

يملكُ ياسرٌ عددًا منَ المربَّعاتِ الزرقاءِ، وتملكُ مَها عددًا منَ المربَّعاتِ الخضراءِ، ويملكُ صلاحٌ عددًا منَ المربَّعاتِ الحمراءِ. أسهمَ كلٌّ منْهُم بعددٍ منَ المربَّعاتِ لتلوينِ مستطيلٍ كَما في الشكلِ ومِساحتُهُ $90cm^2$.

أجدُ ما يأتي:

1) إسهامُ خالدٍ في عددِ المربَّعاتِ.

2) إسهامُ مَها في عددِ المربَّعاتِ.

3) إسهامُ صلاحٍ في عددِ المربَّعاتِ.

4) نسبةُ إسهامِ خالدٍ إلى مَها إلى صلاحٍ في المستطيلِ.

5) إذا قرَّروا قصَّ المستطيلِ بحيثُ يحصلُ كلٌّ منْهُم عَلى جزءٍ مِساحتُهُ حسبَ إسهامِهِ؛ فكمْ نصيبُ كلٍّ منْهُم؟

مثالٌ 3: أجدُ حلَّ الأسئلةِ الواردةِ في سؤالِ ألوانِ المستطيلِ.

الحلُّ:

	الاسمُ	اللونُ	عددُ المربَّعاتِ
(1	خالدٌ	الأزرقُ	7
(2	مَها	الأخضرُ	5
(3	صلاحٌ	الأحمرُ	6
	المستطيلُ		18

4) نسبةُ إسهامِ خالدٍ إلى مَها إلى صلاحٍ في المستطيلِ = 7 : 5 : 6 .

5) كيْ أجدَ نصيبَ كلٍّ منْهُم في مِساحةِ المستطيلِ؛ أستعملُ التقسيمَ التناسبيَّ حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

a) عددُ المربَّعاتِ الكلِّيُّ **(يُسمّى مجموعَ الحصصِ)**: $7+5+6=18$

b) لإيجادِ مِساحةِ المربَّعِ الواحدِ؛ أقسمُ مِساحةَ المستطيلِ على عددِ المربَّعاتِ: $90 \div 18 = 5$

(المِساحةُ الكلِّيَّةُ على عددِ الحصصِ، يُعطي الحصَّةَ الواحدةَ).

c) أجدُ نصيبَ كلٍّ منْهُم بضربِ عددِ الحصصِ في مقدارِ الحصَّةِ الواحدةِ:

نصيبُ خالدٍ $7 \times 5 = 35cm^2$

نصيبُ مَها $5 \times 5 = 25cm^2$

نصيبُ صلاحٍ $6 \times 5 = 30cm^2$

مثالٌ 4: وزَّعَ رجلٌ مبلغَ 30000 JD على 3 لجانِ زكاةٍ في 3 مناطقَ مختلفةٍ بنسبةِ 2 : 3 : 5. أجدُ نصيبَ كلِّ لجنةٍ.

الحلُّ:

1) مجموعُ الحصصِ: $5 + 3 + 2 = 10$

2) مقدارُ الحصَّةِ الواحدةِ: $30000 \div 10 = 3000$ DJ.

3) أضربُ مقدارَ الحصَّةِ الواحدةِ بنصيبِ كلِّ لجنةٍ:

a) لجنةُ الزكاةِ الأولى: $3000 \times 5 = 15000$ DJ

b) لجنةُ الزكاةِ الثانيةُ: $3000 \times 3 = 9000$ DJ

c) لجنةُ الزكاةِ الثالثةُ: $3000 \times 2 = 6000$ DJ

للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحلِّ؛ أجمعُ نصيبَ كلٍّ منْهُم ويجبُ أنْ يُساوي المبلغَ كاملًا:

$15000 + 9000 + 6000 = 30000$ **إذنْ:** الحلُّ صحيحٌ.

أُحاولُ

1) توفِّيَ رجلٌ عنْ تركةٍ مقدارُها 18600 دينارٍ، ولهُ ولدانِ وبنتانِ. أجدُ نصيبَ كلٍّ منْهُم منَ التركةِ.

2) أنشأَ 5 تجّارٍ شركةً للنقلِ برأسِ مالٍ 876000 دينارٍ، بنسبةِ 1:2:2:3:4. في نهايةِ العامِ، حقَّقتِ الشركةُ أرباحًا مقدارُها 45000 دينارٍ. أجدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ منَ الشركاءِ منَ الأرباحِ.

المجالُ الهندسةُ والقياسُ

المحور الدائرةُ

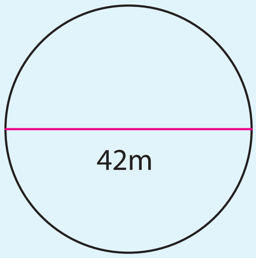
محيطُ الدائرةِ	مِساحةُ الدائرةِ
- أحسُبُ محيطَ الدائرةِ.	- أحسُبُ مِساحةَ الدائرةِ
- أجدُ محيطَ الدائرةِ التي طولُ قطرِها 21cm.	- أجدُ مِساحةَ الدائرةِ التي نصفُ قطرِها 20cm.

أوَّلًا: محيطُ الدائرةِ

ماذا سأتعلّم؟

- أحسُبُ محيطَ الدائرةِ.

حديقةٌ دائريَّةُ الشكلِ طولُ قطرِها يُساوي 42m، يُريدُ مالكُها إحاطتَها بسياجٍ.
ما طولُ السياجِ اللازمِ لإحاطةِ الحديقةِ؟



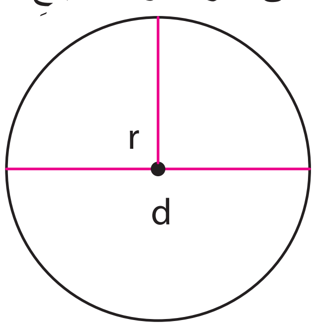
معلومةٌ

النسبةُ التقريبيَّةُ π: نسبةُ محيطِ الدائرةِ إلى طولِ قطرِها.
$\pi = 3.14$ أو $\pi = \frac{22}{7}$ تقريبًا.

$$\pi = \frac{\text{محيطُ الدائرةِ}}{\text{طولِ قطرِ الدائرةِ}}$$

$$\pi = \frac{C}{d}$$

المحيطُ: طولُ الخطِّ الذي يُحيطُ بشكلٍ ثنائيِّ البُعدِ مثلِ الدائرةِ أوِ المربَّعِ، وبمعنى آخرَ: طولُ السياجِ المحيطِ بالحديقةِ هوَ محيطُ الحديقةِ.



قانونُ محيطِ الدائرةِ:

يُرمزُ لمحيطِ الدائرةِ بالرمزِ C وبما أنَّ $\pi = \frac{C}{d}$
وعنْ طريقِ الضربِ التبادليِّ؛ نجدُ أنَّ
$C = \pi d$ أوْ $C = \pi \times 2r$، حيثُ d قطرُ الدائرةِ، و r نصفُ قطرِ الدائرةِ.

مثالٌ: أجدُ محيطَ الدائرةِ التي طولُ قطرِها 14cm. أستعملُ $\pi = \frac{22}{7}$ تقريبًا.

الحلُّ: صيغةُ محيطِ الدائرةِ : $C = \pi d$

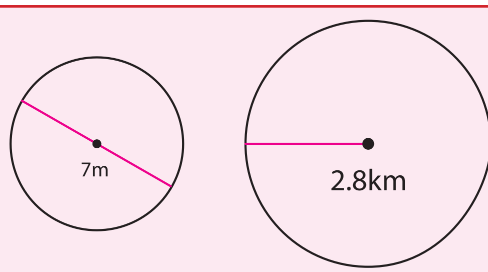
أُعوِّضُ: $\simeq \frac{22}{7} \times 14$

أقسمُ على العواملِ المشتركةِ: $\simeq 2 \times 22$

أجدُ الناتجَ: $\simeq 44\text{cm}$

أُحاولُ 1

أجدُ محيطَ الدائرتَينِ المجاورتَينِ:



ثانيًا: مِساحةُ الدائرةِ

ماذا سأتعلّم؟

- أحسُبُ مِساحةَ الدائرةِ.

طاولةٌ دائريةٌ، طولُ قطرِها 80cm،
تُريدُ رغدُ وضعَ غطاءٍ علَيْها.
ما مِساحةُ الغطاءِ اللازمِ لتغطيةِ سطحِ الطاولةِ؟

قانونُ مِساحةِ الدائرةِ:

يُرمزُ لمِساحةِ الدائرةِ بالرمزِ A.

$A = \pi r^2$

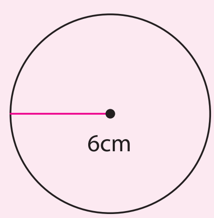
مثالٌ: أجدُ مِساحةَ دائرةٍ نصفُ قطرِها 10cm . حيثُ $\pi = 3.14$ تقريبًا.

الحلُّ:

$$A = \pi r^2$$
$$\simeq 3.14 \times (10)^2$$
$$\simeq 314 \text{ cm}^2$$

أُحاولُ 2

أجدُ مساحةَ الدائرةِ في الشكلِ المجاورِ:



المجالُ تحليلُ البياناتِ والاحتمالاتِ

المحور مقاييسُ النزعةِ المركزيَّةِ

المدى	القيمةُ المتطرِّفةُ	الوسطُ الحسابيُّ
ـ أجدُ المدى.	ـ أتعرَّفُ القيمةَ المتطرِّفةَ.	ـ أحسُبُ الوسطَ الحسابيَّ لبياناتٍ مفردةٍ أوْ منظَّمةٍ في جداولَ تَكراريَّةٍ.

أحسُبُ الوسطَ الحسابيَّ للبياناتِ الآتيةِ:

12,19,11,16,69,12,9,15,18

أُحدِّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ للبياناتِ الآتيةِ:

12,19,11,16,69,12,9,15,18

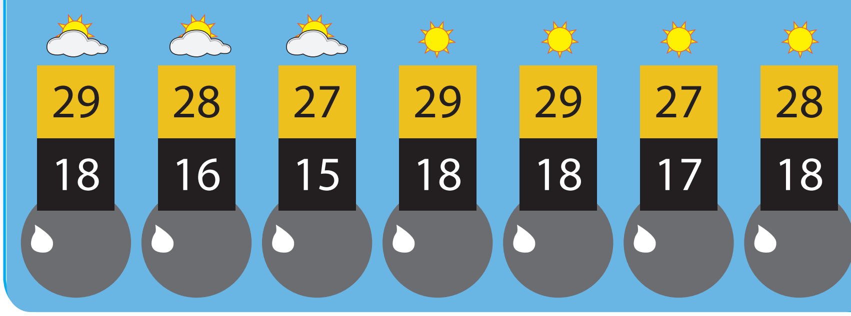
أجدُ المدى للبياناتِ الآتيةِ:

12,19,11,16,69,12,9,15,18

ماذا سأتعلّم؟

- أتعرَّفُ مقاييسَ النزعةِ المركزيَّةِ.
- أجدُ الوسطَ الحسابيَّ.
- أتعرَّفُ القيمةَ المتطرِّفةَ.

بينَما كانتْ عائلةُ خلودَ تتابعُ النشرةَ الجوِّيَّة، قالَ المذيعُ: أمّا معدَّلُ درجاتِ الحرارةِ غدًا، فسيتراوحُ بإذنِ اللهِ بينَ 29 نهارًا و18 ليلًا. وهُنا سألتْ خلودُ أمَّها: ما المقصودُ بمعدَّلِ درجاتِ الحرارةِ؟



الوسطُ الحسابيُّ (المعدَّلُ): مجموعُ القِيَمِ مقسومًا على عددِها، ويُرمزُ لهُ بالرمزِ $\overline{x}$ وتُقرأُ x بار، وهوَ منْ مقاييسِ النزعةِ المركزيَّةِ وأكثرِها استعمالًا. ومقاييسُ النزعةِ المركزيَّةِ تصفُ مركزَ البياناتِ.

مثال: إذا كانتْ أُجورُ عمّالِ مصنعٍ على النحوِ الآتي؛ 400، 420، 400، 445، 400، 425، 395، 385، 405

1) فأجدُ الوسطَ الحسابيَّ لأُجورِ العمّالِ:

أجمعُ القِيَمَ وأقسمُها على عددِها:

$$\overline{x} = \frac{(400+420+400+445+400+425+395+385+405)}{9} = 408.3$$

إذنْ: الوسطُ الحسابيُّ = 408.3

2) إذا علمتُ أنَّ مديرَ المصنعِ يتقاضى أجرًا مقدارُهُ 3500 دينارٍ، فأجدُ الوسطَ الحسابيَّ لأُجورِ العمالِ معَ المديرِ:

أجمعُ القِيَمَ وأقسمُها على عددِها:

$$\overline{x} = \frac{(400+420+400+445+400+425+395+385+405+3500)}{10} = 717.5$$

إذنْ: الوسطُ الحسابيُّ = 717.5

أُلاحظُ أنَّ أجرَ المديرِ أكبرُ بكثيرٍ منْ أُجورِ بقيَّةِ العمّال، مما أثَّرَ في قيمةِ الوسطِ الحسابيِّ، وأدّى إلى إزاحةِ الوسطِ الحسابيِّ نحوَهُ.

تُسمّى القيمةُ الأكبرُ بكثيرٍ أوِ الأصغرُ بكثيرٍ منْ بقيَّةِ البياناتِ قيمةً متطرِّفةً. ومنْ ثَمَّ، يُعدُّ أجرُ المديرِ قيمةً متطرِّفةً.

يُمكنُني وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ الوسيطِ، وهوَ العددُ الذي يتوسَّطُ في البياناتِ المرتَّبةِ تصاعديًّا أوْ تنازليًّا، عندَما يكونُ عددُها فرديًّا، أوْ هوَ الوسطُ الحسابيُّ للعددَينِ الأوسطَينِ، عندَما يكونُ عددُ البياناتِ زوجيًّا.

بترتيبِ أُجورِ العمّال تصاعديًّا أوْ تنازليًّا:

3500 , 445, 425, 420, 405, 400 , 400 , 400 , 395 , 385

عددُ البياناتِ زوجيٌّ.

أجدُ أنَّ القيمتَينِ 405 و400 تتوسَّطُ القيم.

إذنْ: الوسيطُ هوَ $402.5 = \dfrac{(405+400)}{2}$

ويُمكنُني أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ المنوالِ، وهوَ القيمةُ الأكثرُ تَكرارًا في البياناتِ. أُلاحظُ أنَّ القيمةَ 400 هيَ القيمةُ الأكثرُ تَكرارًا، إذنْ: المنوالُ = 400

إنَّ مقاييسَ النزعةِ المركزيَّةِ تصفُ مركزَ البياناتِ، إلّا أنَّها لا تُقدِّمُ أيَّ معلومةٍ عنْ تشتُّتِ البياناتِ وتباعدِها، ولقياسِ مقدارِ تشتُّتِ البياناتِ وتباعدِها أستعملُ المدى، وهوَ يُساوي الفرقَ بينَ أكبرِ قِيَمِ البياناتِ وأصغرِها.

في المثالِ السابقِ، أجدُ المدى في الحالتَينِ:

أوَّلًا: أُجورُ العمّال فقطْ:

أكبرُ القِيَمِ هيَ 445، وأصغرُ القِيَم هيَ 385، إذنْ: المدى: $445 - 385 = 60$

ثانيًا: أُجورُ العمّال معَ أجرِ المديرِ:

أكبرُ القِيَمِ هيَ 3500، وأصغرُ القِيَم هيَ 385، إذنْ: المدى: $3500 - 385 = 3115$

إذنْ: أُجورُ العمّال فقطْ أكثرُ تجانسًا منْ أُجورِ العمّال معَ أجرِ المديرِ؛ لأنَّ قيمةَ المدى لأجورِهِم أقلُّ.

مثال: سألتْ مدرِّبةُ النادي الصيفيِّ المشاركينَ عنْ أعمارِهِم ونظَّمتِ البياناتِ في الجدولِ التكراريِّ الآتي، أجدُ ما يأتي:

التكرارُ	أعمارُ المشاركينَ
2	11
2	12
5	13
4	14
1	15

1) الوسطُ الحسابيُّ لهذهِ البياناتِ:

الطريقةُ 1:

أجمعُ القِيَمَ وأقسمُها على عددِها

$$\bar{x} = \frac{(11+11+12+12+13+13+13+13+13+14+14+14+14+15)}{14} = \frac{(182)}{14} = 13$$

إذنْ: الوسطُ الحسابيُّ = 13.

الطريقةُ 2:

يُمكنُني إيجادُ مجموعِ القِيَمِ؛ بضربِ كلٍّ منْها بتَكرارِها، كَما في الجدولِ الآتي:

أقسمُ مجموعَ نواتجِ الضربِ، على مجموعِ التكراراتِ:

التكرارُ × أعمارِ المشاركينَ	التكرارُ	أعمارُ المشاركينَ
$11 \times 2 = 22$	2	11
$12 \times 2 = 24$	2	12
$13 \times 5 = 65$	5	13
$14 \times 4 = 56$	4	14
$15 \times 1 = 15$	1	15
182	**14**	**المجموعُ**

$$\bar{x} = \frac{182}{14} = 13$$

وهيَ القيمةُ نفسُها التي حصلتُ علَيْها في الطريقةِ الأولى.

2) الوسيطُ:

أرتِّبُ البياناتِ تصاعديًّا أوْ تنازليًّا.

عددُ البياناتِ فرديٌّ: 11 12 13 14 15

إذنْ: الوسيطُ = 13

3) المنوالُ:

الأكثرُ تَكرارًا: بالنظرِ إلى الجدولِ أجدُ أنَّ العمرَ الأكثرَ تَكرارًا هو13. إذنْ: المنوالُ = 13.

4) المدى: أكبرُ قيمةٍ – أصغرِ قيمةٍ: $15 - 11 = 4$

أُحاولُ 1

إذا انضمَّ 7 مشاركينَ في عمرِ 10 سنواتٍ، فأُرتِّبُ البياناتِ في جدولٍ تَكراريٍّ، ثمَّ أجدُ الوسطَ الحسابيَّ والوسيطَ والمنوالَ والمدى.

المجالُ تحليلُ البياناتِ والاحتمالاتِ

المحور الاحتمالاتُ

الاحتمالاتُ

- أحسُبُ احتمالَ وقوعِ الحادثِ.

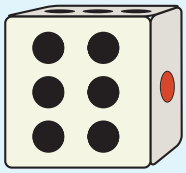
أمثلةٌ على التجاربِ العشوائيَّةِ	النواتجُ الممكنةُ
إلقاءُ قطعةِ نقدٍ معدنيَّةٍ.	صورةٌ، كتابةٌ
إلقاءُ حجرِ نردٍ منتظم.	1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6
سحبُ بطاقةٍ منْ مجموعةِ بطاقاتٍ متماثلةٍ مرقّمةٍ من (1 – 10)	1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10
سحبُ كرةٍ عشوائيًّا منْ كيسٍ يحتوي على كراتٍ متماثلةٍ في الحجمِ ألوانُها: أصفرُ، أخضرُ، أحمرُ، أزرقُ.	أصفرُ، أخضرُ، أحمرُ، أزرق.

الاحتمالاتُ

ماذا سأتعلّم؟

- أحسُبُ احتمالَ وقوعِ الحادثِ.

في تجربةِ إلقاءِ حجرِ النردِ وملاحظةِ الوجهِ العلويِّ لهُ، ما احتمالُ ظهورِ عددٍ زوجيٍّ عندَ إلقائهِ؟
وهلْ يُمكنُ ظهورُ العددِ 7 على الوجهِ العلويِّ؟



الفضاءُ العينيُّ: مجموعةُ كلِّ النواتجِ المتوقَّعِ حدوثُها، عندَ إجراءِ تجربةٍ عشوائيَّةٍ ما.
أمثلةٌ على الفضاءِ العينيِّ:
الفضاءُ العينيُّ في تجربةِ إلقاءِ قطعةِ نقدٍ معدنيَّةٍ، هوَ مجموعةُ كلِّ النواتجِ الممكنةِ: {صورةٌ، كتابةٌ} = Ω
وعددُ النواتجِ الممكنةِ هوَ 2
في تجربةِ ألقاءِ حجرِ النردِ مرَّةً واحدةً؛ فإنَّ مجموعةَ النواتجِ المتوقَّعِ حدوثُها هيَ:
$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ وعددُها 6

الحادثُ: ناتجٌ واحد أوْ أكثرُ منْ نواتجِ التجربةِ العشوائيَّةِ، ويُرمزُ لهُ بأحدِ الأحرفِ مثلِ A .
احتمالُ الحادثِ: فرصةُ وقوعِهِ، ويُرمزُ لهُ بالرمز $P(A)$ ، وهوَ نسبةُ عددِ عناصرِ الحادثِ إلى عددِ النواتجِ الممكنةِ جميعِها (الفضاءُ العينيُّ).

$$P(A) = \frac{\text{عددُ عناصرِ الحادثِ}}{\text{عددِ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ}}$$

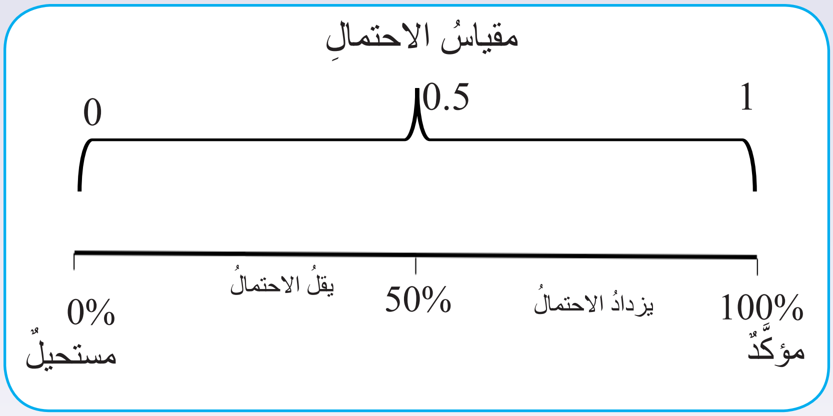
احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ:
إذا كانَ احتمالُ وقوعِ الحادثِ A يُساوي $P(A)$؛ فإنَّ احتمالَ عدمِ وقوعِ الحادثِ يُساوي $1 - P(A)$

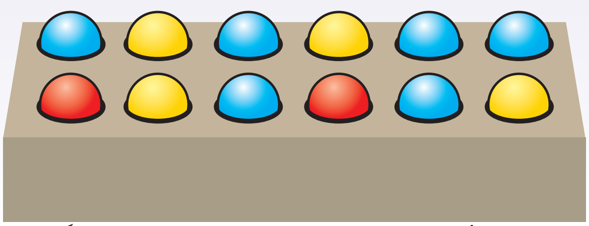
عندَ إلقاءِ حجرِ النردِ؛ تكونُ فرصةُ ظهورِ أحدِ الأعدادِ 1، 2، 3، 4، 5، 6 متساويةً، إذْ إنَّ كلَّ عددٍ منْ هذهِ الأعدادِ لهُ وجهٌ واحدٌ فقطْ؛ لذا، تُسمّى نواتجُ هذهِ التجربةِ نواتجَ متساويةَ الاحتمالِ.
أمّا الحادثُ فهوَ مجموعةٌ جزئيَّةٌ منَ الفضاءِ العينيِّ، وقدْ يتكوَّنُ منْ ناتجٍ واحدٍ أوْ أكثرَ منَ النواتجِ الممكنةِ،
فمثلًا: ظهورُ عددٍ زوجيٍّ عندَ إلقاءِ حجرِ النردِ يشملُ 3 نواتج 2، 4، 6 ومنْ ثمَّ، فإنَّ احتمالَهُ يكونُ

$$P\,(\text{ظهورُ عددٍ زوجيٍّ}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

تكونُ النسبةُ 0% إذا كانَ الحادثُ لا يمكنُ أنْ يقعَ، فمثلًا: ظهورُ عددٍ أكبرَ منْ 7 عندَ إلقاءِ حجرِ النردِ حادثٌ مستحيلٌ فتكونُ النسبةُ 0.
أمّا النسبةُ 100% فتعني أنَّ الحادثَ سوفَ يقعُ بالتأكيدِ، فظهورُ عددٍ أقلَّ منْ 7 حادثٌ أكيدٌ؛ لأنَّ النواتجَ الممكنةَ جميعَها أقلُّ من 7.

ويكونُ احتمالُ وقوعِ حادثٍ بينَ هاتَينِ النسبتَينِ، كَما يظهرُ في مقياسِ الاحتمالِ أدناهُ:





مثالٌ 1: لدى رامي صندوقٌ يحتوي على 12 كرةً متماثلةً في الحجمِ؛ 6 زرقاءُ، و4 صفراءُ، واثنتانِ حمراءُ. إذا سحبَ كرةً عشوائيًّا منهُ. فأجدُ ما يأتي:

1) احتمالُ سحبِ كرةٍ حمراءَ:

عددُ النواتجِ الممكنةِ لهذهِ التجربةِ العشوائيَّةِ يُساوي 12، وعددُ عناصرِ الحادثِ يُساوي 2؛ لأنَّ عددَ الكراتِ الحمراءِ هوَ 2.

$$P\ (\text{حمراءُ}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

2) احتمالُ سحبِ كرةٍ ليستْ صفراءَ:

عددُ عناصرِ هذا الحادثِ هوَ 8؛ لأنَّ الصندوقَ فيه 8 كراتٍ ليستْ صفراءَ.

$$P\ (\text{ليستْ صفراءَ}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

يُمكننا إيجادُ هذا الاحتمالِ بالطرحِ من 1.

$$P\ (\text{ليستْ صفراءَ}) = 1\text{-}P\ (\text{صفراءَ})$$

$$1\text{-}P\ (\text{صفراءُ}) = 1\text{-}\ \frac{4}{12}$$

$$= \frac{12}{12} - \frac{4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

3) احتمالُ سحبِ كرةٍ بيضاءَ:

عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 0؛ لأنَّ الصندوقَ لا يحتوي على أيِّ كرةٍ بيضاءَ.

$$P\ (\text{بيضاءُ}) = \frac{0}{12} = 0$$

4) احتمالُ سحبِ كرةٍ صفراءَ أوْ حمراءَ:

عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 6؛ لأنَّ الصندوقَ فيهِ كرتانِ حمراوتانِ و4 كراتٍ صفراءَ ومجموعُها 6.

$$P\ (\text{صفراءُ أوْ حمراءُ}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

نُلاحظُ منَ المثالِ السابقِ، أنَّ فرصةَ ظهورِ كرةٍ صفراءَ يختلفُ عنْ فرصةِ ظهورِ كرةٍ حمراءَ، ويختلفُ أيضًا عنْ فرصةِ ظهورِ كرةٍ زرقاءَ؛ لأنَّ عددَ الكراتِ منْ كلِّ لونٍ غيرُ متساوٍ؛ لذا، تُسمّى نواتجُ هذهِ التجربةِ غيرَ متساويةِ الاحتمالِ.

أُحاولُ 1

بناءً على الصندوقِ في المثالِ السابقِ، أجدُ ما يأتي:

1) احتمالُ سحبِ كرةٍ خضراءَ.

2) احتمالُ سحبِ كرةٍ زرقاءَ أوْ صفراءَ.

3) احتمالُ سحبِ كرةٍ ليستْ حمراءَ.

4) احتمالُ سحبِ كرةٍ ليستْ خضراءَ.

التقويم الختامي

1) بطاقاتٌ مرقَّمةٌ منْ (1 – 5)، سُحبتْ بطاقةٌ منْها عشوائيًّا. أجدُ ما يأتي:

أ. احتمالُ ظهورِ العددِ 5.

ب. احتمالُ عدمِ ظهورِ العددِ 3.

ج. احتمالُ ظهورِ عددٍ زوجيٍّ.

د. احتمالُ ظهورِ عددٍ يقعُ بينَ (0 – 6).

2) إذا كانَ احتمالُ اختيارِ طالبٍ منْ طلبةِ الصفِّ السابعِ يرتدي نظَّارة هو 0.1، فَما احتمالُ اختيارِ طالبٍ لا يرتدي نظَّارة؟

انتهى بحمد اللّه