المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

دليل المعلم

الرياضيات

الصف الحادي عشر

الفرعان: العلمي، والصناعي

دليل المعلم/ الرياضيات الصف الحادي عشر الفرعان: العلمي، والصناعي

الطبعة الأولى ١٤٤٠هـ/٢٠١٩م

ISBN : 978-9957-84-837-8

مطبعة

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

دليل المعلم

الرياضيات

للصف الحادي عشر

الفرعان: العلمي، والصناعي

الناشر
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

يسر إدارة المناهج والكتب المدرسية استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الدليل عن طريق العناوين الآتية:
هاتف: ٨-٥/٤٦١٧٣٠٤، فاكس: ٤٦٣٧٥٦٩، ص.ب: ١٩٣٠، الرمز البريدي: ١١١١٨،
أو بوساطة البريد الإلكتروني: E-mail: Scientific.Division@moe.gov.jo

قررت وزارة التّربية والتّعليم استخدام هذا الدليل في مدارس المملكة الأردنيّة الهاشميّة جميعها، بناءً على قرار مجلس التّربية والتّعليم رقم (٢٠١٨/٦٣) تاريخ ٢٠١٨/٩/٢٥م، بدءًا من العام الدراسيّ ٢٠١٩م/ ٢٠٢٠م.

الحقوق جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم

ص.ب (١٩٣٠)/ عمّان – الأردن

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(٢٠١٨/١٠/٥٥٢٠)
ISBN: 978 - 9957 - 84 - 837 - 8

اللجنة الفنية المتخصصة للإشراف على تأليف الدليل

أ.د.حسن زارع هديب — د.معاذ محمود الشياب
د.خولة صالح أبو الهيجاء — نقين أحمد جوهر

قام بتأليفه كل من

د.لانا كمال عرفة — د. يوسف محمد صبح
هبة ماهر التميمي — إيناس عبد الفتاح أبو عمران

التحرير العلمي: نقين أحمد جوهر
التصميم: عمر أحمد أبوعليان — **التحرير اللغوي:** ميساء عمر الساريسي
الرسم: فايزة فايز حداد ، عمر أحمد أبوعليان — **التحرير الفني:** أنس خليل الجرابعه
الإنتاج: د. عبد الرحمن سليمان أبو صعيليك

دقق الطباعة: د. لانا كمال عرفة — **راجعها:** نقين أحمد جوهر

الطبعة الأولى — **١٤٤٠هـ/ ٢٠١٩م**

قائمة المحتويات

الموضوع	الصفحة
المقدمة	٥
مفردات الدليل	٦
نموذج تحليل محتوى	٧
نموذج خطة فصلية	٨
الفصل الدراسي الأول	٩
الوحدة الأولى: المعادلات و المتباينات	١١
الفصل الأول: كثيرات الحدود	١٥
أولاً: قسمة كثيرات الحدود	١٥
ثانيًا: نظرية الباقي و العامل	١٨
ثالثًا: تحليل كثيرات الحدود	٢١
الفصل الثاني : الاقترانات النسبية	٢٥
الفصل الثالث: حلُّ المعادلات و المتباينات	٢٩
أولاً: حل المعادلات الجبرية بمتغير واحد	٢٩
ثانيًا: المتباينات غير الخطية بمتغير واحد	٣٢
ثالثًا: الكسور الجزئية	٣٥
الوحدة الثانية: الاقترانات	٤٧
الفصل الأول: كثيرات الحدود	٥١
الفصل الثاني: الاقتران الحقيقي	٥٨
الفصل الثالث: اقترانات خاصة	٦٥
أولاً: الاقتران المتشعب	٦٥
ثانيًا: اقتران القيمة المطلقة	٦٩
ثالثًا: اقتران أكبر عدد صحيح	٧٦
الفصل الرابع: العمليات على الاقترانات	٨٢
أولاً: تركيب الاقترانات	٨٢
ثانيًا: الاقتران العكسي	٨٦
الوحدة الثالثة: المتتاليات والمتسلسلات الحسابية والهندسية	٩٩
الفصل الأول: المتتاليات والمتسلسلات	١٠٢
أولاً: المتتالية	١٠٢
ثانيًا: المتسلسلة	١٠٦

الموضوع	الصفحة
الفصل الثاني: المتتاليات والمتسلسلات الحسابية	١١٠
أولًا: المتتالية الحسابية	١١٠
ثانيًا: مجموع المتسلسلة الحسابية	١١٤
الفصل الثالث: المتتاليات والمتسلسلات الهندسية	١١٨
أولاً: المتتالية الهندسية	١١٨
ثانيًا: مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية	١٢٣
ثالثًا: مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية	١٢٦

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الرابعة: الاقترانات المثلثية	١٤٧
الفصل الأول: التقدير الدائري والقياس الستيني	١٥١
الفصل الثاني: قوانين الاقترانات المثلثية	١٥٦
الفصل الثالث: اقترانات (الجيب، جيب التمام، الظل)	١٦٣
الفصل الرابع: المعادلات والمتطابقات المثلثية	١٧٣
أولاً: المتطابقات المثلثية (١)	١٧٣
ثانيًا: المتطابقات المثلثية (٢)	١٨٢
ثالثًا: حَلُّ المعادلات المثلثية	١٩٠
الوحدة الخامسة: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية	٢٠٦
الفصل الأول: الاقترانات والمعادلات الأسية	٢٠٨
أولاً: الاقترانات الأسية	٢٠٨
ثانيًا: المعادلات والمتطابقات الأسية	٢١٣
الفصل الثاني: الاقترانات والمعادلات اللوغاريتمية	٢١٦
أولاً: الاقترانات اللوغاريتمية	٢١٦
ثانيًا: قوانين اللوغاريتمات	٢٢١
ثالثًا: المعادلات والمتطابقات اللوغاريتمية	٢٢٤
الوحدة السادسة: طرائق العد	٢٣٥
الفصل الأول: مبدأ العد	٢٣٨
الفصل الثاني: المضروب	٢٤١
الفصل الثالث: التباديل	٢٤٤
الفصل الرابع: التوافيق	٢٤٨

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على رسوله الأمين وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد،

فقد جاء هذا الدليل ليكون مرشدًا لكم في تدريس المفاهيم الرياضية المتضمنة في الكتاب، ودعمًا في تقويم الطلبة، بما يحقق النتاجات التعلمية المطلوبة فيه.

ولعل من الأسس التي بني عليها هذا الدليل ، أنه إحدى الركائز لتحقيق المنهاج؛ آملين أن يكون مرشدًا وموردًا في تخطيط الدروس بما يتلاءم ومستويات الطلبة والبيئة الصفية وأهداف المبحث، ونأمل تحقيق التكامل بين النظرية والتطبيق ، حيث ارتبط هذا الدليل ارتباطًا مباشرًا بالمفاهيم الواردة في كتاب الطالب على نحو مباشر وبالنتاجات التعلمية واسترتيجيات التدريس والتقويم ، التي تنسجم وأهداف المنهج، ومعايير NCTM،2000 العالمية للرياضيات للمحتويات والعمليات التي روعيت في أثناء إعداد الكتاب وتأليفه. إضافة إلى اهتمامه بتفعيل دور تكنولوجيا المعلومات والاتصالات بوصفها أداة لتفعيل التعلم الإيجابي تنفيذًا وتقويمًا، كذلك تم مراعاة توضيح الخطوات الرئيسة في أثناء تنفيذ خطة الدرس، وهي :

التمهيد للدرس ، ثم إجراء ات تنفيذه، ومن ثم ختم الدرس.

ونحن إذ نقدم هذا الدليل، فإننا نعرض أمثلة واجتهادات تركز على أهمية استيعاب المفاهيم أولًا قبل الانطلاق للإجراءات والخوارزميات اللازمة للحلول ولا نتوقع الوقوف عندها فحسب، بل أن تكون منطلقًا لتنمية الخبرات وإبراز القدرات الإبداعية في وضع البدائل والأنشطة المتنوعة، وإضافة الجديد الذي يخدم المحتوى، وبناء أدوات تقويم ذات معايير جديدة يمكن بها تقويم تعلم الطلبة على نحو فاعل .

والله ولي التوفيق

مفردات الدليل

- **نتاجات التعلم**: نتاجات خاصة يتوقع أن يحقِّقها الطلبة بعد انتهاء عملية التعلم والتعليم، وتتميز بشموليتها وتنوعها (معارف، ومهارات، واتجاهات)، وتعدّ مرجعًا للمعلّم؛ إذ يبنى عليها المحتوى، وهي الركيزة الأساسية للمنهاج، وتسهم في تصميم نماذج المواقف التعليمية المناسبة، وفي اختيار استراتيجيات التدريس، وبناء أدوات التقويم المناسبة لها.
- **عدد الحصص**: المدة الزمنية المتوقعة لتحقيق نتاجات التعلم.
- **المفاهيم والمصطلحات والرموز**: المفاهيم والمصطلحات والرموز الأساسية الواردة في الدرس، ويجب التركيز عليها عند تصميم الموقف التعليمي.
- **التكامل الرأسي والأفقي**: التكامل الرأسي ربط المفهوم بمفاهيم أخرى ضمن مستويات المبحث نفسه، أما التكامل الأفقي فيعني الربط في المباحث الأخرى.
- **مصادر التعلم**: مصادر تعليمية يمكن للطالب والمعلّم الرجوع إليها؛ بهدف زيادة معلوماتهم وخبراتهم وتدعيم تحقيق النتاجات، وتشمل (كتبًا، وموسوعات، ومواقع إنترنت، وأقراصًا مدمجة، وزيارات ميدانية، ومقابلة أشخاص و ...).
- **التعلم القبلي**: المعارف والمهارات التي ترتبط بموضوع الدرس التي تعلمها الطالب سابقًا.
- **استراتيجيات التدريس**: الخطوات والإجراءات المنظمة التي يقوم بها المعلّم وطلبته لتنفيذ الموقف التعليمي، وهي خطوات مقترحة يمكن للمعلّم تطويرها أو تغييرها بما يتلاءم وظروف الطلبة وإمكانات المدرسة؛ مع مراعاة توظيف تكنولوجيا المعلومات والاتصالات (ICT) عند الحاجة.
- **إجراءات التنفيذ**: إجراءات تهدف إلى تنظيم الموقف التعليمي وضبطه، لتسهيل تنفيذ الدرس بكفاءة، ومن أمثلتها ما يلي:
  ١- تنظيم جلوس الطلبة (مجموعات، حلقة دائرية، حرف U ،....).
  ٢- تهيئة البيئة الصفية (إنارة كافية وتهوية ونظافة و ....).
  ٣- تهيئة الأدوات والمواد اللازمة لتنفيذ الدرس.
  ٤- إثارة دافعية الطلبة للتعلم.
  ٥- استخدام أوراق العمل وأدوات التقويم المناسبة والأنشطة المتضمنة.
- **معلومات إضافية**: معلومات إثرائية موجزة ذات علاقة بالمحتوى موجهّة للمعلّم والطالب بغية إثراء المعرفه بالمحتوى.
- **أخطاء شائعة**: توقّعات لأخطاء محتملة وشائعة بين الطلبة تتعلّق بالمهارت والمفاهيم والقيم الورادة، مع تقديم معالجة لهذه الأخطاء.
- **مراعاة الفروق الفردية**: مجموعة الأنشطة والأسئلة والإضافات في المحتوى، التي تم إعدادها لتناسب احتياجات الطلبة وفق قدراتهم المتنوّعة.
- **استراتيجيات التقويم وأدواته**: الخطوات والإجراءات المنظّمة التي يقوم بها المعلّم أو الطلبة لتقويم الموقف التعليمي وقياس مدى تحقّق النتاجات، وهي عملية مستمرة في أثناء تنفيذ الموقف التعليمي، يمكن تطويرها أو بناء نماذج أخرى مشابهة يتم تطبيقها بالتكامل مع إجراءات تنفيذ الدرس.

المبحث: الرياضيات	**تحليل المحتوى**	**السنة الدراسية:**
الصف: الحادي عشر	**عنوان الوحدة: الاقترانات**	**الصفحات: (٤٨ - ١١١)**
الفرع: العلمي	**عدد الفصول: (٤)**	**الفترة:**

المحتوى	المفاهيم والمصطلحات	الرموز	التعميمات	المهارات	المسائل الرياضية
الفصل الأول: كثيرات الحدود **الفصل الثاني:** الاقتران الحقيقي **الفصل الثالث:** اقترانات خاصة أولًا: الاقتران المتشعب ثانيًا: اقتران القيمة المطلقة ثالثًا: اقتران أكبر عدد صحيح **الفصل الرابع:** أولًا: تركيب الاقترانات ثانيًا: الاقتران العكسي	– الاقتران الحقيقي – المجال – المدى – اقترانات الجذور – الاقتران النسبي – الاقتران الكسري – الاقتران المتشعب – اقتران القيمة المطلقة – اقتران أكبر عدد صحيح – تركيب الاقترانات – الاقتران العكسي – اقتران واحد لواحد	ح: مجموعة الاعداد الحقيقية $\sqrt{}$: الجذر التربيعي $\cap$: تقاطع $\lvert\ \rvert$:القيمة المطلقة $ق^{-1}$: الاقتران العكسي للاقتران ق(س) o: تركيب	– مجال الاقتران النسبي أو الكسري = مجال البسط $\cap$ مجال المقام – {أصفار المقام} – اختبار الخط الأفقي : يكون الاقتران واحدًا لواحد إذا (وفقط) إذا كان أي خط أفقي يقطع منحنى الاقتران في نقطة واحدة على الأكثر . – الاقتران المحايد: إذا كان ق اقتران واحد لواحد وكان $ق^{-1}$ هو الاقتران العكسي له، فإن : $(ق o ق^{-1})(س) = (ق^{-1} o ق)(س)$ = س	– تحديد المجال والمدى لبعض الاقترانات الحقيقية وتمثيلها بيانيًا. – إيجاد صورة عدد في الاقتران المتشعب واقتران القيمة المطلقة واقتران أكبر عدد صحيح. – تمثيل الاقتران المتشعب واقتران القيمة المطلقة واقتران أكبر عدد صحيح بيانيًا. – إعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة. – إعادة تعريف اقتران أكبر عدد صحيح. – إيجاد الاقتران الناتج من عملية تركيب الاقترانات. – ايجاد قيمة (ق o هـ) عند نقطة – استنتاج قاعدة الاقتران العكسي لاقتران واحد لواحد.	– مسألة حوض السباحة ص ٥٠ – مسألة الجسر ص ٥٨ – فكر وناقش ص ٦٣ – مسألة فاتورة الكهرباء ص ٧٠ – مسألة تاجر الحبوب ص ٧٦ – مسألة سرعة الدراجة ص ٨٤ – مسألة خصم المحل التجاري ص ٨٥ – مسألة وزن دماغ الطفل ص ٩٤ – مسألة حجم الثمرة ص ٩٨ – مسألة شركة السياحة ص ٩٩ – مسألة كوبون الخصم ص ٩٩ – مسألة تحويل درجة الحرارة ص ١٠٠

المبحث: الرياضيات
الصف: الحادي عشر
الفرع: العلمي

خطـة فصليـة / الفصل الدراسي الأول
عدد الفصول: (٤)

الصفحات: (٤٨-١١١)
عـدد الحصص:

عنوان الوحدة: الاقترانات

الفترة الزمنية من :

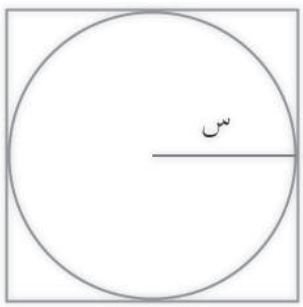
المحتوى	النتاجات التعليمية	مصادر التعلم	استراتيجيات التدريس	التقويم		أنشطة مرافقه	التأمل الذاتي حول الوحدة
				الإستراتيجيات	الأدوات		
الفصل الأول: كثيرات الحدود. **الفصل الثاني:** الاقتران الحقيقي. **الفصل الثالث:** اقترانات خاصة. أولًا: الاقتران المتشعب. ثانيًا: اقتران القيمة المطلقة. ثالثًا: اقتران أكبر عدد صحيح. **الفصل الرابع:** العمليات على الاقترانات. أولًا: تركيب الاقترانات. ثانيًا: الاقتران العكسي.	– يتعرف بعض الاقترانات ،مثل: الاقترانات الحقيقية والاقترانات المتشعبة واقتران القيمة المطلقة، واقتران أكبر عدد صحيح . – يمثل الاقترانات المتشعبة واقترانات القيمة المطلقة، واقترانات أكبر عدد صحيح بيانيًّا . – يظهر فهمًا لعملية تركيب الاقترانات واستخدامها في إيجاد الاقتران العكسي. – يستخدم الاقترانات الخاصة في النمذجة ويحل المسائل في مواقف حياتية عدة، مبررًا الحل. – يستقصي خصائص اقترانات كثيرات الحدود، والحقيقية، والقيمة المطلقة، وأكبر عدد صحيح.	– الكتاب المدرسي. – دليل المعلم. – موقع منصة إدراك للتعلم المدرسي. – برمجية إكسل. – البرمجيات التطبيقية لرسم المنحنيات.	– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة). – التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي) – التدريس المباشر (التدريبات والتمارين). – التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي). – التعلم في مجموعات (فكر– انتق زميلًا – شارك). – حل المشكلات والاستقصاء. – أخرى (استراتيجية بوليا لحل المسألة).	– التواصل/ الأسئلة والأجوبة – الملاحظة/ ملاحظة منظمة – الملاحظة/ ملاحظة تلقائية – الورقة والقلم/ فقرات ذات الإجابة المفتوحة – مراجعة الذات/ التأمل الذاتي. – التقويم المعتمد على الأداء.	١– قائمة الرصد. ٢– سلم التقدير. ٣– سلم التقدير اللفظي. ٤– سجل وصف سير التعلم.	– أوراق عمل. – حصص في مختبر الحاسوب لعرض مواقع إلكترونية تعليمية ومناقشتها. – موقع منصة ادراك للتعلم الإلكتروني. – استخدام برمجيات رسم الاقترانات.	– أشعر بالرضا عن: – التحديات: – مقترحات التحسين:

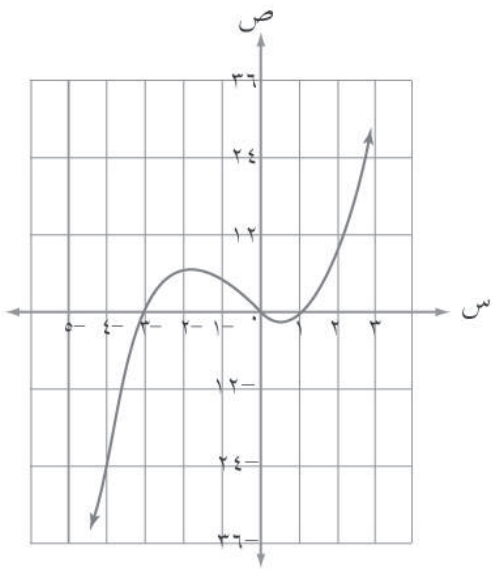
معلومات عامة عن الطلبة: .....

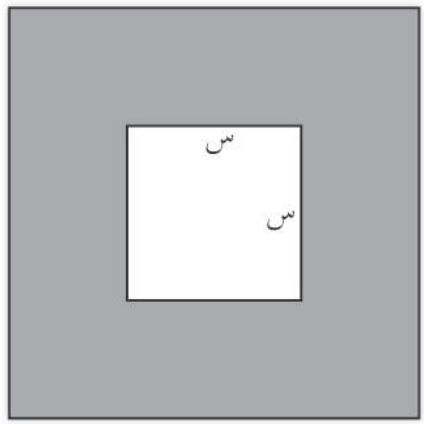
الفصل الدراسي الأول

١ الوحدة الأولى المعادلات والمتباينات

تُستخدم المتباينات بصور مختلفةٍ في حياتنا مثلَ حدود السرعة المسموح بها على الطرق، و عدد الرسائل المجانية الشهرية التي يسمح لك بإرسالها من هاتفك الخلوي، وأقصى ارتفاع لسيارة يمكنها المرور تحت جسر. وتُستخدم المعادلات في حل تلك المتباينات وفي تطبيقات حياتية اقتصادية كثيرة. إن معرفة تفسير لغة المتباينات والمعادلات خطوة مهمة نحو تعلم كيفية حلها وتبرير الإجابات في سياق المسألة الحياتية. في هذه الوحدة سوف تتعرف نظريات تساعدك على حلِّ المعادلات ذات الدرجات العليا، وتستخدمها في حل متباينات غير خطية.







يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- تعرُّف نظريتي الباقي والعامل ، واستخدامها في تحليل كثيرات الحدود وإيجاد أصفارها.
- إيجاد صيغ مكافئة لتعابير نسبية ، كلٌّ من بسطها ومقامها كثيرات حدود.
- حل معادلات غير خطية بالتحليل والرسم البياني .
- حل مسائل حياتية تتعلق بكثيرات الحدود ، وتبرير الحل.
- حل متباينات غير خطية بمتغير واحد حتى الدرجة الثالثة.

السؤال الأول:

إذا كان الاقتران ق(س) = $س^{٣} + ٢س - ٣$، هـ (س) = $٥س^{٢} - ٤س - ١١$، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) (ق + هـ)(س)　　ب) (ق − هـ)(س)　　جـ) (ق×هـ)(س)

د) $(\frac{ق}{هـ})(س)$　　هـ) (هـ − ق)(−١)

السؤال الثاني :

حلل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $س^{٢} - ٢٥$　　ب) $٩س^{٢} - ١٦$

جـ) $س^{٣} - ٢٧هـ^{٣}$　　د) $ع^{٣} + ٦٤م^{٣}$

هـ) $٢٧ - ٦٤ س^{٦}$　　ز) $س^{٢} + ٥س + ٤$

ح) $س^{٢} - ٢س - ١٥$

السؤال الثالث:

اكتب المقادير الآتية بأبسط صورة:

أ) $\frac{س^{٣} + ١٢٥}{س^{٢} + ٦س + ٥}$　　ب) $\frac{س^{٤} - ٨١}{س^{٣} - ٢٧}$

جـ) $\frac{س^{٢} - ١٦}{٥س - ٢٠}$

السؤال الرابع:

جد مجموعة حل المتباينات الآتية:

أ) $س - ٥ \leq ١٦$　　ب) $٣ - ٤س > ٢س + ٩$

جـ) $٤ + ٥س \geq ٣س - ٨$

السؤال الخامس:

يتكون هذا السؤال من خمس فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد فقط منها صحيح. ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

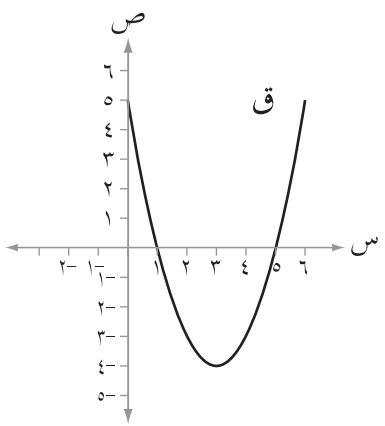
١) إذا كان ق(س) = س^{٣} −٢س + ٥س +١١ ، فإنَّ الاقتران ق(س) من الدرجة :

أ) الأولى　　ب) الثانية　　جـ) الخامسة　　د) الثالثة

٢) إذا كان ق(س) = س^{٣} −٣٢ ، هـ (س) = س−٢ ، فإنَّ ٢ق (−١) + هـ (٣) تساوي:

أ) −٦٥　　ب) −٦٧　　جـ) −٣٣　　د) −٣٢

٣) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران التربيعي ق المعرف على الفترة [٠ ، ٦]، فإن جذور المعادلة المرافقة للاقتران ق هي:



الشكل (١ −١)

أ) −٤　　ب) ٠ ، ٦

جـ) ٢ ، ٤　　د) ١ ، ٥

٤) مجموعة حل المعادلة (٢س−٤)^{٢} = ١٠٠ هي:

أ) ٣ ، −٧　　ب) ٧ ، −٣　　جـ) ٧　　د) −٣

٥) عدد الجذور الحقيقية للمعادلة ٢س^{٢} −٨س = −١٠ هي :

أ) جذران　　ب) جذر واحد　　جـ) ثلاثة جذور　　د)لايوجد جذور

السؤال الأول:

أ) $س^{٣} + ٥س^{٢} - ٢س - ١٤$

ب) $س^{٣} - ٥س^{٢} + ٦س + ٨$

جـ) $٥س^{٥} - ٤س^{٤} - س^{٣} - ٢٣س^{٢} - ١٠س + ٣٣$

د) خارج القسمة $(\frac{١}{٥} س + \frac{٤}{٢٥})$ والباقي $\frac{٢١س}{٢٥} - \frac{٣١}{٢٥}$

هـ) ٤

السؤال الثاني:

أ) $(س-٥)(س+٥)$ ب) $(٣س-٤)(٣س+٤)$

جـ) $(س-٣هـ)(س^{٢} + ٣س هـ + ٩هـ^{٢})$ د) $(ع+٤م)(ع^{٢}-٤ع م + ١٦م^{٢})$

هـ) $(٣-٤س^{٢})(٩ + ١٢س^{٢} + ١٦س^{٤}) = (\sqrt{٣} - ٢س)(\sqrt{٣} + ٢س)(٩ + ١٢س^{٢} + ١٦س^{٤})$

و) $(س+٤)(س+١)$ ز) $(س-٥)(س+٣)$

السؤال الثالث:

أ) $\frac{س^{٢} - ٥س + ٢٥}{س+١}$ ب) $\frac{(س+٣)(س^{٢}+٩)}{س^{٢}+٣س+٩}$ جـ) $\frac{س+٤}{٥}$

السؤال الرابع:

أ) $[٢١، \infty)$ ب) $(-\infty ، -١)$ جـ) $(-\infty ، -٦]$

السؤال الخامس:

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥
رمز الإجابة	د	أ	د	ب	د

نتاجات التعلم

– يجري قسمة كثيرات الحدود باستخدام خوارزمية القسمة.
– يجري قسمة كثيرات الحدود باستخدام القسمة التركيبية .

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– القسمة التركيبية.
–خارج القسمة.
– باقي القسمة.

التكامل الرأسي

– كثيرات الحدود في الصف العاشر الأساسي.

التعلم القبلي

– قسمة كثيرات الحدود باستخدام خوارزمية القسمة.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (١٠– ١٤).

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة ،العمل في الكتاب المدرسي، التدريبات والتمارين)، التعلم في مجموعات (المناقشة)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال مناقشة مثال (١) من الكتاب لتذكير الطلبة بعملية قسمة كثيرات الحدود باستخدام خوارزمية القسمة الطويلة، مع مراعاة الإجراءات الواردة في كتاب الطالب، ثم يطلب من الطلبة تحديد كل من: المقسوم، والمقسوم عليه، وناتج القسمة، وباقي القسمة، والتحقق من صحة الحل.
٢– تقسيم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وتكليفهم بحل تدريب (١)، ومتابعة حلول المجموعات وتقديم الدعم والتغذية الراجعة لهم،ثم عرض حل التدريب على اللوح ومناقشتهِ.
٣– مناقشة الطلبة بفقرة (فكروناقش)، وتسجيل النتيجة على اللوح .
٤– طرح السؤال التالي على الطلبة : هل هناك طريقة أخرى لإجراء قسمة كثيرات حدود ؟
٥– الاستماع لإجابات الطلبة ومناقشتها.
٦– تقديم خوارزمية القسمة التركيبية من خلال مناقشة مثال (٢).بمشاركة الطلبة ، مع تأكيد شرط القسمة التركيبة بأن يكون المقسوم عليه على صورة (س– أ) .

٧ – مناقشة مثال (٣) لتعميق فهم الطلبة لطريقة قسمة كثيرات الحدود باستخدام القسمة التركيبية على اللوح، وتكليف الطلبة بحل تدريب (٣) ضمن مجموعة ثنائية ومتابعة حلولهم ومناقشتها.

٨ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات ، وتكليفهم بحل النشاط الوارد في الكتاب، ثم تكليف المجموعات بعرض ومناقشة أعمالها.

٩ – ختم الدرس من خلال سؤال الطلبة: ماذا تعلمت في هذا الدرس؟

١٠– تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل بعضها بوصفها واجبًا بيتيًّا والآخر في غرفة الصف، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة بقسمة كثيرات الحدود دون ترتيب حدود الاقتران حسب قوى س التنازلية.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– إذا كان الاقتران ق (س) = $س^{٣} - ٥س + ٦$، وكان هـ (س) = س – ٣ ، فجد $\left(\frac{ق}{هـ}\right)$(س) باستخدام القسمة التركيبية .

الحل: خارج القسمة: $س^{٢} + ٣س + ٤$ ، والباقي: ١٨

إثراء

١) جد ناتج القسمة لكل مما يأتي :

$$\frac{س^{٢} - ١}{س - ١} \quad ، \quad \frac{س^{٣} - ١}{س - ١} \quad ، \quad \frac{س^{٤} - ١}{س - ١}$$

هل يمكنك كتابة قاعدة عامة لقسمة $\frac{س^{ن} - ١}{س - ١}$ من خلال تتبع النمط في الأسئلة السابقة ؟

٢) هل يمكنك إعطاء قاعدة عامة لقسمة $\frac{س^{ن} - أ^{ن}}{س - أ}$ حيث أ ثابت (استعن بالسؤال (٢)(ب) من أسئلة التمارين المسائل) .

الحل: ١) $س^{ن-١} + س^{ن-٢} + ... + ١$

٢) $(أ)^{0} س^{ن-١} + (أ)^{١} س^{ن-٢} + (أ)^{٢} س^{ن-٣} + ... + (أ)^{ن-١} س^{0}$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة.

أدوات التقويم : سلم التقدير (١-١) البند (١)، قائمة الرصد (١- ٢).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١) : خارج القسمة : $س^{٢}+٢س-٢$ ، الباقي : صفر

تدريب (٢) : خارج القسمة : $س^{٢}-٣س+٣$ ، الباقي : -٢

تدريب (٣) : ١) $(\frac{ق}{هـ})(س) = س^{٣}-٢س^{٢}+٣س+٢$

٢) $(\frac{ق}{هـ})(١) = ٤$

نشاط

١) ٣س ٢) $٣س + س + ٨ = ٤س + ٨$

٣) $\frac{٤س+٨}{س+٢} = \frac{٤(\cancel{س+٢})}{\cancel{س+٢}} = ٤$

تمارين ومسائل

١) أ) $(\frac{ق}{هـ})(س) = س^{٣}+س^{٢}-٧س-٨$ ، الباقي : $١٤س+١٢$

ب) $(\frac{ق}{هـ})(٣) = \frac{٥٥}{٤}$

٢) أ) خارج القسمة : $س-٦$ الباقي : $-س+٢$

ب) خارج القسمة : $س^{٤}+٢س^{٣}+٤س^{٢}+٨س+٦$ ، الباقي : صفر

٣) أ) خارج القسمة : $س^{٣}-٣س^{٢}-٤س-١٢$ ، الباقي : -٣٥

ب) خارج القسمة : $س^{٢}-٩س+١٣$ ، الباقي : -٢٣

٤) عرض السجادة $= س^{٢}-س+٤$ متر.

نتاجات التعلم

– يتعرف نظرية الباقي والعوامل .
– يجد باقي قسمة كثير حدود على اقتران خطي .
– يوظف نظرية العامل في بيان أنَّ الاقتران الخطي أحد عوامل كثير حدود.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– نظرية الباقي.
– نظرية العامل.

التكامل الرأسي

– كثيرات الحدود في الصف العاشر الأساسي.
– أصفار الاقتران في الصف التاسع الأساسي.

التعلم القبلي

– عوامل العدد
– قسمة كثيرات الحدود باستخدام القسمة التركيبية.
– أصفار الاقتران.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (١٥– ١٩).

استراتجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة، العمل في الكتاب المدرسي، التدريبات والتمارين)، التعلم في مجموعات (فكر– انتق زميلًا – شارك)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال مناقشة مثال (١) من الكتاب لإيجاد باقي قسمة كثير الحدود ق(س) على الاقتران هـ(س) عن طريق استخدام القسمة التركيبية، ثم إيجاد ق(٢). ثم طرح السؤال الآتي على الطلبة : قارن بين نتيجة ق(٢) وباقي قسمة ق على هـ ، ماذا تلاحظ؟
٢– استقراء نظرية العامل من خلال تقسيم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وتكليفهم بحل النشاط صفحة ١٥، ثم مناقشتهم في النتائج التي توصلوا إليها، وتقديم نظرية العامل .
٣– مناقشة مثال (٢) من الكتاب مع الطلبة لتعميق فهمهم للنظرية، مع ضرورة أن يكون المقسوم عليه على صورة أس + ب.
٤– تكليف الطلبة بحل تدريب (١) ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم .

٥ – برهنة نظرية الباقي بمشاركة الطلبة عن طريق الحوار والمناقشة .

٦ – مراجعة الطلبة في عوامل الأعداد وملاحظة قيمة الباقي عند قسمة عدد على أحد عوامله .

٧ – طرح السؤال الآتي على الطلبة: في المثال (٢) فرع (٢) كان باقي القسمة يساوي صفرًا، ماذا يمكن تسمية علاقة الاقتران هـ(س) بالاقتران ق(س) ؟

٨ – مناقشة إجابات الطلبة، وتوجيههم للتوصل إلى: نظرية العامل، ثم تسجيل نص النظرية على اللوح.

٩ – مناقشة مثال(٣) مع الطلبة تطبيقًا على نظرية العامل، وتكليفهم بحل تدريب (٢)، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم .

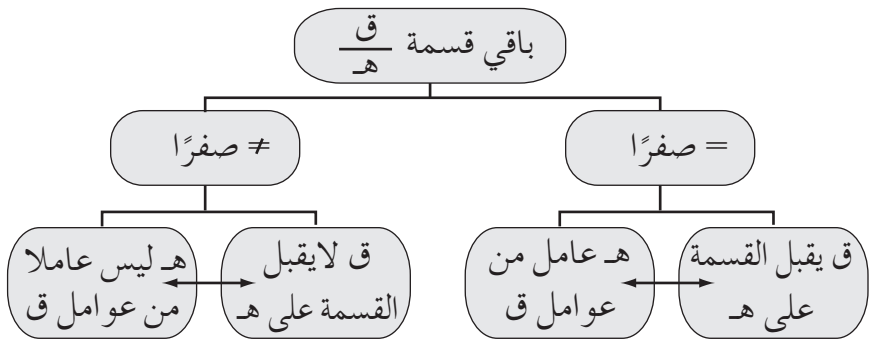
١٠– برهنة نظرية العامل بمشاركة الطلبة باستخدام الحوار والمناقشة .

١١– ختم الدرس بالسؤال الآتي: ارسم مخططًا مفاهيميًّا يلخص ما تعلمته في هذا الدرس.

١٢– تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل بعضها واجبًا بيتيًّا، والآخر في غرفة الصف ضمن مجموعات، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

معلومات إضافية

– يمكن الاستعانة بالمخطط الآتي لتلخيص معلومات الدرس :



الشكل (١ –٢)

أخطاء شائعة

– يخطئ بعض الطلبة في إيجاد صور الأعداد في اقتران كثير الحدود؛ بسبب عدم اتباع أولويات العمليات.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل الأسئلة (١) ، (٢) من ورقة العمل (١ – ١).

إثراء

– حل الأسئلة (٥ – ٩) من ورقة العمل (١–١).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة.

أدوات التقويم : سلم التقدير (١-١) بند ٢، قائمة الرصد (١- ٢).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١) : ١) -٣١ ٢) صفر

تدريب (٢) : أ = ٤

نشاط

١) -٧ ٢) صفر ٣) -٢

تمارين ومسائل

١) أ) -٨ ب) $\frac{٥١}{١٦}$ جـ) -٢

٢) أ) ل عامل من عوامل ق؛ لأن ق(-٣) = صفرًا.

ب) ل عامل من عوامل ق؛ لأن ق(٢) = صفرًا.

جـ) ل ليس عاملًا من عوامل ق؛ لأن ق(٢) = ٦٠

٣) أ) أ = ٨ ب) أ = ٥

٤) أ = ٧

٥) أ) س- أ ← ق(أ) = $أ^{ن}$ - $أ^{ن}$ = صفرًا ← ومنه (س - أ) عامل من عوامل ق .

س + أ ← ق(-أ) = $(-أ)^{ن}$ - $أ^{ن}$

= $أ^{ن}$ - $أ^{ن}$ ، ن عدد زوجي

= صفرًا ← ومنه (س + أ) عامل من عوامل ق

ب) س-أ ← ق(أ) = $أ^{ن}$ - $أ^{ن}$ = صفرًا ← ومنه (س - أ) عامل من عوامل ق، ن عدد فردي

نتاجات التعلم

– يحلل كثيرات الحدود إلى عواملها الأولية؛ باستخدام نظرية الأصفار النسبية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– الأصفار النسبية لكثيرات الحدود.

التكامل الرأسي

– تحليل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية في الصف التاسع الأساسي .

التعلم القبلي

أصفار الاقتران، عوامل الاقتران، العامل الأولي، تحليل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية، نظرية الباقي والعامل، القسمة التركيبية.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (٢٠– ٢٣) .

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة) ، التعلم في مجموعات (المناقشة)، أخرى (الرؤوس المرقمة).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تنفيذ النشاط الآتي:

- إعطاء كل طالب رقمًا تسلسليًا.
- كتابة مجموعة من الاقترانات القابلة للتحليل(مما تعلمه الطالب في الصف التاسع) على قصاصات ورقية ووضعها في صندوق مثل :

ق(س) = س^{٢} – ٢٥، ق(س) = س^{٣} + ٨،

ق(س) = س^{٢} + ٣س – ٤، ق(س) = س^{٢} – ٥س +٦،

ق(س) = ٦٤س^{٣} –٢٧، ق (س) = س^{٢} – ٣،

ق(س) = س^{٤} +٧س^{٢} + ١٢، ق(س) = ٢س^{٢} –٣س –٥،

ق(س) = س^{٤} – ٨١ س، ق(س) = س^{٤} –١٦،

ق(س) = س^{٦} –٦٤.

- يختار المعلم رقمًا عشوائيًا، ويطلب من الطالب صاحب الرقم سحب ورقة من الصندوق، ثم تحليل الاقتران المكتوب في الورقة على اللوح ، ومناقشة الحل مع الطلبة.

- تكرار العملية لعدد من الطلبة بعدد الأوراق في الصندوق.

٢ – كتابة الاقتران الآتي على اللوح : ق(س) = س^{٣} –٧س + ٦، ثم توجيه سؤال للطلبة : هل يمكنك تحليل هذا الاقتران باستخدام مهارات التحليل التي تعلمتها سابقا ؟ الاستماع إلى إجابات الطلبة وتعزيز أفكارهم وتقديم الدعم لهم.

٣ – عرض نظرية الأصفار النسبية على الطلبة وكتابة نصها على اللوح وتكليف أكثر من طالب بقراءتها وتحديد شروط استخدامها، تأكيد أهميتها في إيجاد الأصفار المحتملة للاقتران.

٤ – مناقشة مثال (١) من الكتاب تطبيقًا على نظرية الأصفار النسبية، ثم تكليف الطلبة بحل تدريب (١) ، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة لهم.

٥ – العودة إلى الاقتران ق(س) = س^{٣} –٧س + ٦، وسؤال الطلبة: هل يمكن الاستفادة من نظرية الأصفار النسبية في تحليل الاقتران ق(س) إلى عوامله الأولية ؟ الاستماع إلى إجاباتهم ثم تقسيم الطلبة في مجموعات غيرمتجانسة من (٤ –٦)، وتكليفهم بالإجابة عن الأسئلة الآتية:

- جد الأصفار النسبية المحتملة للاقتران ق(س) = س^{٣} –٧س + ٦.
- استخدم نظرية الباقي والعامل في البحث عن عامل من عوامل الاقتران ق(س) من الأصفار النسبية المحتملة.
- جد خارج قسمة كثير الحدود ق على العامل الناتج من الخطوة السابقة.
- اكتب الاقتران ق على شكل (ق(س) = خارج القسمة × المقسوم عليه) .
- حلل خارج القسمة الناتج من الخطوة السابقة إلى عوامله الأولية (إن أمكن).

٦ – متابعة عمل المجموعات وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٧ – توجيه كل مجموعة إلى تسجيل النتيجة التي توصلت إليها على اللوح، ومناقشة الحلول واعتماد إجابة نهائية.

٨ – طرح السؤال الآتي على الطلبة : (متى تتوقف عملية التحليل) ؟ للتركيز على أنَّ: عملية التحليل تتوقف عندما تصبح جميع العوامل إما خطية، أو تربيعية مميزها سالب.

٩ – حل مثال (٢) من الكتاب مع الطلبة وتكليفهم بحل تدريب (٢)، بشكل فردي، ثم يقارن كل حله مع حل زميله، وسؤالهم ماذا تلاحظون؟ والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها.

١٠– مناقشة فقرة (فكر وناقش) مع الطلبة؛ لاستنتاج أن الصفر الأول الذي يجده الطالب من خلال التجريب يمكن أن يختلف من طالب إلى آخر.

١١– ختم الدرس بتوجيه السؤال الآتي على الطلبة : لخص بلغتك الخاصة خطوات تحليل كثيرات الحدود، وتعبئة سجل وصف سير التعلم.

١٢– تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي)، ومناقشة الحلول في الحصة القادمة .

معلومات إضافية

– إذا كان معامل الحد الرئيس = ١؛ فإن الأصفار النسبية المحتملة يمكن إيجادها من عوامل الحد الثابت فقط.

– يمكن تحليل بعض كثيرات الحدود باستخدام طريقة التجميع ، فمثلًا :

ق(س) = ٢س^{٣} +٣س^{٢} −٢س−٣

= (٢س^{٣} −٢س) + (٣س^{٢} −٣) تجميع الحدود ذات العامل المشترك

= ٢س (س^{٢} − ١) + ٣ (س^{٢} −١) إخراج عامل مشترك من كل قوس

= (س^{٢} −١)(٢س +٣) إخراج القوس المتشابه عاملًا مشتركًا

= (س−١) (س+١) (٢س+٣) تحليل العوامل التي يمكن تحليلها

أخطاء شائعة

– يخطئ بعض الطلبة عند إيجاد الأصفار النسبية المحتملة بأن يقسم عوامل الحد الرئيس أ$_{ن}$ على عوامل الحد الثابت أ.

– يخطئ بعض الطلبة فيحلِّل س^{٢} + أ^{٢} إلى (س + أ) (س − أ).

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل الأسئلة (٣) ، (٤) من ورقة العمل (١ − ١).

إثراء

– حل الأسئلة (١٠)، (١١) من ورقة العمل (١−١).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (١−١) البند (٣)، نموذج وصف سير التعليم (١− ٣).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١) : ١) الأصفار المحتملة : ±١، ±٢، ± ٣، ±٦، ±٩، ±١٨

٢) الأصفار المحتملة :±١، ±٢، ± ٣، ±٤، ±٦، ±١٢، ±$\frac{١}{٢}$، ± $\frac{٣}{٢}$

تدريب (٢) : ق(س) = (س−١) (س+١) (س+٢) (س^{٢} − س + ١)

تمارين ومسائل

١)

أ) ±١، ±٢، ±٣، ±٤، ±٦، ± $\frac{١}{٢}$، ± $\frac{٣}{٢}$، ± $\frac{٢}{٣}$، ± $\frac{١}{٣}$، ± $\frac{٤}{٣}$، ±١٢، ± $\frac{١}{٦}$

ب) الأصفار المحتملة : ±١، ±٢، ±٣، ±٥، ±٦، ±١٠، ±١٥، ±٣٠، ± $\frac{٣}{٢}$، ± $\frac{٥}{٢}$ ، ± $\frac{١٥}{٢}$

جـ) الأصفار المحتملة : ±١، ±٢، ±٥، ±١٠

٢)

أ) ق(س) = (س^{٢} + ٩) (س − ٣) (س + ٣)

ب) ك(س) = ٥س^{٣} (س − ٢) (س^{٢} + ٢س + ٤)

جـ) م(س) = (س + ١) (س^{٢} − ٣س + ٦)

٣) أ = ٦

٤) بعداها الآخران : س + ٢، س + ٢

٥) ق (س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − ٦س + ٨

نتاجات التعلم

- يتعرف مفهوم الاقتران النسبي.
- يوظف نظرية الباقي والعامل في تحليل الاقترانات النسبية.
- يجد صيغًا مكافئة لاقترانات نسبية ضمن مجال كل منها .

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- الاقتران النسبي.

التكامل الرأسي

- تبسيط المقادير الجبرية في الصف التاسع الأساسي.

التعلم القبلي

- تحليل كثيرات الحدود.
- كتابة صورة مكافئة لمقدار كسري.
- العامل المشترك الأكبر لمقدارين جبريين .

مصادر التعلم

- كتاب الطالب، الصفحات (٢٤- ٢٧) .

استراتيجيات التدريس الخاصة بالدرس

التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة) ، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم من خلال النشاط (المناقشة ضمن فرق).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس من خلال كتابة عنوان الدرس (الاقتران النسبي) على اللوح، وسؤال الطلبة عما يعنيه العنوان لهم، والاستماع إلى إجاباتهم ثم كتابتها على اللوح.

٢- تقديم مفهوم الاقتران النسبي للطلبة، وكتابته على اللوح.

٣- مناقشة مثال (١) من الكتاب مع الطلبة لتوضيح كيفية تمييز الاقتران النسبي من غير النسبي ، ومن ثم تكليف الطلبة حل تدريب (١) ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم .

٤- طرح السؤال الآتي على الطلبة: اكتب الكسر $\frac{٢٨}{١٦}$ بأبسط صورة ممكنة؟ مناقشة إجاباتهم ثم طرح السؤال الآتي:

- اعتمادًا على ما سبق؛ هل يمكننا كتابة صيغة مكافئة لاقتران نسبي ضمن مجال كل منها؟ مناقشة إجابات الطلبة وتعزيز أفكارهم، ثم سؤالهم عن الإجراءات المقترحة لعمل ذلك.

٥ – كتابة السؤال التالي على اللوح: اكتب صيغة مكافئة للاقتران ق(س) = $\frac{س^{٣} + س - ٢}{س^{٢} + ٢}$ بأبسط صورة ممكنة.

٦ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة من (٤– ٦)، وتوزيع قصاصات ورقية على كل مجموعة مكتوب على كل قصاصة عبارة من العبارات الآتية:

العبارات:

– حدد الاقتران الأسهل في التحليل (من بين البسط والمقام)، ثم حلله.

– أي عامل من عوامل الاقتران الناتجة عن التحليل هو عامل من عوامل الاقتران الآخر؟

– حلل الاقتران الآخر بالاعتماد على هذا العامل.

– اختصر العوامل المشتركة بين البسط والمقام.

– تأكد أنك اختصرت جميع العوامل المشتركة بين البسط والمقام.

– اكتب الاقتران بصورته النهائية (أبسط صورة ممكنة) .

٧ – تكليف المجموعات بترتيب القصاصات بشكل منطقي، لحل السؤال المكتوب على اللوح، مع متابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٨ – تسجل كل مجموعة إجابتها على اللوح، ثم مناقشة الإجابات المختلفة، وسؤال الطلبة عن سبب اختلاف الإجابات النهائية، وبذلك يتم التركيز على ضرورة اختصار العامل المشترك الأكبر للوصول إلى أبسط صورة.

٩ – مناقشة مثال(٢) من الكتاب مع الطلبة، وتكليفهم بحل تدريب (٢) ضمن مجموعة ثنائية، ثم يقارن كل طالب حله بحل زميله، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

١٠– مناقشة مثال(٣) تطبيقًا فيزيائيًّا على كتابة صيغة مكافئة لاقتران نسبي، وتكليف الطلبة بحل تدريب (٣) ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

١١– ختم الدرس من خلال سؤال الطلبة : ماذا تعلمت اليوم ؟ (يمكن الاستعانة بأداة التقويم (١– ٣)).

١٢– تكليف الطلبة حل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي).

أخطاء شائعة

– يخطئ بعض الطلبة بالاختصار مثلًا : $\frac{س^{٢}+ ٢س+١}{٢س+١} = س^{٢}$، $\frac{س - ٣}{٣ - س} = ١$

– يخطئ بعض الطلبة بالحكم على أن المقدار $\frac{س - ٣}{٣ - س}$ بأبسط صورة، علما أنَّ

$$\frac{س - ٣}{٣ - س} = \frac{س - ٣}{-(س + ٣)} = -١$$

– يخطئ بعض الطلبة ويعتبر الاقترانات مثل الاقتران ق(س) = $\frac{س^{-٢} + ٣س}{س + ٥}$ اقترانًا غير نسبي.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

ميِّز الاقترانات النسبية من غيرها في ما يأتي مع ذكر السبب :

أ) ق(س) = $\frac{س^{٣}+ ٢س - ١١}{س^{٢} - ٨١}$

ب) ق(س) = $\frac{س^{٠,٥} + س}{١١ - س^{٢}}$

جـ) ق(س) = $\frac{س^{\frac{٣}{٤}} - ١٠س^{٢}}{س^{٢} - ٣س + ١٢}$

د) ق(س) = $\frac{١ - س}{س^{٦}}$

الحل: أ) نسبي ب) غير نسبي جـ) غير نسبي د) نسبي

إثراء

– هل الاقتران ق(س) = $\frac{س^{٣} - ٨}{س - ٢}$ ، يساوي الاقتران هـ(س) = $س^{٢} + ٢س + ٤$ ؟ برر إجابتك.

الحل: الاقتران ق(س) لا يساوي الاقتران هـ (س)؛ لأن مجال ق(س) : ح– {٢}، مجال هـ(س): ح .

ملاحظة:

يجب أن نستثني أصفار مقام الاقتران النسبي قبل اختصاره من مجال الاقتران الناتج بعد كتابته بأبسط صورة. وسيتم التركيز عليها في الوحدة الثانية من الكتاب.

مثال:

اكتب الاقتران ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$ بأبسط صورة ممكنة.

الحل :

ق(س) = س + ٣، س ≠ ٣

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة.

أدوات التقويم : سلم التقدير (١-١) البند (٤)، قائمة الرصد (١- ٢).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١) : ١) غير نسبي ٢) نسبي ٣) غير نسبي ٤) نسبي

تدريب (٢) : ١) $ق(س) = \frac{س - ٢}{س^{٢} + ١}$ ٢) $ل(س) = \frac{س^{٣} + ٢س^{٢} + ١}{س + ٣}$

٣) $ع(س) = \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{س + ٢}$

تدريب (٣) : $-٢(ع - ٢٨)$

تمارين ومسائل

٢) أ) نسبي ب) غير نسبي جـ) نسبي د) غير نسبي هـ) نسبي .

٣) أ) $ق(س) = \frac{س^{٢} - س + ١}{س - ١}$ ب) $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٣س}{س + ١} = \frac{س(س - ٣)}{س + ١}$

جـ) $ق(س) = - س^{٢} - ٢س - ٣$ د) $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٦س + ٣}{٣س^{٣} - ٣س} = \frac{س^{٢} - ٦س + ٣}{٣س(س - ١)(س + ١)}$

٤) النسبة $= \frac{٤}{\pi}$

٥) أ) $ق(س) = س^{٢} + ٧س + ١٢$ ب) مساحة قاعدة البئر بعد التوسعة .

نتاجات التعلم

– يحل معادلات غير خطية بمتغير واحد بالتحليل.
– يجد حل المعادلة المرافقة لاقتران ممثل بالرسم البياني.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– المعادلة الجبرية بمتغير واحد.
– حل المعادلة الجبرية.

التكامل الرأسي

– حل المعادلة الخطية بمتغير واحد في الصفين السادس والسابع الأساسيين.
– حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد في الصف التاسع الأساسي.

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (٢٨– ٣٣) .

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة،العمل في الكتاب المدرسي، التدريبات والتمارين)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التعلم من خلال النشاط(المناقشة ضمن فرق)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تذكير الطلبة بكل من:

- الصورة العامة للمعادلة الخطية، والتربيعية، والتكعيبية، ومن الدرجة ن .
- مفهوم حل المعادلة
- إذا كان أ × ب = صفرًا، فإنه إما أ = صفرًا أو ب = صفرًا .

٢– كتابة السؤال الآتي على اللوح : حل المعادلة $س^{٣} - ٦س^{٢} + ١١س - ٦ = صفرًا$ ؟ وسؤال الطلبة: ماهي الخطوات اللازمة لإيجاد مجموعة حلها؟

٣– الاستماع لإجابات الطلبة ومقترحاتهم، ثم كتابة الخطوات الصحيحة على اللوح.

٤– تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة (٤ طلاب في المجموعة) ثم تكليف المجموعات حل المعادلة $س^{٣} - ٦س^{٢} + ١١س - ٦ = صفرًا$.

٥ – متابعة عمل المجموعات وتقديم التغذية الراجعة لهم، وتعزيز المجموعات التي توصلت إلى الحل الصحيح ثم كتابة الحل الصحيح على اللوح.

٦ – تكليف الطلبة حل التدريبات (١)، (٢) ،(٣)، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٧ – مناقشة مثال (٤) من الكتاب، وسؤالهم عن كيفية إيجاد جذور المعادلة المرافقة للاقتران باستخدام التمثيل البياني له، ثم الاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها، ومناقشة الطريقة الصحيحة في أثناء الحل.

٨ – توظيف حل المعادلات في الحياة من خلال مناقشة مثال(٥) من الكتاب.

٩ – ختم الدرس بسؤال الطلبة :ماذا تعلمت في هذا الدرس؟

١٠– تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل بعضها (واجب بيتي)، والآخر في غرفة الصف ضمن مجموعات، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

معلومات إضافية

– عدد الجذور الحقيقية للمعادلة المرافقة لكثير الحدود مساوية لدرجته أو أقل منها.

– يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم المنحنيات لتوضيح مفهوم حلّ المعادلات هندسيًا.

أخطاء شائعة

– يخطئ بعض الطلبة فيحللون معادلات تربيعية مميزها سالب ، مثلًا: $س^{٢} + ٤ = (س - ٢)(س + ٢)$.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (١ – ١) البند (٥)، نموذج وصف سير التعلم (١ – ٣).

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل السؤال ١ من ورقة العمل (١ – ٢).

إثراء

– حل الأسئلة ٤، ٥، ٦ من ورقة العمل (١ – ٢).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١): جذور المعادلة: ٣، −٢، ١

تدريب (٢): جذور المعادلة: ٠، ٢

تدريب (٣): ١) جذور المعادلة: ٢، −١

٢) جذور المعادلة: ٢، −٢

تمارين ومسائل

٢) أ) جذور المعادلة: ٠، ٤، ٢

ب) جذور المعادلة: ١، −٣

جـ) جذور المعادلة: ٠، ٢، −٢

د) −٣، −١، ٢

هـ) جذور المعادلة: ٢، −٢

و) جذور المعادلة: −٥، −١، صفر

ز) جذور المعادلة: صفر، ١، ٤

ح) جذور المعادلة: −١، صفر، ٢، −٢

٣) أبعاد البركة: ٥ أمتار، ١١مترًا.

٤) ٥ قطع.

نتاجات التعلم

- يتعرف المتباينة غير الخطية بمتغير واحد.
- يحل متباينة غير خطية بمتغير واحد حتى الدرجة الثالثة.
- يوظف حل متباينة غير خطية بمتغير واحد في حل مسائل حياتية .

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- المتباينة غير الخطة بمتغير واحد.
- حل المتباينة.

التكامل الرأسي

- حل المتباينات الخطية بمتغير واحد في الصف التاسع الأساسي.

التعلم القبلي

- المتباينات وحلها.
- تحليل الاقتران إلى عوامله الأولية .

مصادر التعلم

-كتاب الطالب، الصفحات (٣٤- ٣٩).

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة، العمل في الكتاب المدرسي، التدريبات والتمارين)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس من خلال تذكير الطلبة بحل المتباينة الخطية بمتغير واحد، من خلال تقسيم الطلبة إلى مجموعات ثنائية وتكليفهم بحل المتباينات (٢س-٤ < ٠، ٢س-٤ ≥ ٠، ٢س-٤> ٠، ٢س-٤≤ ٠) ، وتمثيل حل كل منها على خط الأعداد، ثم مناقشة الطلبة حول تأثير رمز التباين (>، ≤، <، ≥) على طريقة كتابة مجموعة الحل، وتسجيل الإجابات على اللوح.

٢- مناقشة مثال (١) من الكتاب؛ لإيجاد مجموعة حل متباينة تربيعية بمتغير واحد، ثم تكليف الطلبة بحل تدريب (١)، ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم.

٣- مناقشة مثال (٢) من الكتاب، وتوضيح كيفية إيجاد مجموعة حل متباينة مميز العبارة التربيعية فيها سالب، ومن ثم تكليف الطلبة بحل تدريب(٢) ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

٤- مناقشة المثالين (٣)، (٤) من الكتاب؛ لتوضيح كيفية إيجاد مجموعة حل متباينة من الدرجة الثالثة، ومن ثم تكليف الطلبة بحل التدريبين (٣)، (٤)، ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم.

٥- ختم الحصة بتوجيه الطلبة إلى تعبئة سجل وصف سير التعلم.

٦- تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل بعضها (واجب بيتي)، والآخر في الصف ومتابعتهم وتقديم التغذية الراجعة لهم .

معلومات إضافية

يمكن دراسة إشارة المتباينة على خط أعداد واحد ، مثال توضيحي:

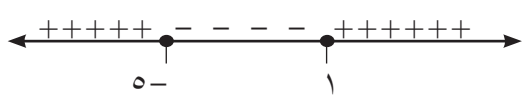
حل المتباينة $س^{٢} + ٤س - ٥ \geq ٠$

الحل :

نفرض ق(س) = $س^{٢} + ٤س - ٥$

$= (س+٥)(س - ١)$

بدراسة إشارة الاقتران ق



تجد أنَّ $س^{٢} - ٤س - ٥ \geq ٠$ صحيحة عندما س ∈ [-٥ ، ١]

أي أنَّ مجموعة حل المتباينة $س^{٢} - ٤س - ٥ \geq ٠$ هي الفترة [-٥ ، ١]

أخطاء شائعة

- يخطئ بعض الطلبة بتحديد الأطراف المفتوحة والمغلقة عند كتابة مجموعة الحل.
- يخطئ بعض الطلبة بعدم ترتيب حدود المتباينة قبل البدء بالحل.
- يخطئ بعض الطلبة عند التعبير عن مجموعة حل المتباينة بفترة فيكتبون الفترة مثل [٢ ، ٥] على الصورة [٥ ، ٢]، أو الفترة [-٣، -١] على الصورة [-١، -٣].

مراعاة الفروق الفردية

علاج

- حل الأسئلة : ٢ الفرعين (أ ، ب) من ورقة العمل (١-٢) .

إثراء

- حل الأسئلة : ٢ الفروع (جـ - ك) ، ٧ من ورقة العمل (١-٢) .

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (١ – ١) البند (٦)، نموذج وصف سير التعلم (١ – ٣).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١): مجموعة الحل: $(-\infty، -٢)$ ، $(١، \infty)$

تدريب (٢): مجموعة الحل: ح

تدريب (٣): مجموعة الحل: $(٤، \infty)$ ، $(-٤، ٠)$

تدريب (٤): مجموعة الحل: $(-\infty، -٤)$ ، $(٠، ١,٥)$

تمارين ومسائل

٢) أ) الأصفار : أ ، ب

ب) مجموعة الحل: $(-\infty ،أ)$ ، $(ب ، \infty)$

٣) أ) الأصفار : $-٤ ، ١$

ب) الأصفار: $-٤ ، ٤$.

جـ) الأصفار: $-٢، ١، ٤$

٤) أ) مجموعة الحل: $(-\infty ، -٢)$ ، $(٠ ، ٢)$

ب) مجموعة الحل: $[\frac{-٢}{٣} ، \frac{١}{٢}]$

جـ) مجموعة الحل :$(٠ ، ١)$ ، $(٤، \infty)$

د) مجموعة الحل : ح

٥) أ) ل = س-٢ ، م = س$+ ١$ ، هـ = س-٣ .

ب) ق(س) = س^{٣} -٤س^{٢} + س $+٦$.

جـ) ق(س) < ٠ ← مجموعة الحل :$(-\infty ، -١)$ ، $(٢ ، ٣)$

ق(س) ≥ ٠ ← مجموعة الحل : $(-\infty ، -١]$ ، $[٢ ، ٣]$

د) نعم ، مثال : س^{٣} -٢س^{٢} + س -٢

نتاجات التعلم

– يكتب صيغًا مكافئة لتعابير نسبية باستخدام الكسور الجزئية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

الكسور الجزئية.

التكامل الرأسي

– جمع المقادير الكسرية في الصف التاسع الأساسي.

التعلم القبلي

تحليل كثيرات الحدود إلى عواملها الأولية، القسمة الطويلة، الصيغة النسبية.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (٤٠– ٤٤).

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، االتعلم في مجموعات (فكر- انتقِ زميلًا- شارك)، التفكير الناقد (التحليل) .

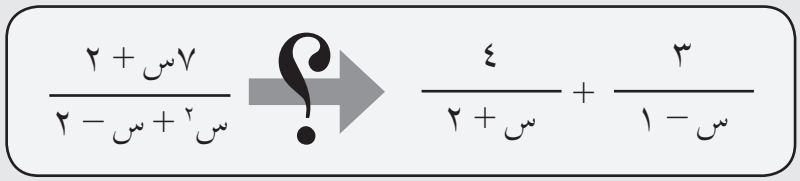
إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال الإجراءات الآتية:

- يعرض المعلم اللوحة الأولى على الطلبة ، ويطرح عليهم السؤال الآتي: كيف يمكننا تحويل شكل الكسور المجزأة (قبل السهم) إلى شكل الكسر الواحد (بعد السهم)؟ يناقش المعلم الطلبة في إجاباتهم مع التبرير، ، ويتم تسجيل خطوات الحل على اللوح.

$$\frac{٣}{س - ١} + \frac{٤}{س + ٢} \leftarrow \frac{٧س + ٢}{س^{٢} + س - ٢}$$

- يعرض المعلم اللوحة الثانية على الطلبة، ويسألهم عن إمكانية إجراء العملية بالاتجاه العكسي، ثم يستمع المعلم إلى إجاباتهم مع التبرير، ومن ثم يوضح خطوات تجزئة الكسور باتباع الخطوات الواردة في كتاب الطالب.



الشكل (١-٤)

٢- مناقشة مثال (١) من الكتاب؛ لتعزيز فهم الطلبة لتجزئة الكسور، وتنبيههم أنه يمكن إجراء عملية تجزئة الكسور، إذا كانت درجة كثير الحدود في البسط أقل من درجة كثير الحدود في المقام، وإذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام أو تساويها نستخدم القسمة الطويلة لكتابة الناتج على شكل كثير حدود مضاف إليه صيغة نسبية، يمكن كتابتها على شكل كسور جزئية ، ومن ثم مناقشة مثال (٢) لتوضيح الفكرة السابقة.

٣- تقسيم الطلبة إلى مجموعات ثنائية وتكليفهم بحل تدريب (١) ، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة لهم.

٤- ختم الدرس من خلال سؤال الطلبة : لخص بكلماتك الخاصة خطوات تجزئة الكسور.

٥- تكليف الطلبة حل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي) ومناقشتها في الحصة القادمة.

معلومات إضافية

- استكمالاً لموضوع الكسور الجزئية قد تواجه في المقام مقادير جبرية على النحو الآتي:

أ) $\frac{٥س - ٧}{(س - ١)^{٣}}$ وفي هذه الحالة يمكن تجزئتها بالصورة الآتية:

$\frac{أ}{(س - ١)} + \frac{ب}{(س - ١)^{٢}} + \frac{جـ}{(س - ١)^{٣}}$ (الحل: أ = ٠ ، ب = ٥ ، جـ = −٢)

ب) $\frac{س^{٢} - س + ٦}{س^{٣} - ١}$ $= \frac{س^{٢} - س + ٦}{(س - ١)(س^{٢} + س + ١)}$ وفي هذه الحالة يمكن تجزئتها بالصورة الآتية:

$\frac{أ}{س - ١} + \frac{ب س + جـ}{س^{٢} + س + ١}$

أخطاء شائعة

- يخطئ بعض الطلبة بتجزئة الكسور دون التأكد أن درجة البسط أقل من درجة المقام.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الورقة والقلم.

أدوات التقويم : سلم التقدير (١ -١) البند (٧)، اختبار قصير.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

–حل الأسئلة : ٣(أ، ب، جـ) من ورقة العمل (١-٢) .

إثراء

– حل الأسئلة : ٣(د، هـ ، و) من ورقة العمل (١-٢) .

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١): $س + ١ + \frac{٤}{س - ٤} + \frac{-٣}{س + ١}$

تمارين ومسائل

١)

أ) $\frac{٨س + ٥}{س^{٢} + س}$

ب) $\frac{س - ١}{س^{٢} + س}$

جـ) $\frac{-٦س - ١٤}{٢س^{٢} + س - ٣}$

د) $\frac{٩س + ٥٤}{س^{٢} + ١١س + ٢٨}$

٢)

أ) $\frac{٣}{س - ١} + \frac{٥}{س - ٤}$

ب) $\frac{-١}{س} + \frac{٢}{س + ١}$

جـ) $\frac{١}{س - ١}$

د) $\frac{٢}{٣(س + ٢)} + \frac{١}{٣(س - ١)}$

هـ) $\frac{١}{١٠(س - ٥)} + \frac{-١}{١٠(س + ٥)}$

و) $-٢ + \frac{-٣}{٣س - ١} + \frac{-١}{٣ + ٢س}$

ز) $٢س + \frac{٣}{٢(س - ٤)} + \frac{-١}{٢(س + ٢)}$

ح) $\frac{-٣}{س} + \frac{٥}{س - ٢} + \frac{-١}{س + ٢}$

ط) $\frac{-١}{٢أ(س + أ)} + \frac{١}{٢أ(س - أ)}$

ي) $-١ + \frac{-١}{٢(س - ١)} + \frac{١}{٢(س + ١)}$

١) أ) خارج القسمة : ٥س^{٢} −٣س + ٤ الباقي : صفر

ب) خارج القسمة ٤س^{٣} −٢س^{٢} − س + ١ الباقي : ٣

٢) ق(س) = س^{٢} − س − ١ ، هـ(س) = س + ٢

٣) أ) الاقتران بأبسط صورة

ب) الاقتران بأبسط صورة؛ لأن المقام (س+ ٣) ليس عاملاً من عوامل البسط

جـ) س^{٣} + س^{٢} + ١

٤) أ) جذور المعادلة هي : −٤ ، −١ ، ١

ب) جذور المعادلة هي: −٢ ، $-\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{٨}$ ، ٢

جـ) جذور المعادلة هي : −٢ ، ٢

٥) أ) مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع الخارجي − مساحة المربع الداخلي

ق(س) = س^{٤} + ٣س^{٢} + ٤

ب) طول ضلع المربع الداخلي ٢سم ، طول ضلع المربع الخارجي ٦سم.

٦) أ) مجموعة الحل : (١ ، ٣)

ب) مجموعة الحل : [−٢ ، ١] ، [٢ ، ∞)

جـ) مجموعة الحل : (−∞ ، −١] ، [١، ٣]

٧) أ) $\frac{١٠}{س + ٦} + \frac{-٢}{س - ٣}$

ب) $١ + \frac{-٣}{س + ٢} + \frac{١}{س - ١}$

جـ) $\frac{٧}{٢س - ٣} + \frac{-٢}{س - ١}$

٨) ق(س) = س^{٣} −٩س^{٢} + ٢٧س − ٢٨

٩) $\frac{س(س^{٢} + ٣س - ٣)}{س - ١}$

١٠) أ) $\frac{٦٤\pi - \pi س^{٢}}{٨ - س}$

ب) طول نصف قطر النافورة = $\sqrt{٥٤}$ م

١١) نفرض أن أحد الأصفار: جـ ، الصفر الثاني : جـ +٢

جـ (جـ + ٢) = ن .....(١)

جـ + (جـ+ ٢) = ٢م .....(٢)

٢جـ +٢ =٢م ومنه جـ = م −١

نعوض عن جـ في المعادلة (١)

(م −١)(م −١ +٢) = ن ← (م −١)(م+١) = ن

م^{٢} −١ = ن ← م^{٢} = ن +١

١٢)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
رمز الإجابة	ب	ب	أ	د

ورقة العمل (١-١)

١) إذا كان ق(س) = ٦س^{٣} −٢س^{٢} + ٤س − ١، وكان هـ(س) = س−٢، فجد باقي قسمة ق على هـ.

٢) إذا كان ق(س) = ٢س^{٣} + ٤س^{٢} −٦ ، وكان هـ(س) = ٢س− ٣ ، فجد باقي قسمة ق على هـ.

٣) جد الأصفار النسبية المحتملة للاقتران ق(س) = س^{٥} −٤س^{٤} + ٢س^{٣} + ٢س^{٢} + س + ٦.

٤) حلل الاقتران ق(س) = ٢س^{٣} − ٥س −٦ إلى عوامله الاولية.

٥) إذا كان باقي قسمة كثير الحدود ق(س) على هـ(س) = س + ١، يساوي (−٨) ، وكان
ل(س) = ٣ق(س) + ١١س +١٠ ،فجد ل(−١) .

٦) إذا كان س=٢، صفرًا للاقتران ق(س) = ك س^{٤} −١١س^{٣} + ك س^{٢} + ١٣س + ٢، فما قيمة الثابت ك؟

٧) هل(س+ أ) عامل من عوامل ق(س) = س^{ن} − أ^{ن} ، حيث ن: عدد فردي ؟ برر إجابتك.

٨) إذا كان باقي قسمة كثير الحدود س^{٣} + ٢س^{٢} −٥أس −٧ على(س+ ١) يساوي ب$_{١}$ ، وباقي قسمة كثير الحدود س^{٣} + أس^{٢} −١٢س + ٦ على(س−٢) يساوي ب$_{٢}$ ، وكان ٢ب$_{١}$ + ب$_{٢}$ = ٦، فجد قيمة الثابت أ.

٩) إذا كان ق(س) = أس^{٣} + ب س^{٢} −٥س + ٨٤، وكان (س−٤)، (س−٧) عاملين من عوامل الاقتران ق ، فجد قيمة الثابتين أ، ب.

١٠) حلل ق(س) = س^{٦} + ٩س^{٥} + ١١س^{٤}−٢٢س^{٣}− ٩س^{٢} −١١س + ٢١ إلى عوامله الأولية.

١١) حلل ق(س) = ٦س^{٣} +٢١ س^{٢} +٤س + ١٤ إلى عوامله الأولية (بطريقتي الأصفار النسبية والتجميع).

إجابات أسئلة ورقة العمل (١-١)

١) ٤٧ ٢) $\frac{٣٩}{٤}$ ٣) ± ١ ، ± ٢ ، ± ٣ ، ± ٦

٤) ق(س) = (س−٢)(٢س^{٢} + ٤س +٣) ٥) ل(−١) = −٢٥ ٦) ك = ٣

٧) ق(−أ) = (−أ)^{ن} − أ^{ن} = −٢أ^{ن} ≠ ٠ ← ∴ (س+ أ) ليس عاملًا من عوامل ق(س).

٨) أ = ٢ ٩) أ = ١، ب = −٨ .

١٠) ق(س) = (س−١) (س−١)(س+٣) (س^{٢} + س+ ١)(س + ٧).

١١) ق(س) = (٢س + ٧) (٣س^{٢} + ٢).

ورقة العمل (١-٢)

١) حل المعادلات الآتية:

أ) $س^{٢} - ٦س + ٨ = ٠$ ب) $س^{٣} - ٢س^{٢} + س = ٠$ جـ) $س^{٢} + ٣س - ١٠ = ٠$

٢) جد مجموعة حل المتباينات الآتية :

أ) $٥س - س^{٢} \geq ٠$ ب) $س^{٢} - ٨ \leq ٢س$ جـ) $س^{٢} - ٤س + ٤ \leq ٠$

د) $س^{٢} - ٤س + ٤ < ٠$ هـ) $س^{٢} - ٤س + ٤ \geq ٠$ و) $س^{٢} - ٤س + ٤ > ٠$

ز) $س^{٢} \geq ٠$ ح) $س^{٢} - ٢ \geq ٠$ ط) $س^{٢} - س - ٩ \leq ٠$

ي) $س^{٣} - ٤س^{٢} + س + ٦ > ٠$ ك) $س^{٣} - ٢س^{٢} \leq ٦س - ١٢$

٣) جزِّئ كلًّا من الكسور الآتية :

أ) $\frac{س + ٢٦}{س^{٢} - ٣س - ١٠}$ ب) $\frac{٤س - ٨}{س^{٢} - ٨س + ١٥}$

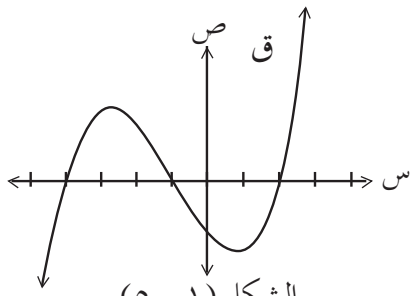
جـ) $\frac{٢س - ١}{س^{٢} - ٧س + ١٢}$ د) $\frac{٢س^{٣} - ٤س^{٢} - س - ٣}{س^{٢} - ٢س - ٣}$

هـ) $\frac{٢س^{٣} + س^{٢} - ١١}{٢س^{٢} - س - ٣}$ و) $\frac{س^{٣} + ١٠س^{٢} + ٣س + ٣٦}{س^{٣} - س^{٢} - ٤س + ٤}$

٤) سجادة مستطيلة الشكل تُعطى مساحتها بالاقتران ق(س) =($س^{٢} - ٣س + ٢٦$)م^{٢}، جد قيمة س التي تجعل مساحة السجادة (٨٠) م^{٢}.

٥) مكعب حجمه يُعطى بالعلاقة ح(س) = ($٢س^{٣} + ٣س^{٢} + ١٧س$) سم^{٣} ، جد مجموعة قيم س التي تجعل حجم المكعب (٢٢) سم^{٣}.

٦) الشكل المجاور يمثل منحنى كثير الحدود ق(س) من الدرجة الثالثة الذي معامله الرئيس (١) وفيه ق(٠) = −٨ ، اعتمادًا على الشكل أجب عن الأسئلة الآتية:



الشكل (١ – ٥)

أ) جد مجموعة حل المعادلة المرافقة للاقتران ق(س).

ب) اكتب عوامل الاقتران ق(س).

جـ) جد قاعدة الاقتران ق(س).

٧) إذا كانت كتلة وقود في صاروخ (ك) بعد الانطلاق تقاس بالـ (ملغ) ، وتعطى بالعلاقة:

ك = ٢٠٠٠ – د^{٢} – ١٤٠د، حيث د الزمن بالدقائق، في أي فترة زمنية تكون كتلة الوقود أكبر من ٥٠٠ملغ.

إجابات أسئلة ورقة العمل (١- ٢)

١) أ) جذور المعادلة: ٢ ، ٤ ب) جذور المعادلة : ٠ ، ١ جـ) جذور المعادلة : ٢ ، −٥

٢) أ) (− ∞، ٠] ، [٥،∞) ب) (− ∞،−٢]،[٤،∞) جـ) ح

د) ح − { ٢ } هـ) { ٢ } و) ∅

ز) { ٠ } ح) [$-\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٢}$] ط) (− ∞، $\frac{-١-\sqrt{٣٧}}{٢}$] ، [$\frac{١+\sqrt{٣٧}}{٢}$ ،∞]

ي) (−∞، −١) ،(٢، ٣) ك) [$-\sqrt{٦}$ ، ٢] ، [$\sqrt{٦}$ ،∞)

٣) أ) $\frac{-٣}{س+٥} + \frac{٤}{س-٢}$ ب) $\frac{٦}{س-٥} + \frac{-٢}{س-٣}$ جـ) $\frac{-٥}{س-٣} + \frac{٧}{٤-س}$

د) ٢س + $\frac{٣}{س-٣} + \frac{٢}{س+١}$ هـ) س+١ + $\frac{-٤}{٥(٢س-٣)} + \frac{١٢}{٥(س+١)}$

و) ١ + $\frac{-١٤}{٣(س-١)} + \frac{١٣}{٢(س-٢)} + \frac{١}{٦(س+٢)}$

٤) س =٩ م

٥) س= ١م

٦) أ) جذور المعادلة : −٤ ، −١ ، ٢ ب) العوامل هي:

ج) ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} −٦س − ٨ ، (س+٤)، (س +١)، (س−٢)

٧) [٠ ، ١٠]

استراتيجية التقويم: التواصل

أداة التقويم: سلّم التقدير (١-١)

الرقم	مؤشرات الأداء	ممتاز	جيّد جدًّا	جيّد	ضعيف
١	**قسمة كثيرات الحدود** – يجد خارج وباقي قسمة كثير حدود على كثير حدود آخر على صورة (س– أ) باستخدام القسمة التركيبية. – يوظف قسمة كثيرات الحدود في حل مسائل حياتية.				
٢	**نظرية الباقي والعامل** – يستخدم نظرية العامل؛ لإيجاد باقي قسمة كثير حدود على كثير حدود آخر على صورة (س – أ). – يستخدم نظرية الباقي؛ لإيجاد باقي قسمة كثير حدود على كثير حدود آخر على صورة (س – أ). – يوظف نظرية الباقي ونظرية العامل لإيجاد قيمة ثابت .				
٣	**تحليل كثيرات الحدود** – يجد الأصفار النسبية المحتملة لكثير حدود من الدرجة الثالثة فأكثر. – يوظف نظرية الأصفار النسبية في تحليل كثير حدود من الدرجة الثالثة فأكثر. – يوظف تحليل كثيرات الحدود في حل مسائل حياتية.				
٤	**الاقترانات النسبية** – يميز الاقترانات النسبية من غير النسبية ضمن مجال كل منها. – يكتب صيغًا مكافئة لاقترانات نسبية بأبسط صورة ممكنة ضمن مجال كل منها. – يوظف الاقترانات النسبية في حل مسائل حياتية.				

الرقم	مؤشرات الأداء	ممتاز	جيّد جدًّا	جيّد	ضعيف
٥	**حل المعادلات الجبرية بمتغير واحد** – يحل معادلة غير خطية بمتغير واحد من الدرجة الثالثة على الأكثر باستخدام طرائق التحليل . – يجد حلول المعادلة المرافقة للاقتران معتمدًا على التمثيل البياني له. – يوظف المعادلة غير الخطية بمتغير واحد في حل مسائل حياتية.				
٦	**المتباينات غير الخطية بمتغير واحد** – يميز المتباينة غير الخطية بمتغير واحد من غيرها. – يحل متباينة غير خطية بمتغيرواحد حتى الدرجة الثالثة ويمثلها على خط الأعداد. – يعبر عن مجموعة حل المتباينة غير الخطية بمتغير واحد بفترة. – يوظف المتباينات غير الخطية بمتغير واحد في حل مسائل حياتية.				
٧	**الكسور الجزئية** – يجزئ صيغة نسبية فيها (درجة البسط < درجة المقام). – يجزئ صيغة نسبية فيها (درجة البسط ≤ درجة المقام).				

ممتاز: إذا أنجز الطالب المهمة بصورة صحيحة.

جيد جدًّا: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود خطأ بسيط، ومن دون الحاجة إلى مساعدة.

جيد: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود خطأ بسيط، ووجود مساعدة.

ضعيف: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الملاحظة

أداة التقويم: قائمة الرصد (١-٢)

الرقم	مؤشرات الأداء	نعم	لا
١	تقبل زملاءه في المجموعة نفسها .		
٢	قام بالمهام الموكولة إليه .		
٣	ساعد زملاءه في المجموعة عند الحاجة .		
٤	التزم بالمهمة الموكولة إليهِ.		
٥	عبر عن رأيه بوضوح.		
٦	بادر إلى تحمل أعباء المهام الطارئة .		

* يستخدم المعلم هذه الأداة عند متابعته لأعمال المجموعات.

استراتيجية التقويم: مراجعة الذات

أداة التقويم: نموذج وصف سير التعلم (١-٣)

اسم الطالب:..... موضوع الدرس:.....

تعلمت اليوم:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

واجهت صعوبة في فهم:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ملاحظات المعلم:

.....

.....

.....

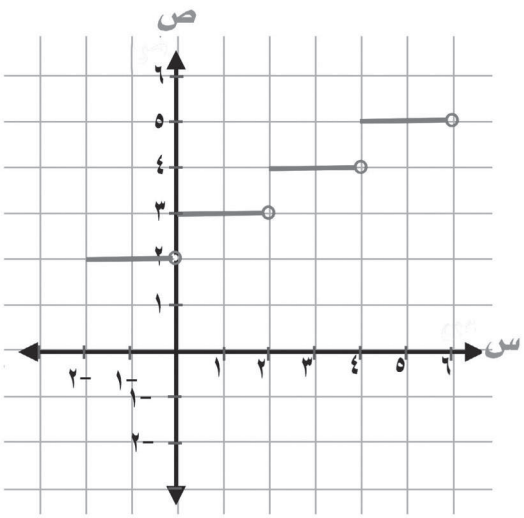
.....

٢ الوحدة الثانية

الاقترانات

يعد علم الجبر أحد الفروع الأساسية في علم الرياضيات؛ فهو لا يتعامل مع الأرقام فحسب بل يصوغ العلاقات باستخدام الرموز والمتغيرات.

وللاقترانات أهمية كبرى؛ نظرًا لتطبيقاتها الواسعة وارتباطها بفروع الرياضيات المختلفة، مثل: التفاضل والتكامل والعلوم الأخرى كالفيزياء والكيمياء والطب والهندسة وحتى العلوم الإنسانية. ويمكن بواسطتها تمثيل ظواهر كونية كثيرة.



يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرا على:

- استقصاء خصائص اقترانات كثيرات حدود على الصورة أس^{٣}+ ب ، واقتران القيمة المطلقة، واقتران أكبر عدد صحيح، والاقتران المتشعب، واقتران الجذر التربيعي والاقتران النسبي بحيث يكون البسط عددا ثابتا.
- رسم منحنيات اقترانات خاصة معطاةٍ يدويًّا وباستخدام التكنولوجيا.
- فهم عملية تركيب الاقترانات، والاقتران العكسي.
- استخدام تركيب الاقترانات لإيجاد الاقتران العكسي.
- استخدام الاقترانات الخاصة في نمذجة مسائل حياتية وحلِّها، مع تبرير الحل.

تهيئة الوحدة

السؤال الأول:

مثِّل الاقترانات الآتية باستخدام برمجية إكسل (أو أي برمجية أخرى):

أ) ق(س) = س^{٢} −٢س − ٥ س ∈ [−٣ ، ٣]

ب) هـ(س) = س^{٣} − ٢ س ∈ [−٥ ، ٥]

جـ) د(س) = (س − ١)^{٣} س ∈ [−٤ ، ٦]

السؤال الثاني :

ارسم منحنى الاقتران ق(س) = ٢س − س^{٢} ، س ∈ [−١، ٥] ومن خلال الرسم أجب عن كل مما يأتي:

أ) حدد مجال ق(س).

ب) جد أصفار ق(س).

جـ) جد معادلة محور التماثل .

السؤال الثالث:

أ) إذا كان الاقتران ق(س) = ٢س^{٣} − ٢س + ٢ ، فجد : ق(−١) ، ق(٣) ، ق (٠) .

ب) حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية:

١) س^{٢} −٦س −٧ = ٠

٢) ٤س^{٢} −٥س + ٣ = ٠

٣) ٢س^{٢} + ٥س + ٢ = ٠

جـ) جد مجموعة حل المتباينة : ٢س −١٦ < ٠

السؤال الرابع:

يتكون هذا السؤال من خمس فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد فقط منها صحيح. ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) إذا كان ق(س) = س^{٢} −٢س ، فإنَّ الإحداثي السيني لنقط تقاطع منحنى الاقتران ق مع محور السينات هي:

أ) ٠ ، ١ ب) ٢ ، ١ جـ) ٠ ، ٢ د) ٠ ، −٢

(٢) مجال الاقتران ق(س) = (س − ١)^{٢} ، هو:

أ) مجموعة الأعداد الحقيقية. ب) مجموعة الأعداد الطبيعية.

جـ) مجموعة الأعداد الصحيحة. د) مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة.

(٣) مجموعة حل المعادلة $س^{٢} + ٢ = ٣س$ هي:

أ) {−١ ، ٢}　　ب) { ٢ ، ١}　　جـ) {−١ ، −٢}　　د) ∅

(٤) مميز المعادلة التربيعية المرافقة للاقتران ق(س) = ١− س − $س^{٢}$ يساوي :

أ) − ٣　　ب) −٤　　جـ) −٥　　د) ٥

(٥) الاقتران ق(س) = ٨ − $س^{٣}$ يقطع محور الصادات في النقطة:

أ) (٠ ، ٨)　　ب) (٢ ، ٠)　　جـ) (٠ ، ٢)　　د)(٨ ، ٠)

(٦) إذا كان ق(س) = $س^{٢}$ −١ ، فإنَّ قيم س التي تجعل ق(س) = ٣ تساوي :

أ) ٢، −١　　ب) −٢، ١　　جـ) ١، −١　　د) ٢، −٢

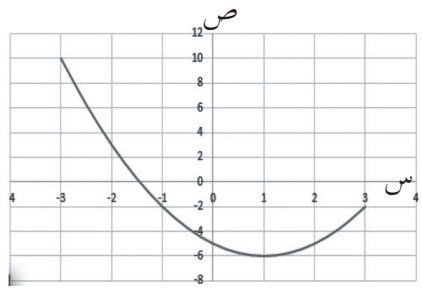
(٧) صورة النقطة (٣ ، ٦) تحت تأثير الانسحاب لليمين بمقدار ٣ وحدات هي:

أ) (٠، ٦)　　ب) (٣، ٩)　　جـ) (٦، ٦)　　د) (٣، ٣)

إجابة أسئلة التهيئة

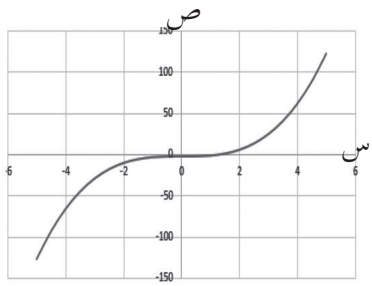
السؤال الأول:

أ)



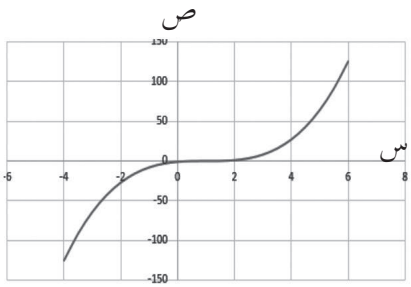
الشكل (٢ – ١)

ب)



الشكل (٢ – ٢)

جـ)



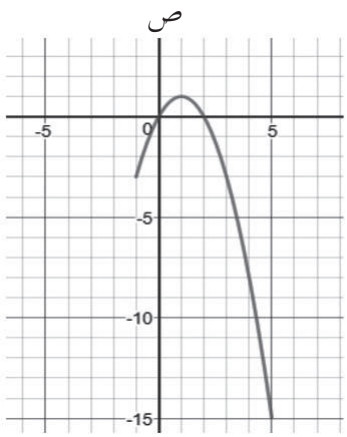
الشكل (٢ – ٣)

السؤال الثاني :

أ) [–١ ، ٥]

ب) ٠ ، ٢

جـ) س = ١



الشكل (٢ – ٤)

السؤال الثالث:

أ) ق(–١) = ٢ ، ق(٣) = ٥٠ ، ق(٠) = ٢

ب) ١) مجموعة الحل: {٧ ، –١} ٢) ∅ ٣) مجموعة الحل: $\{\frac{-١}{٢}، -٢\}$

جـ) مجموعة حل المتباينة هي الفترة (– ∞ ، ٨)

السؤال الرابع:

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
رمز الإجابة	جـ	أ	ب	د	أ	د	جـ

نتاجات التعلم

- يمثل كثيرات الحدود حتى الدرجة الثالثة يدويًّا .
- يمثل كثيرات الحدود باستخدام برمجيات تطبيقية.
- يحدد عدد مرات التغير في إشارة كثير الحدود من خلال تمثيله البياني.
- يحدد تزايد الاقتران وتناقصه على الصورة ق(س) = أس^{٣} + ب من خلال إشارة المعامل الرئيس له.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- التغير في إشارة الاقتران.
- تزايد الاقتران وتناقصه.

التكامل الرأسي

- تمثيل الاقتران الخطي في الصف الثامن الأساسي.
- تمثيل الاقتران التربيعي واستقصاء خواصه من خلال تمثيله يدويًّا وباستخدام التكنولوجيا في الصف التاسع الأساسي.
- تمثيل كثيرات الحدود واستقصاء خواصها من خلال تمثيلها يدويًّا، وباستخدام التكنولوجيا في الصف العاشرالأساسي.

التعلم القبلي

المجال، المدى،اقتران متزايد، اقتران متناقص، معادلة محور التماثل للاقتران التربيعي، أصفار الاقتران.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب ، الصفحات (٥٠– ٥٧) .
- برمجيات رسم المنحنيات (إكسل، أو برامج الرسم في الهواتف الذكية).

استراتجيات التدريس

- التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة، التدريبات والتمارين)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي).

إجراءات التنفيذ

١ – التمهيد للدرس عن طريق مناقشة مثال (١) من الصفحة (٥٠)، الذي يهدف إلى مراجعة الطلبة بخواص كثيرات الحدود: الصورة القياسية لكثير الحدود من الدرجة ن، درجة الاقتران، معاملات حدوده.

٢ – تذكير الطلبة بخطوات تمثيل الاقتران التربيعي بيانيًّا من خلال مناقشة مثال(٢) من الكتاب، وإيجاد: أصفاره، عدد مرات تغير إشارته، معادلة محور تماثله.

٣ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة من ٤ طلاب، وتكليف المجموعات بتمثيل الاقترانين في المثالين (٣)، (٤) من خلال الاستعانة بالخطوات الواردة في الكتاب، ومتابعة عمل المجموعات وتقديم الدعم لهم.

٤ – طرح السؤال التالي على الطلبة: من خلال التمثيل البياني للاقترانات في المثالين(٣) و(٤) من الكتاب، ما علاقة عدد المرات التي يقطع بها منحنى كثير الحدود ق(س) محور السينات، بعدد مرات التغير في إشارته؟ ومن ثم مناقشة إجابات الطلبة وتعزيزأفكارهم للتوصل إلى أنَّ : عدد مرات التغيرفي إشارة كثير الحدود على صورة ق(س) = أس^{٣} + ب مساوية لعدد المرات التي يقطع فيها منحناه محور السينات، وتسجيل الاستنتاج على اللوح.

٥ – تكليف المجموعات بحل التدريبات (١)، (٢)، (٣) من الكتاب، والاستعانة ببرمجيات رسم المنحنيات لتمثيل الاقترانات في التدريبات، ومتابعة عمل المجموعات وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٦ – في ضوء التمثيل البياني للاقترانات في التدريبات (١) و(٢) و(٣) التي على صورة ق(س) = أس^{٣} + ب، طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- ما إشارة معامل الحد الرئيس لكل اقتران؟
- حدد أي الاقترانات متزايد وأيها متناقص.
- ماذا تستنتج؟

٧ – مناقشة إجابات الطلبة وتعزيزأفكارهم للتوصل إلى النتيجة الآتية:

اذا كان ق(س) = أس^{٣} + ب ، وكانت أ ،ب ∋ ح، أ ≠ صفرًا فإنَّ: منحنى ق(س) متزايد إذا كانت أ > ٠، ومنحنى ق(س) متناقص إذا كانت أ < صفر، ثم تسجيل الاستنتاج على اللوح.

٨ – تكليف المجموعات بتنفيذ النشاط الوارد في كتاب الطالب صفحة (٥٦) لتحديد العلاقة بين الاقترانين، باستخدام كلمات مثل : انسحاب ، انعكاس، ومتابعة عمل المجموعات وتقديم التغذية الراجعة لهم وتعزيز أفكارهم.

٩ – ختم الدرس من خلال تعبئة نموذج وصف سير التعلم.

١٠– تكليف الطلبة حل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي) ومناقشتها في الحصة القادمة.

معلومات إضافية

– يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم منحنيات الاقترانات، وتدريب الطلبة على استخدامها لتعميق فهمهم لخواص المنحنيات، ويمكن الحصول على تلك البرمجيات من التطبيقات الموجودة في الهواتف الذكية .

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الملاحظة، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٢– ١) البند (١)، قائمة الرصد (٢ –٣) البند (١)، نموذج وصف سير التعلم (١–٣).

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– استخدم برمجية إكسل(أو أية برمجية رسم أخرى) لرسم منحنى كل اقتران من الاقترانات الآتية:

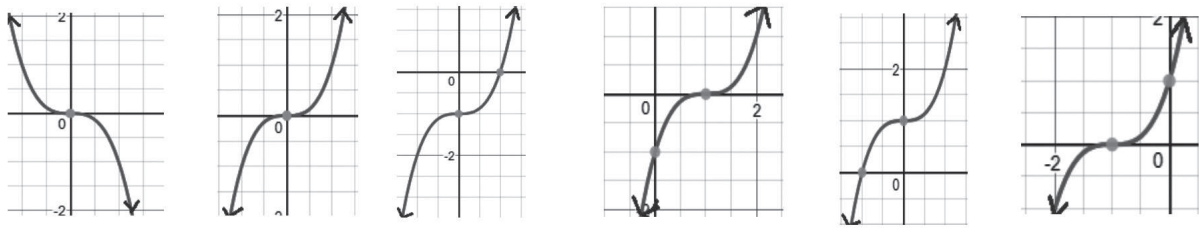
١) ق(س) = س^{٢} +١ ، س ∋ [–٥ ، ٥]

٢) ق(س) = س^{٣} – ٣ ، س ∋ [–١٠ ، ١٠]

إثراء

إذا كان: ق(س) = س^{٣}، ل(س) = س^{٣} + ١، هـ (س) = س^{٣} – ١، ع(س) = – س^{٣} ،

ك(س) = (س – ١)^{٣}، د(س) = (س + ١)^{٣}، فحدد التمثيل البياني الذي يمثل كل اقتران من الاقترانات السابقة :



(أ) (ب) (جـ) (د) (هـ) (و)

الشكل (٢–٥)

(إضاءة: يمكن الاستفادة من مقارنة الاقترانات بمنحنى الاقتران ق(س))

الحل: أ) الاقتران د(س) ب) الاقتران ل(س) جـ) الاقتران ك(س)

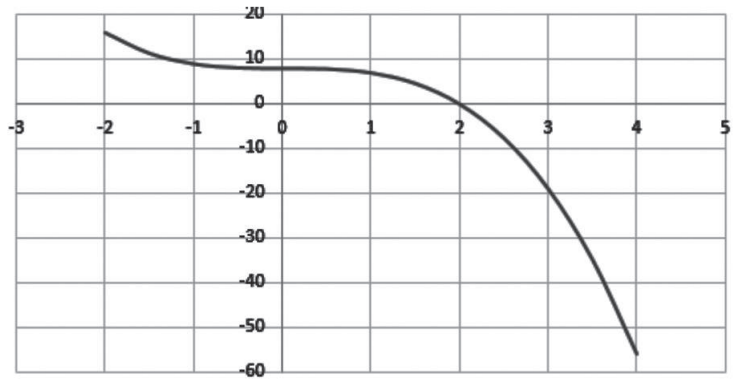
د) الاقتران هـ (س) هـ) الاقتران ق(س) و) الاقتران ع(س)

التدريبات

تدريب(١):

١) عدد مرات التغير في إشارة الاقتران ق: مرة واحدة.

٢) عدد المرات التي يقطع بها منحنى الاقتران ق محور السينات: مرة واحدة.

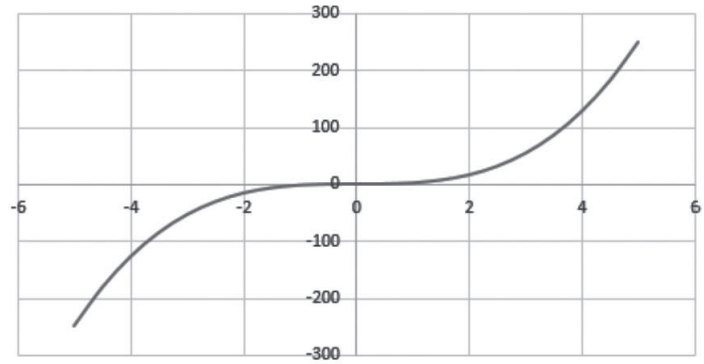


الشكل (٢-٦).

تدريب (٢):

١) عدد مرات التغير في إشارة الاقتران ق : مرة واحدة.

٢) عدد المرات التي يقطع بها منحنى الاقتران ق محور السينات: مرة واحدة.

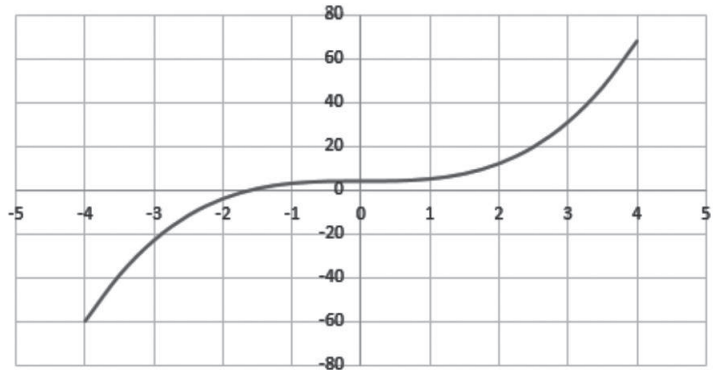


الشكل (٢-٧).

تدريب(٣):

١) عدد مرات التغير في إشارة الاقتران ق : مرة واحدة

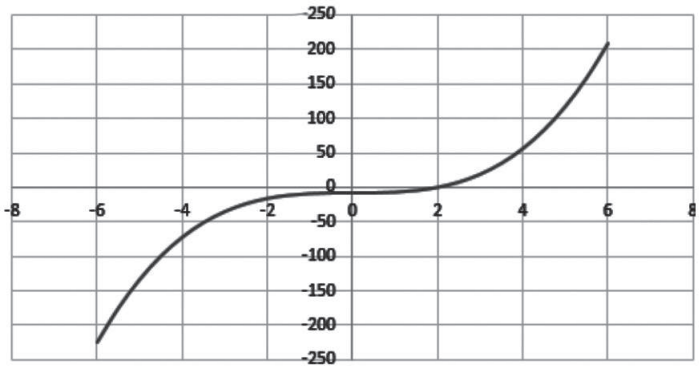
٢) عدد المرات التي يقطع بها منحنى الاقتران ق محور السينات: مرة واحدة



الشكل (٢-٨).

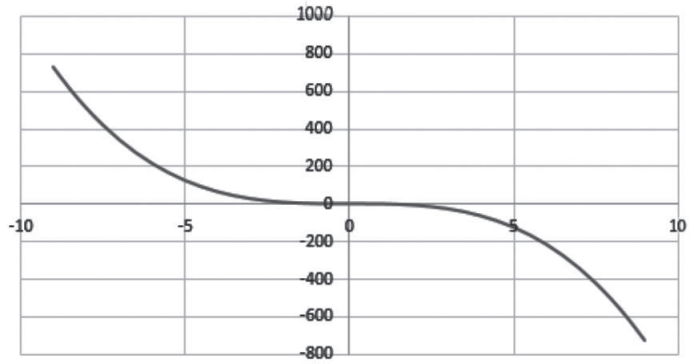
نشاط

١) ل(س) = س^{٣} − ٨



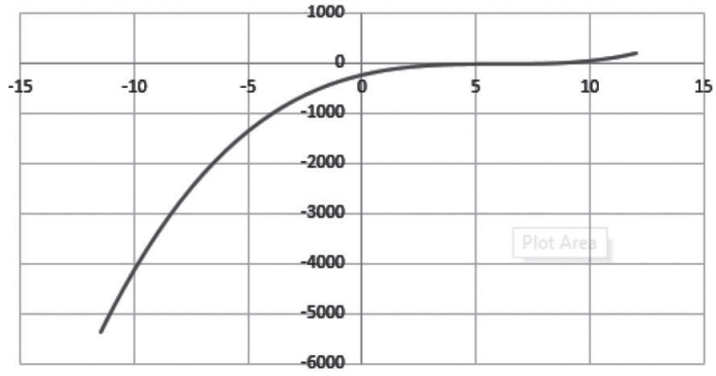
الشكل (٢-٩).

٢) هـ (س) = ٣ − س^{٣}



الشكل (٢-١٠).

٣) ك(س)= (س − ٦)^{٣}



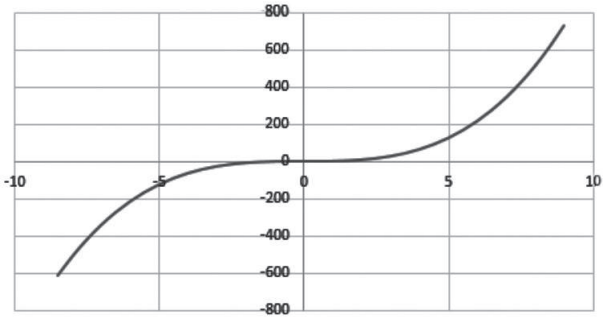
الشكل (٢-١١).

الملاحظات :

- منحنى ل(س) ناتج عن سحب منحنى ق(س) بمقدار ٨ وحدات للأسفل.
- منحنى هـ(س) ناتج عن انعكاس منحنى ق(س) حول محور الصادات، وانسحابه بمقدار ٣ وحدات للأعلى.
- منحنى ك(س) ناتج عن انسحاب منحنى ق(س) بمقدار ٦ وحدات لليمين.

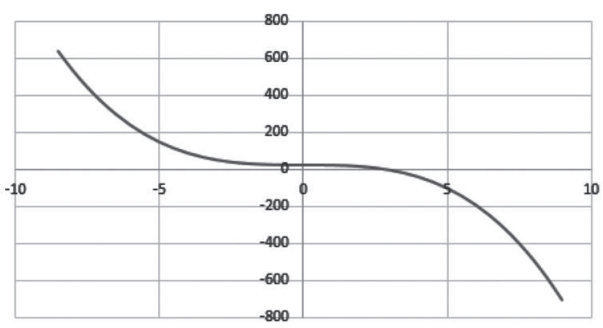
التمارين والمسائل

١) أ) منحنى ق(س) متزايد



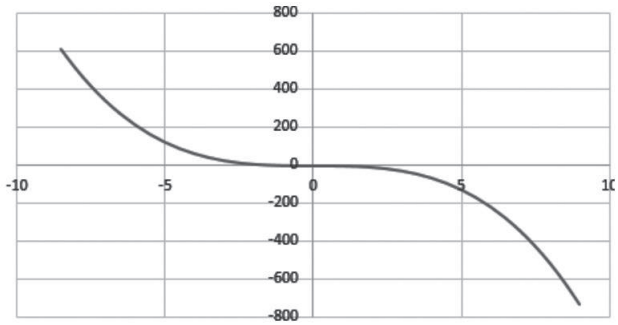
الشكل (٢-١٢).

ب) منحنى ك(س) متناقص



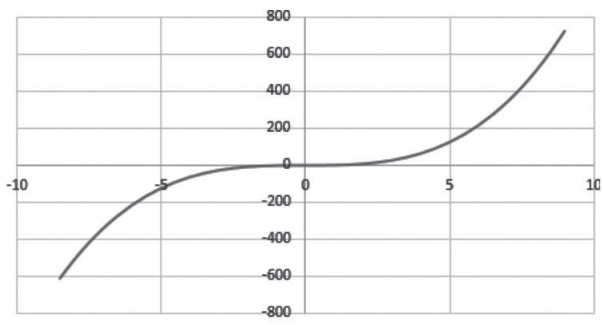
الشكل (٢-١٣).

جـ) منحنى ل(س) متناقص



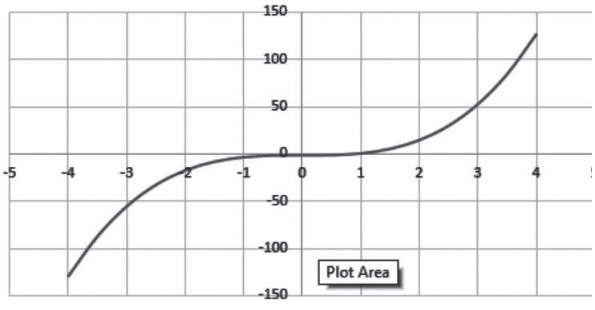
الشكل (٢-١٤).

د) منحنى هـ(س) متزايد



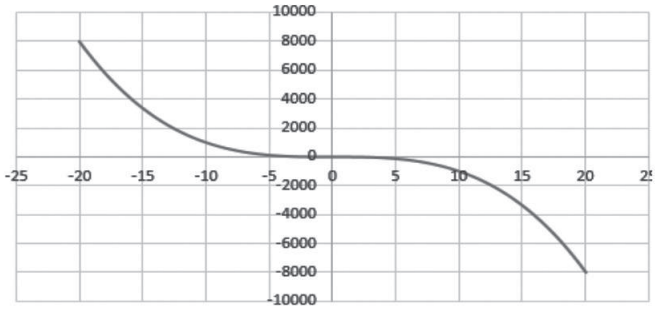
الشكل (٢-١٥).

٢) أ) ق(س)



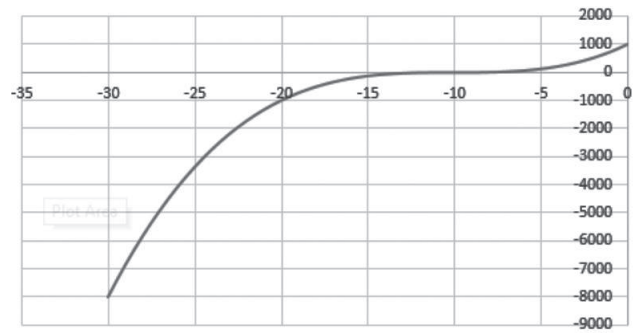
الشكل (٢-١٦).

ب) هـ(س)



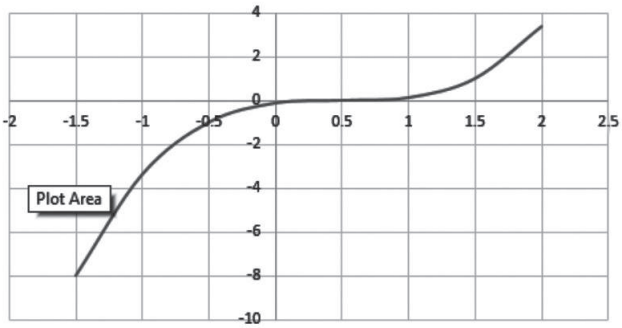
الشكل (٢-١٧).

جـ) ل(س)



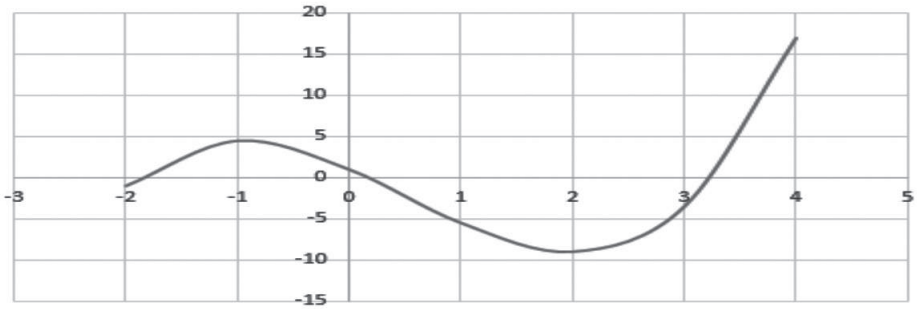
الشكل (٢-١٨).

د) م(س)



الشكل (٢ -١٩).

٣) أ)



الشكل (٢-٢٠).

ب) ٣ نقاط

٤) ١) ح(س) = س^{٣} +٣٥س^{٢} +٣٥٠س

٢) كثير حدود من الدرجة الثالثة ، المعاملات : أ$_{٣}$ = ١ ، أ$_{٢}$ =٣٥ ، أ$_{١}$ = ٣٥٠ ، أ$_{٠}$ = ٠

٥) نعم، عدد الأصفار مساوٍ لعدد مرات تغير إشارة الاقتران في كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة لكنها ليست قاعدة في كثيرات الحدود من الدرجة الثانية؛ مثل ق(س) = س^{٢}، له صفر واحد، ولكن الاقتران لا يغير إشارته.

نتاجات التعلم

- يحدد مجال اقتران الجذر التربيعي.
- يمثل منحنى اقتران الجذر التربيعي بيانيا.
- يحدد مجال الاقتران النسبي على الصورة ق(س) = $\frac{\text{أ}}{\text{هـ (س)}}$ ، حيث أ عدد حقيقي، هـ اقتران كثير حدود، هـ(س) ≠ صفرًا.
- يمثل منحنى الاقتران النسبي بيانيًّا.
- يحدد مجال الاقتران الكسري.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- اقتران الجذر التربيعي.
- الاقتران الكسري.
- الاقتران النسبي.

التكامل الرأسي

- تمثيل الاقتران الخطي في الصف الثامن الأساسي.
- تمثيل الاقتران التربيعي في الصف التاسع الأساسي.
- و تمثيل كثيرات الحدود وإيجاد مجالها في الصف العاشر الأساسي.
- التحويلات الهندسية في الصف السابع الأساسي.

التعلم القبلي

المجال، المدى، الاقتران النسبي، أصفار المقام، مجموعات الأعداد، الانسحاب.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب ، الصفحات (٥٨- ٥٩) .

استراتجيات التدريس

- التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة، التدريبات والتمارين)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التعلم عن طريق النشاط (المناقشة ضمن فرق).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس عن طريق كتابة العنوان على اللوح، وسؤال الطلبة عن توقعاتهم عن الاقتران الحقيقي، وصورته، والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها.

٢- تذكير الطلبة بـ:المجال، المدى، مجموعات الأعداد، تمثيل الاقترانات بيانيًا.

٣- تقديم تعريف الاقتران الحقيقي الوارد في الكتاب صفحة (٥٨)، وكتابة نصه على اللوح، وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه، والتنويه إلى أنواع الاقترانات الحقيقية المراد دراستها في هذا الدرس وهي: اقتران الجذر التربيعي، والاقتران النسبي على صورة ق(س) = $\frac{\text{أ}}{\text{هـ (س)}}$ ، حيث هـ (س) ≠ صفرًا، والاقتران الكسري، ويمكن استخدام الخرائط المفاهيمية لذلك.

اقتران الجذر التربيعي

١- تقديم تعريف اقتران الجذر التربيعي على صورة ق(س) = $\sqrt{\text{هـ(س)}}$ ، هـ (س) ≥ صفراً للطلبة الوارد في كتاب الطالب صفحة (٥٩) وكتابة صورته على اللوح، وسؤالهم عن مجاله والاستماع إلى إجاباتهم ثم مناقشتهم في كيفية تحديد مجال اقتران الجذر التربيعي بحيث تكون مجموعة قيم س الحقيقية التي تجعل هـ (س) ≥ صفراً.

٢- مناقشة مثال (١) مع الطلبة لتحديد مجال الاقتران ق(س) = $\sqrt{\text{س}}$ ورسم منحناه،وتنبيه الطلبة إلى ضرورة التوصيل بين نقاط التمثيل بخط منحنٍ أملس.

٣- تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة من (٤ -٦) طلاب ، وتكليفهم بتنفيذ النشاط الآتي:

- إذا كان ل(س) = $\sqrt{\text{س} + ١}$، ك(س) = $\sqrt{\text{س} - ١}$، ع(س) = $\sqrt{\text{س}}$ + ١ ، هـ(س) = $\sqrt{\text{س}}$ - ١، أجب عن الأسئلة الآتية:

١) جد مجال كل اقتران من الاقترانات السابقة وارسم منحناه.

٢) ما علاقة منحنى كل اقتران من الاقترانات بمنحنى الاقتران ق(س) = $\sqrt{\text{س}}$ ؟

٣) هل يمكنك إعطاء قاعدة عامة لعلاقة منحنى كل اقتران من الاقترانات :ل (س) = $\sqrt{\text{س} + \text{أ}}$، ك (س) = $\sqrt{\text{س} - \text{أ}}$ ، ع (س) = $\sqrt{\text{س}}$ + أ ، هـ(س) = $\sqrt{\text{س}}$ - أ، بمنحنى الاقتران ق (س) = $\sqrt{\text{س}}$.

٤- متابعة عمل المجموعات ومناقشة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم، ومن ثم تسجيل العلاقات بين الاقترانات على اللوح.

٥- مناقشة الأمثلة(٢)، (٣)،(٤) من الكتاب لتعميق فهم الطلبة لفكرة انسحاب المنحنيات،مع ضرورة تنبيههم إلى أنه إذا كان معامل س في اقتران الجذر التربيعي سالبًا، فإنَّ قاعدة الانسحاب لليمين واليسار تتغير حيث إنَّه :

إذا كان ق(س) = $\sqrt{-\text{س}}$ ، هـ (س) = $\sqrt{-\text{س} + \text{أ}}$ ، ع(س) = $\sqrt{-\text{س} - \text{أ}}$ ،

فإنَّ منحنى هـ ناتج عن انسحاب منحنى ق بمقدار (أ) وحدة لليمين ، ومنحنى ع ناتج عن انسحاب منحنى ق بمقدار (أ) لليسار.

٦- تكليف الطلبة بحل التدريبات (١)، (٢)، (٣) من الكتاب لإكسابهم مهارة تحديد علاقات الانسحاب بين المنحنيات ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم ومعالجة نقاط ضعفهم.

٧- مناقشة الطلبة بفقرة فكر وناقش ، تأكيد أن الاقتران ق (س) = - $\sqrt{\text{س}}$ لايساوي الاقتران هـ(س) = $\sqrt{-\text{س}}$ وذلك لاختلاف مجال كل منهما وتمثيله البياني.

٨- مناقشة مثال (٥) مع الطلبة لتحديد مجال الاقتران ق(س) = $\sqrt{\text{س}^{٢} - ١}$ ، ورسم منحناه، ثم تكليف الطلبه بحل تدريب (٤) من الكتاب ومتابعة حلولهم مع ضرورة تنبيه الطلبة للاختلاف بين اقتران الجذر التربيعي الذي على الصورة ق(س) = $\sqrt{\text{أس} + \text{ب}}$ ، واقتران الجذر التربيعي الذي على الصورة ق(س) = $\sqrt{\text{أ س}^{٢} - \text{ب س} + \text{جـ}}$ من حيث المجال والتمثيل البياني.

الاقتران النسبي على الصورة ق(س) = $\frac{\text{أ}}{\text{هـ (س)}}$

١- تقديم التعريف الوارد في كتاب الطالب صفحة (٦٤) للاقتران النسبي على الصورة ق(س) = $\frac{\text{أ}}{\text{هـ (س)}}$ حيث أ عدد حقيقي ، هـ اقتران كثير حدود، هـ (س) ≠ ٠ للطلبة وكتابته على اللوح، ومناقشة الطلبة في كيفية تحديد مجاله حيث أن مجاله: ح - {أصفار المقام} .

٢- مناقشة مثال (٦) مع الطلبة لتحديد مجال الاقتران ق(س) = $\frac{١}{\text{س}}$ و رسم منحناه.

٣- مناقشة الأمثلة (٧)، (٨)، (٩) مع الطلبة لتعميق فهمهم لكيفية رسم منحنى الاقتران النسبي على الصورة ق(س) = $\frac{١}{\text{هـ (س)}}$ ، هـ (س) ≠ صفرًا، وتكليفهم بإيجاد علاقة منحنى كل من الاقترانات:

ل (س) = $\frac{١}{\text{س}}$ ، ك (س) = $\frac{١}{\text{س} - ١}$ ، هـ (س) = $\frac{١}{\text{س}}$ + أ ، ع (س) = $\frac{١}{\text{س}}$ - أ ،

بمنحنى الاقتران ق (س) = $\frac{١}{\text{س}}$ ، ومناقشة إجابات الطلبة وتسجيل العلاقات على اللوح، مع تنبيه الطلبة إلى إمكانية استخدام هذه العلاقات في رسم منحنيات الاقترانات المختلفة.

٤- تكليف الطلبة بحل التدريبين (٦)، (٧)، لتعميق فهمهم لرسم منحنى الاقتران النسبي على الصورة ق(س) = $\frac{\text{أ}}{\text{هـ (س)}}$ ، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

الاقتران الكسري

١- تقديم تعريف الاقتران الكسري للطلبة الوارد في كتاب الطالب صفحة ٦٨، وكتابة نصه على اللوح، وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه، وسؤالهم: ما الفرق بين الاقتران النسبي والاقتران الكسري؟ كيف نجد مجال الاقتران الكسري؟ والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها. ثم توضيح كيفية إيجاد مجال الاقتران الكسري حيث إنَّ:

مجال الاقتران الكسري = مجال البسط ∩ مجال المقام - { أصفار المقام }.

٢- مناقشة الطلبة في المثال (١٠) لتدريبهم على تحديد مجال الاقتران الكسري، ثم تكليفهم بحل تدريب (٨) ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٣- ختم الدرس من خلال تعبئة نموذج وصف سير التعلم.

٤- تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي)، ومناقشتها في الحصة القادمة.

معلومات إضافية

- من التأثيرات على الاقترانات الانعكاس، ومن أنواعه: الانعكاس حول محور السينات ، الانعكاس حول محور الصادات، الانعكاس حول محور س = ص.
- يمكن الاستعانة بخطوط التقارب الأفقية والعمودية في رسم منحنى الاقتران النسبي على الصورة:

$$ق(س) = \frac{أ}{هـ(س)}$$ ، هـ (س) ≠ صفرًا.

- لتحديد مجال الاقتران ق(س) = $\sqrt[ن]{هـ(س)}$ ، نعتمد على دليل الجذر ن حيث:

ن زوجي : المجال مجموعة قيم س الحقيقية التي تجعل هـ (س) ≥ ٠

ن فردي : المجال ح

مراعاة الفروق الفردية

علاج

- حدد مجال كل من الاقترانات الآتية:

أ) ق (س) = $\sqrt{س - ٣}$ ب) هـ (س) = $\frac{٢}{س - ١}$

الحل: أ) مجال ق(س): [٣ ، ∞) ب) مجال هـ (س): ح - { ١ }

إثراء

– حدد مجال كل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = $\frac{\sqrt{س + ١}}{س^{٢} - ٥}$

ب) هـ(س) = $\sqrt{\frac{٢س - ٦}{س^{٢} - ٩}}$

جـ) ك(س) = $\frac{\sqrt{٤ - س^{٢}}}{س + ٢}$

د) ع(س) = $\frac{\sqrt{٧س - ١}}{\sqrt{س + ٢}}$

الحل: أ) مجال ق(س): [−١ ، ∞) − { $\sqrt{٥}$ }

ب) مجال هـ(س):(−٣ ، ∞) − { ٣ }

جـ) مجال ك(س): (− ٢، ٢]

د) مجال ع(س):[$\frac{١}{٧}$ ، ∞)

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم: الملاحظة، مراجعة الذات.

أدوات التقويم: سلم التقدير(٢−١) البند (٢)، قائمة الرصد (٢−٣) البند (٢)، نموذج وصف سير التعلم (١−٣).

إجابات الأسئلة والأنشطة

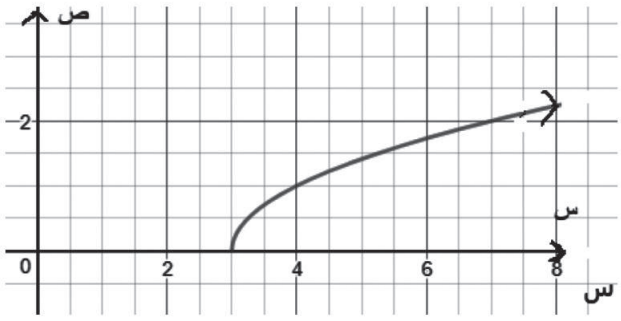
التدريبات

تدريب (١):

مجال ق(س): [٣ ، ∞)

علاقته بمنحنى الاقتران هـ (س) = $\sqrt{س}$

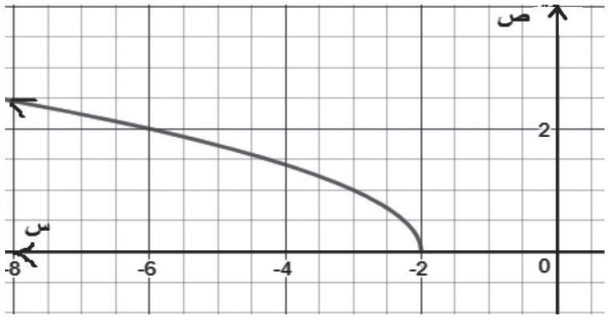
انسحاب لليمين بمقدار ٣ وحدات.



الشكل (٢−٢١).

تدريب (٢):

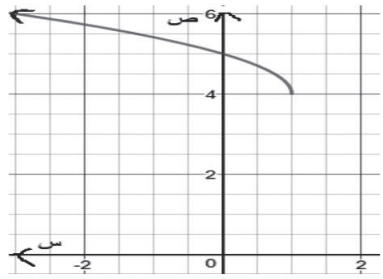
علاقته بمنحنى ق(س) : انسحاب لليسار بمقدار وحدتين .



الشكل (٢−٢٢).

تدريب(٣):

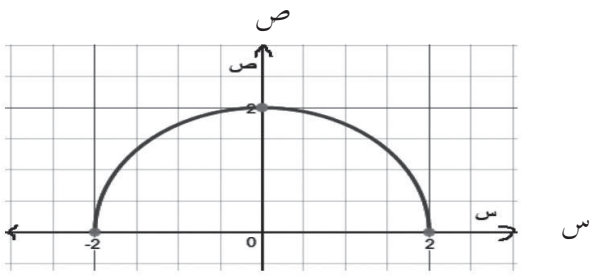
المجال : $(-\infty ، ١]$



الشكل (٢-٢٣)

تدريب (٤):

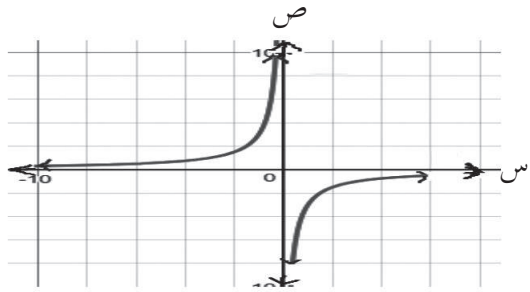
المجال: $[-٢ ، ٢]$



الشكل (٢-٢٤)

تدريب(٥):

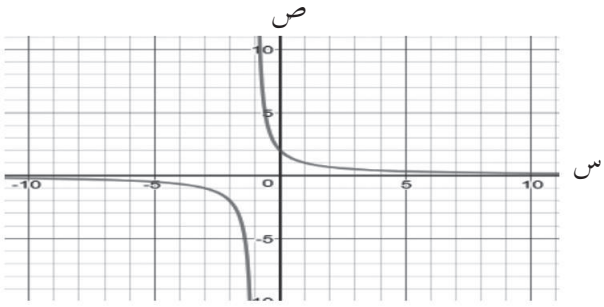
المجال : ح – { ٠ }



الشكل (٢-٢٥)

تدريب (٦):

المجال : ح – { –١ }



الشكل (٢-٢٦)

تدريب(٧):

المجال : ح – { ٣ }

تدريب (٨):

المجال : [٣، ٨)

التمارين والمسائل

١) أ) مجال ق(س) : (−∞ ، ٦]

ب) مجال هـ(س) : [−٤ ، ∞)

جـ) مجال ع(س): (−∞ ، ١]

د) مجال ز(س) : ح − { −٢}

هـ) مجال ك(س) : ح − {٣}

و) مجال م(س) : [−٦ ، ∞)

ز) مجال ل(س) : (−∞، −١) ، (١، ∞)

ح) مجال و(س):(− ∞، −٧) ، [٢، ∞)

ط) مجال د(س) : ح − { ٠ ، ١}

٢) يمكن الاستعانة بالبرامج التطبيقية لرسم المنحنيات الموجودة في الهواتف الذكية.

٣) منحنى هـ(س)انعكاس لمنحنى ق(س) في المحور س = −٣

٤) أ) المجال : ح

ب) المجال : [−٥ ، ∞)

نتاجات التعلم

– يتعرف الاقتران المتشعب.
– يمثل الاقتران المتشعب بيانيًا.
– يكتب قاعدة اقتران متشعب ممثل بيانيًا.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– الاقتران المتشعب، نقطة التشعب.

التكامل الرأسي

– تمثيل الاقتران الخطي بيانيًا في الصف الثامن الأساسي.
– تمثيل الاقتران التربيعي بيانيًا في الصف التاسع الأساسي.
– تمثيل كثيرات الحدود بيانيًا في الصف العاشر الأساسي .

التعلم القبلي

– المجال.
– المدى.
– التمثيل البياني للاقترانات الحقيقية.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (٧٠ – ٧٥) .
– فاتورة كهرباء منزلية.

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة، التدريبات والتمارين)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التعلم من خلال النشاط (الألعاب).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة من (٤–٦) لتنفيذ النشاط الآتي:

- توزيع صورة عن فاتورة كهرباء منزلية، وتعريف الطلبة على العناصر الأساسية الموجودة في الفاتورة وهي: القراءة السابقة، والقراءة الحالية، وفئات كمية الاستهلاك، والتعرفة.
- تكليف المجموعات بالإجابة عن الأسئلة الآتية:

أ) جد القراءة السابقة للفاتورة.
ب) جد القراءة الحالية للفاتورة.
جـ) احسب كمية الاستهلاك (بالكيلو واط / ساعة).
د) احسب قيمة الاستهلاك (بالدينار).

٢- متابعة المجموعات وتقديم الدعم لهم، وبعد الانتهاء من تنفيذ النشاط، تسجيل إجابات الأسئلة على اللوح، ثم طرح السؤال الآتي على الطلبة: هل يمكنك كتابة الاقتران ق(س) الذي يمثل التعرفة وكيفية حسابها لكل شريحة استهلاك (س) كيلو واط / ساعة ؟ الاستماع لإجابات الطلبة على السؤال مع التبرير وتعزيز أفكارهم ، للتوصل إلى قاعدة الاقتران ق(س) (الواردة في كتاب الطالب صفحة ٧٠)، والتوضيح للطلبة أن الاقتران ق(س) المعرف بأكثر من قاعدة، كل قاعدة معرفة على مجال معين يسمى اقترانا متشعبًا، والنقطة التي تتغير حولها قاعدة الاقتران ق تسمى نقطة التشعب.

٣- مناقشة مثال(١) مع الطلبة ، لايجاد قيم ق(س) لـ قيم س معينة، مع ضرورة الانتباه إلى اختيار القاعدة المناسبة للتعويض بالاعتماد على مجال كل قاعدة جزئية، ثم تمثيل الاقتران ق(س) بيانيًا.

٤- تكليف الطلبة بحل تدريب(١) ومتابعة حلولهم ومناقشة إجاباتهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٥- مناقشة مثال(٢) مع الطلبة لتحديد نقاط التشعب وقاعدة اقتران متشعب ممثل بيانيًا، ومن ثم تكليف الطلبة بحل تدريب (٢) لتعميق فهمهم لفكرة المثال(٢).

٦- ختم الدرس من خلال تنفيذ مسابقة بين فريقين بسحب بطاقات من صندوق يحتوى على بطاقات كتب عليها اقترانات متشعبة، والمطلوب إيجاد صورة عدد ما بشكل صحيح.

٧- تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي) ومناقشتها في الحصة القادمة.

أخطاء شائعة

- يخطئ بعض الطلبة في تحديد مكان النقطة، ومكان الحلقة في التمثيل البياني عند نقطة التشعب .
- يخطئ بعض الطلبة بعدم وضع رأس سهم على أطراف التمثيل البياني، لاقتران متشعب معرف على ح.
- يخطئ بعض الطلبة بوضع رأس سهم على أطراف التمثيل البياني، لاقتران متشعب معرف على فترة.

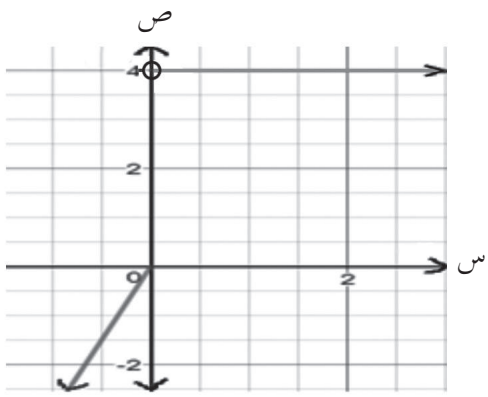
مراعاة الفروق الفردية

علاج

- ارسم منحنى الاقتران ق(س) حيث:

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} ٣\text{س} & ، \text{س} \geq ٠ \\ ٤ & ، \text{س} < ٠ \end{cases}$$

الحل: الشكل(٢-٢٧)



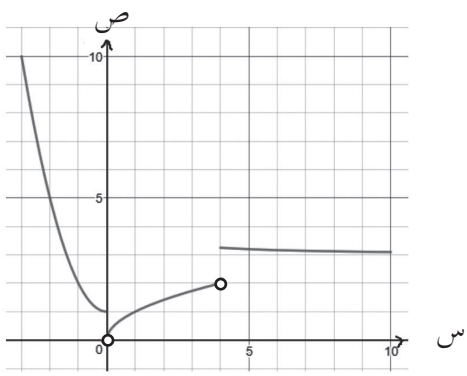
الشكل(٢-٢٧)

إثراء

– ارسم منحنى الاقتران ق حيث :

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، \ -٣ \leq س \leq ٠ \\ \sqrt{س} & ، \ ٠ < س < ٤ \\ \frac{١}{س} + ٣ & ، \ ٤ \leq س \leq ١٠ \end{cases}$$

الحل: الشكل(٢–٢٨)



الشكل(٢–٢٨)

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الملاحظة، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٢– ١) البند (٣) ، قائمة الرصد (٢ –٣) بند (٣).

إجابات الأسئلة والأنشطة

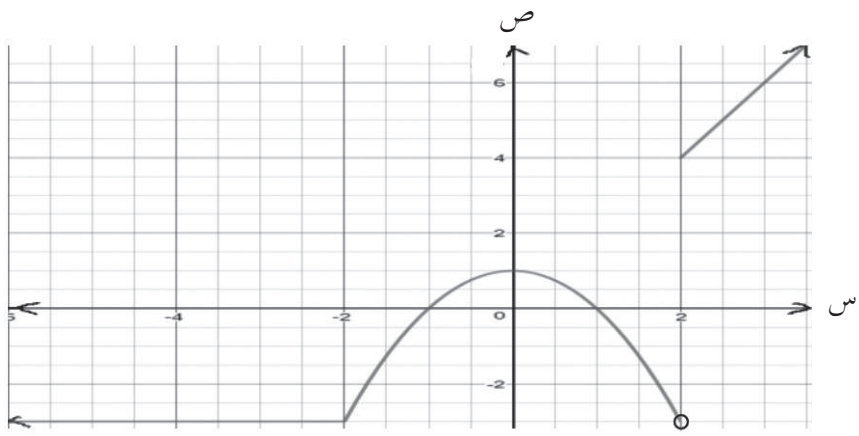
التدريبات

تدريب (١):

ق(–٢) = –٣،

ق(٠) = ١،

ق(٤) = ٨



الشكل(٢–٢٩)

تدريب (٢)

١) س= –١، س = ١

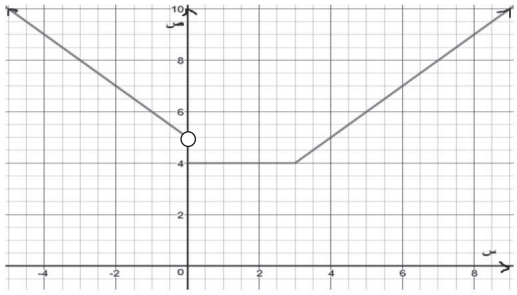
٢)

$$ق(س) = \begin{cases} ٢ & ، \ س < -١ \\ ٢س & ، \ -١ \leq س \leq ١ \\ -س & ، \ س > ١ \end{cases}$$

التمارين والمسائل

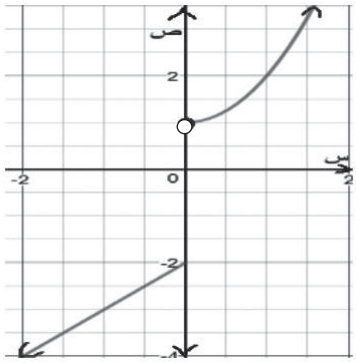
١) ق(−١) =٦ ، ق(٠) = ٤، ق(٣) = ٤ ، ق(٧) = ٨

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} -\text{س} + ٥ & ، \text{س} < ٠ \\ ٤ & ، ٠ \leq \text{س} < ٣ \\ \text{س} + ١ & ، \text{س} \geq ٣ \end{cases}$$



الشكل (٢ – ٣٠)

٢) م(−٣) = −٥ ،م(٠) = −٢ ، م(٢) = ٥



الشكل (٢ – ٣١)

٣)

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} ١ & ، \text{س} < -١ \\ -\text{س} & ، -١ \leq \text{س} < ٠ \\ \text{س} & ، \text{س} > ٠ \end{cases} \qquad \text{هـ(س)} = \begin{cases} ٣\text{س} & ، -١ \leq \text{س} < ٠ \\ \text{س}^{٢} & ، ٠ \leq \text{س} \leq ٢ \end{cases}$$

٤) أ)

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} ٥٠ & ، ٠ < \text{س} \leq ١ \\ ٨٠ & ، ١ < \text{س} \leq ٢ \\ ١١٠ & ، ٢ < \text{س} \leq ٣ \end{cases}$$

ب) اقتران متشعب

٥)

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} ٠ & ، \text{س} = ٠ \\ ٤\text{س} & ، ٠ < \text{س} \leq ٤٠ \\ ٦(\text{س} - ٤٠) + ١٦٠ & ، ٤٠ < \text{س} \leq ٦٠ \end{cases}$$

٦) الشكل الذي يمثل الاقتران ق هو الشكل (ب).

نتاجات التعلم

- يتعرف اقتران القيمة المطلقة.
- يمثل اقتران القيمة المطلقة بيانيًا.
- يتعرف خصائص القيمة المطلقة.
- يحل معادلات ومتباينات تتضمن قيمة مطلقة.
- يحدد قاعدة اقتران قيمة مطلقة مُمثل بيانيًا.
- يحل مسائل حياتية على اقتران القيمة المطلقة.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- قيمة مطلقة | س |.
- اقتران القيمة المطلقة.

التكامل الرأسي

- حل المتباينة الخطية بمتغير واحد في الصفين التاسع ،والعاشر الأساسي.
- حل المعادلات في الصفوف من السادس وحتى العاشر الأساسي .
- القيمة المطلقة للعدد في الصف السابع الأساسي.

التعلم القبلي

- المجال، المدى، الاقتران المتشعب وتمثيله البياني، حل المعادلة الخطية بمتغير واحد، حل المتباينة الخطية بمتغير واحد، الانسحاب، مفهوم القيمة المطلقة للعدد.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب ،الصفحات (٧٦ – ٨٤) .
- برمجيات رسم المنحنيات.

استراتجيات التدريس

- التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التعلم من خلال النشاط (المناقشة ضمن فرق).

إجراءات التنفيذ

١ – التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة في القيمة المطلقة للعدد بمناقشة مجموعة متنوعة من الأمثلة.

٢ – تقديم تعريف اقتران القيمة المطلقة ق(س) = | س | الوارد في الكتاب صفحة ٧٧، وكيفية إعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة (اعادة كتابة الاقتران دون استخدام رمز القيمة المطلقة على شكل اقتران متشعب)، من ثم توضيح خطوات إعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة.

٣ – مناقشة مثال (١) مع الطلبة لتدريبهم على إعادة تعريف اقتران قيمة مطلقة ،وَرسم منحناه، ومن ثم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة: ماذا يشبه منحنى الاقتران ؟ لماذا نتج هذا الشكل ؟ واستقبال إجابات الطلبة مع التبرير، والتوضيح لهم أن اقتران القيمة المطلقة على صورة ق(س) = | أس + ب | يأخذ شكل حرف (V) باللغة الانجليزية، ومن ثم تكليف الطلبة حل تدريب(١) لتعميق فهمهم للموضوع، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٤ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة من (٤ – ٦) ، وتكليف المجموعات بتنفيذ النشاط الآتي:

- مثِّل الاقترانات الآتية بيانيًا:

هـ(س) = | س | +٢ ، ل(س) = | س | – ٢ ، ع(س) = | س– ٢| ، ك(س) = | س + ٢|

- قارن كل اقتران من الاقترانات السابقة بالاقتران ق(س) = | س|.

٥ – متابعة عمل المجموعات ومناقشة إجاباتهم؛ لتحديد علاقات الانسحاب بين الاقترانات والاقتران ق(س)، وتسجيل النتائج على اللوح.

٦ – مناقشة مثال (٣) مع الطلبة لتوضيح خطوات كتابة قاعدة اقتران مُمثل بيانيًا، ومن ثم تكليف الطلبة بحل تدريب(٢) لتعميق فهمهم للموضوع، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٧ – مناقشة مثال (٤) لتوضيح خطوات اعادة تعريف اقتران قيمة مطلقة على صورة :

ق(س) = | أس^{٢} + ب س + جـ |، ثم تكليف الطلبة بحل تدريب (٣) ومتابعة حلولهم.

٨ – مناقشة مثال (٥) مع الطلبة لتوضيح خطوات حل معادلة تتضمن قيمة مطلقة ، وتكليفهم بحل تدريب(٤) لتعميق فهمهم ، ومتابعة حلوهم.

٩ – عرض خصائص القيمة المطلقة الواردة في الكتاب صفحة (٨١)،مع طرح مثال عددي على كل خصيصة لتوضيحها بشكل أبسط للطلبة.

١٠– مناقشة المثالين(٦) ، (٧) لحل متباينات تتضمن قيمة مطلقة ، ثم تكليفهم بحل تدريب (٥)، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– ختم الدرس من خلال سؤال الطلبة : ماذا تعلمت في هذا الدرس؟

١٢– تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي)، ومناقشتها في الحصة القادمة.

معلومات إضافية

– بدأ استخدام مفهوم القيمة المطلقة في القرن التاسع عشر، أما الرمز فقد أدخله عالم الرياضيات الألماني كارل ويرستراس عام ١٨٤١.

– يمكن إنشاء دالة القيمة المطلقة باستخدام إحدى لغات البرمجة مثل : بيسك ، c++ ، جافا وغيرها، ورمز الدالة فيها abs

أخطاء شائعة

– يخطئ بعض الطلبة عند حل المعادلة $س^{٢} = ٤$، بأخذ الجذر التربيعي للطرفين وكتابة الإجابة س = ٢ ، والصواب :

$س^{٢} = ٤$ (بأخذ الجذر للطرفين)

$|س| = ٢$

$س = \pm ٢$

– قد يعتقد بعض الطلبة بأن منحنى اقتران القيمة المطلقة يأخذ دائمًا شكل حرف v دائمًا.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

١) أعد تعريف الاقتران ق(س) = $|س + ٤|$

٢) ارسم منحنى الاقتران ق(س) = $|س - ٥|$

٣)جد مجموعة حل المعادلة : $|٣س + ١| = ٤$

٤) جد مجموعة حل المتباينة: $|٢س - ٧| < ١$

الحل: ١) ق(س) = $\begin{cases} -س - ٤ & ، س \geq -٤ \\ س + ٤ & ، س < -٤ \end{cases}$

٢) ق(س) = $\begin{cases} ٥ - س & ، س \geq ٥ \\ س - ٥ & ، س < ٥ \end{cases}$

٣) مجموعة الحل: $\{١، \frac{-٥}{٣}\}$

٤) مجموعة الحل الفترة: (٣، ٤)

إثراء

١) أعد تعريف الاقتران ق(س) = $س^{٢}|س - ٣|$

٢) ما علاقة الاقتران هـ (س) = $|-س|$، و الاقتران ل(س) = $-|س|$، بالاقتران ق(س) = $|س|$ ؟
(إرشاد: استعن بالتعريف، ورسم منحنى كل اقتران).

٣) ارسم منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{|٣ - س|}{س - ٣}$

٤) جد مجموعة حل المعادلات الآتية :

أ) ٥| س + ٣| +٧ = ٨ | س + ٣| −٥

ب) | س^{٢} −٤س − ٥ | = ٧

جـ) || ٢س + ٥| − ٣|= ٨

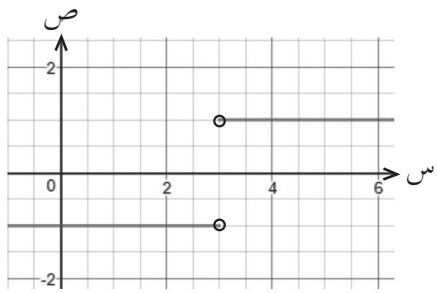
الحل:

١) ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}(س −٣) & ، س \leq ٣ \\ س^{٢}(٣ − س) & ، س > ٣ \end{cases}$

٢) هـ(س) انعكاس للاقتران ق(س) حول محور الصادات.

ل(س) انعكاس للاقتران ق(س) حول محور السينات.

٣)



الشكل (٢−٣٢)

٤) أ) مجموعة الحل : { ١ ، −٧ }

ب) مجموعة الحل : { −٢ ، ٦ ، ٢ ± $\sqrt{٢}$ }

جـ) مجموعة الحل : { ٣ ،−٨}

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الملاحظة، مراجعة الذات، الورقة والقلم.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٢− ١) البند (٤) ، قائمة الرصد (٢ −٣) البند (٤)، ورقة العمل (٢−١).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب(١) ق(س) = $\begin{cases} −٢س & ، س < ٠ \\ ٢س & ، س \leq ٠ \end{cases}$

تدريب(٢) ق(س) = | س | − ٢

تدريب (٣) ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} −٣س −٤ & ، س \geq −١ \\ −(س^{٢} −٣س −٤) & ، −١ > س > ٤ \\ س^{٢} −٣س −٤ & ، س \leq ٤ \end{cases}$

تدريب (٤) مجموعة الحل: { $\frac{٥}{٣}$ ، −١}

تدريب(٥)

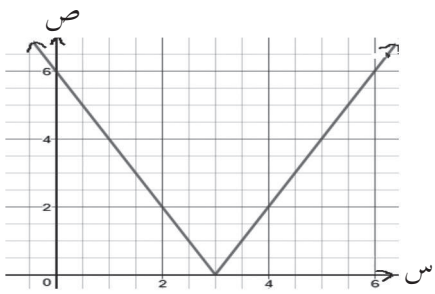
١) مجموعة الحل هي الفترتان: $(-٣، \frac{-٣}{٢})$ ، $(\frac{-١١}{٢}، -٤)$

٢) مجموعة الحل هي الفترتان: $(\frac{٧}{٢}، \infty)$ ، $(-\infty، \frac{-١}{٢})$

التمارين والمسائل

١) ق(٠) = ٢ ، ق$(\frac{٢}{٣})$ = ٠ ، ق(٤) = ١٠

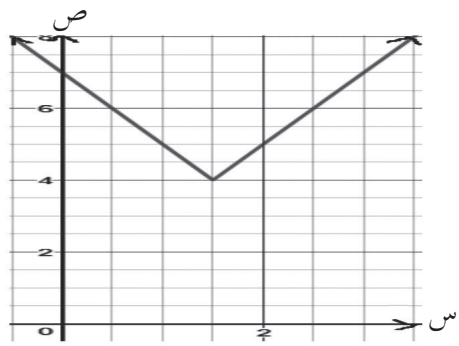
٢) ق(س) = $\begin{cases} ٦ - ٢س & ، س < ٣ \\ ٢س - ٦ & ، س \geq ٣ \end{cases}$



الشكل (٢ - ٣٣)

٣) أ)

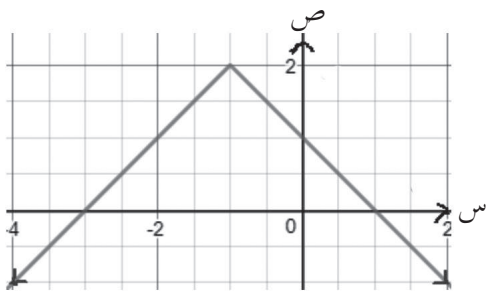
هـ (س) = $\begin{cases} ٧ - ٢س & ، س < \frac{٣}{٢} \\ ٢س + ١ & ، س \geq \frac{٣}{٢} \end{cases}$



الشكل (٢-٣٤)

ب)

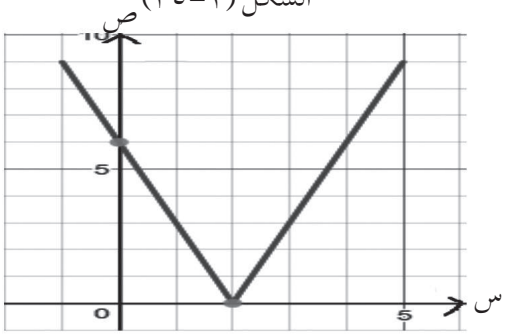
م (س) = $\begin{cases} س + ٣ & ، س < -١ \\ ١ - س & ، س \geq -١ \end{cases}$



الشكل (٢-٣٥)

جـ)

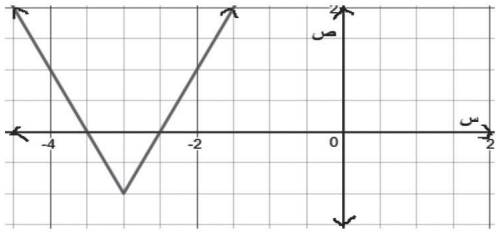
ع (س) = $\begin{cases} ٦ - ٣س & ، -١ \geq س < ٢ \\ ٣س - ٦ & ، ٢ \geq س \geq ٥ \end{cases}$



الشكل (٢-٣٦)

د)

$$ل(س) = \begin{cases} -٢س - ٧ & ، س > -٣ \\ ٢س + ٥ & ، س \leq -٣ \end{cases}$$



الشكل (٢-٣٧)

٤) أ) مجموعة الحل: { -٣، ٢ }

ب) مجموعة الحل: $\{ \frac{-٥}{٤} ، \frac{٣}{٢} \}$

جـ) مجموعة الحل: $\{ \frac{-٣}{٢} \}$

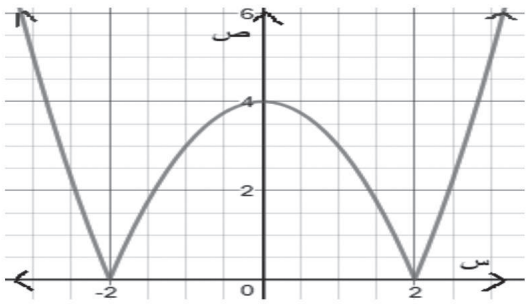
٥) أ) مجموعة الحل: الفترة: [٢، ٦]

ب) مجموعة الحل: الفترتان: $(-\infty، \frac{-١٩}{٢})، (\frac{-٥}{٢} ، \infty)$

جـ) مجموعة الحل: الفترتان: (١، ٣)، (٧، ٩)

٦)

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٤ & ، س < -٢ \\ ٤ - س^{٢} & ، -٢ \leq س \leq ٢ \\ س^{٢} - ٤ & ، س > ٢ \end{cases}$$



الشكل (٢-٣٨)

٧) أ = ± ٢ ، ب = ± ٢

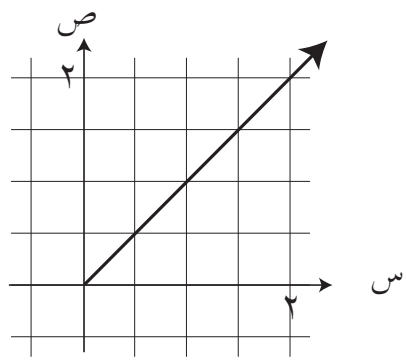
٨) أ) ٤٠ كم ب) صفر كم جـ) ٤٠ كم

د) نلاحظ أنَّ ف (٢) = ف (٤)، أي أنَّ المسافة بين الدراجة والنقطة ب بعد ساعتين، هي المسافة نفسها بينهما بعد أربع ساعات، لكن بعد ساعتين فتكون الدراجة بين الموقعين (أ)، (ب)، أما بعد أربع ساعات فتكون الدراجة بين الموقعين (ب)، (جـ) .

فكر وناقش (صفحة ٨٢)

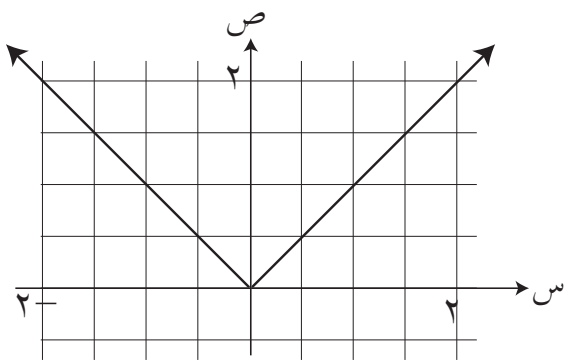
ق(س) ≠ هـ(س) ، لأنَّ مجال ق(س) : [٠ ، ∞) ، ومجال هـ(س) : ح

ق(س)



الشكل (٢-٣٩)

هـ(س)



الشكل (٢-٤٠)

ثالثًا: اقتران أكبر عدد صحيح

عدد الحصص ٣

نتاجات التعلم

- يتعرف اقتران أكبر عدد صحيح.
- يمثل اقتران أكبر عدد صحيح بيانيًا.
- يتعرف خصائص أكبر عدد صحيح.
- يحل معادلات ومتباينات تتضمن أكبر عدد صحيح.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- أكبر عدد صحيح [س].
- اقتران أكبر عدد صحيح.

التكامل الرأسي

- حل المتباينة الخطية بمتغير واحد في الصف التاسع الأساسي.
- حل المعادلة الخطية بمتغير واحد في الصفوف من السادس حتى العاشر الأساسي .
- تمثيل كثيرات الحدود في الصف العاشر الأساسي.

التعلم القبلي

- المجال، المدى، الاقتران المتشعب وتمثيله البياني، حل المعادلة الخطية بمتغير واحد، حل المتباينة الخطية بمتغير واحد.

مصادر التعلم

-كتاب الطالب، الصفحات (٨٥ – ٩٣) .
- برمجيات رسم المنحنيات

استراتجيات التدريس

- التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي).

إجراءات التنفيذ

١ – التمهيد للدرس من خلال تقسيم الطلبة إلى مجموعات ثنائية لتنفيذ النشاط الآتي:

أ) اقرأ السؤال الوارد في بداية الدرس صفحة (٨٥) وأجب عن أسئلته.

ب) اكتب الاقتران ق(س) الذي يمثل مقدار الخصم حيث (س) تمثل قيمة المشتريات بالدينار.

جـ) هل للاقتران ق(س) نقط تشعب؟ اذكرها.

د) ارسم منحنى الاقتران ق(س) بيانيًا.

هـ) ناقش مع زميلك شكل الاقتران الناتج، ماذا تلاحظ ؟

٢ – متابعة عمل المجموعات ومناقشة إجاباتهم وتقديم الدعم لهم ، ثم تقديم تعريف اقتران أكبر عدد صحيح الوارد صفحة (٨٦)، ورمزه [س]، وكتابة التعريف على اللوح وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه.

٣ – مناقشة مثال (١) مع الطلبة لإيجاد صور الأعداد تحت تأثير قاعدة الاقتران ق(س) = [س]، والاستعانة بخط الأعداد.

٤ – مناقشة المثالين (٢)، (٣) مع الطلبة لتوضيح خطوات إعادة تعريف اقتران أكبر عدد صحيح، وسؤال الطلبة كيف تتوقع أن يكون شكل التمثيل البياني لمنحنى كل من الاقترانين، والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها، ثم رسم منحنى كل منهما على اللوح، ثم تكليف الطلبة بحل التدريبين (١)، (٢)، ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم لتعميق فهمهم لموضوع الدرس.

٥ – مناقشة الأمثلة (٣)، (٤)، (٥) مع الطلبة لتوضيح إعادة تعريف اقتران أكبرعدد صحيح على صورة ق(س) = [أ س + ب] حيث أ < صفر ، ب ∋ ص ، ثم تكليف الطلبة بحل تدريب (٣) ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم.

٦ – مناقشة المثال (٩) مع الطلبة لتوضيح إعادة تعريف اقتران أكبرعدد صحيح على صورة ق(س) = [أ س + ب] حيث ب ∋ ص ، ثم تكليف الطلبة بحل تدريب(٦) ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم.

٧ – مناقشة المثالين (٦)، (٧) مع الطلبة لحل معادلات تتضمن أكبر عدد صحيح، ومن ثم تكليفهم بحل تدريب (٤) لتعميق فهمهم للفكرة ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم اللازم.

٨ – مناقشة مثال(٨) لإيجاد مجموعة حل متباينة تتضمن أكبرعدد صحيح ، ومن ثم تكليفهم بحل تدريب (٤) لتعميق فهمهم للفكرة.

٩ – عرض خصائص أكبر عدد صحيح للطلبة ، مع توضيحها من خلال أمثلة عددية.

١٠– ختم الدرس من خلال تعبئة نموذج وصف سير التعلم.

١١– تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي) ومناقشتها في الحصة القادمة.

معلومات إضافية

– اقتران أكبر عدد صحيح على صورة ق(س) = [أ س + ب] ،اقتران مجاله ح ومداه مجموعة الأعداد الصحيحة.

أخطاء شائعة

– يخطئ بعض الطلبة عند إعادة تعريف اقتران أكبرعدد صحيح على صورة ق(س) = [أ س + ب] بعدم الانتباه لإشارة معامل س، ويعيد التعريف إذا كان المعامل سالبًا أو موجبًا بالطريقة نفسها.

– يخطئ بعض الطلبة عند اعادة تعريف أكبر عدد صحيح على صورة ق(س) = [أ س + ب] بالبدء بالتدريج من الصفر ، وهذا غير صحيح في حالة أن يكون الثابت ب ∉ الأعداد الصحيحة.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل الأسئلة : (١ – ٣) من ورقة العمل (٢– ١)

إثراء

– حل الأسئلة : (٤– ٦) من ورقة العمل (٢ – ١)

استراتيجيات التقويم وأدواته

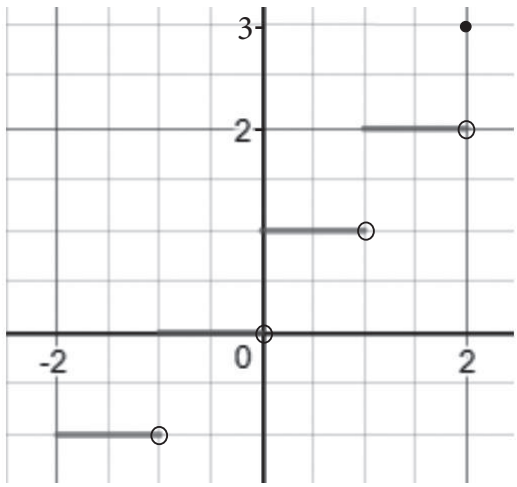
استراتيجيات التقويم : الملاحظة، مراجعة الذات، الورقة والقلم.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٢– ١) البند (٥) ، قائمة الرصد (٢ –٤) البند (٥)، ورقة العمل (٢–١).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)



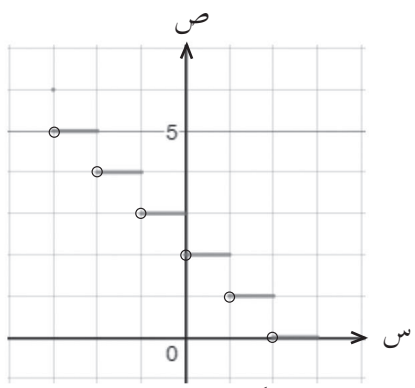
الشكل (٢ – ٤١)

تدريب (٢)

١) ق(س) =
$$\begin{cases} -٤ & ، -١ \geq س > \frac{-٢}{٣} \\ -٣ & ، \frac{-٢}{٣} \geq س > \frac{-١}{٣} \\ -٢ & ، \frac{-١}{٣} \geq س > ٠ \\ -١ & ، ٠ \geq س > \frac{١}{٣} \\ ٠ & ، \frac{١}{٣} \geq س > \frac{٢}{٣} \\ ١ & ، \frac{٢}{٣} \geq س > ١ \end{cases}$$

٢) هـ (س) =
$$\begin{cases} ٠ & ، -٢ \leq س < ٠ \\ ١ & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ٢ & ، ٢ \leq س < ٤ \\ ٣ & ، س = ٤ \end{cases}$$

تدريب (٣)



الشكل (٢-٤٢)

تدريب (٤)

$$(-٣ ، \frac{-٥}{٢}]$$

تدريب (٥)

$$[\frac{٥}{٢} ، \frac{٧}{٢})$$

تدريب (٦)

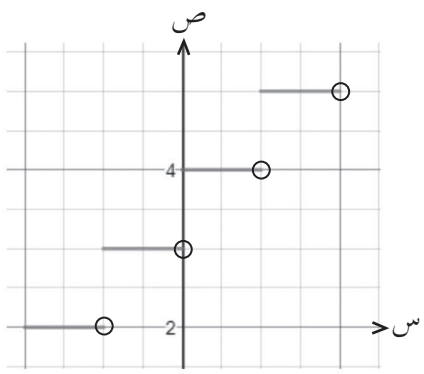
هـ (س) = $\begin{cases} ٠ & ، -٠,٢ \geq س < ٠,٣ \\ ١ & ، ٠,٣ \geq س < ٠,٨ \\ ٢ & ، ٠,٨ \geq س < ١,٣ \\ ٣ & ، ١,٣ \geq س < ١,٨ \\ ٤ & ، ١,٨ \geq س < ٢ \end{cases}$

التمارين والمسائل

١) ق(−١) = ٠ ، ق($\frac{١}{٢}$) = ١ ، ق(٠) = ١ ، ق($\frac{-١}{٢}$) = صفر

٢) أ)

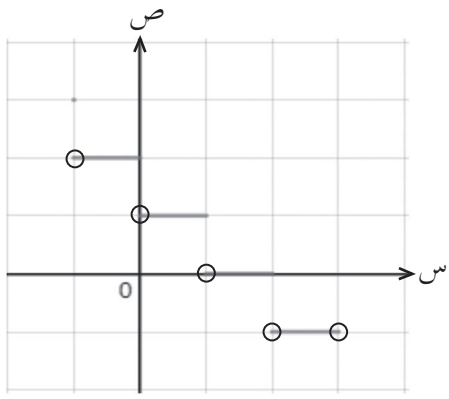
ق (س) = $\begin{cases} ٢ & ، -٢ \geq س < -١ \\ ٣ & ، -١ \geq س < ٠ \\ ٤ & ، ٠ \geq س < ١ \\ ٥ & ، ١ \geq س < ٢ \end{cases}$



الشكل (٢-٤٣)

ب)

ك (س) = $\begin{cases} ٣ & ، س = -١ \\ ٢ & ، -١ < س \geq ٠ \\ ١ & ، ٠ < س \geq ١ \\ ٠ & ، ١ < س \geq ٢ \\ -١ & ، ٢ < س < ٣ \end{cases}$



الشكل (٢-٤٤)

جـ)

$$\text{ل}(س) = \begin{cases} ٠ & ، \ ٠ \leq س < ١,٤ \\ ١ & ، \ ١,٤ \leq س < ٣,٤ \\ ٢ & ، \ ٣,٤ \leq س < ٥,٤ \\ ٣ & ، \ ٥,٤ \leq س \leq ٦ \end{cases}$$

٣) أ) ق (٢) = صفرًا، هـ (٢) = $\frac{١}{٢}$

ب) ق ($\frac{-١}{٣}$) = −٣ ، هـ ($\frac{-١}{٣}$) = −١

جـ) ق (١,٧) = صفرًا ، هـ (س) = ١

٤)

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} س + ١ & ، \ س = -٣ \\ س & ، \ -٣ < س \leq ٠ \\ س - ١ & ، \ ٠ < س \leq ٣ \\ س - ٢ & ، \ ٣ < س \leq ٥ \end{cases}$$

٥) س = {− ٢، − ١، ٠ }

٦) أ) ($\frac{٥}{٢}$ ، ٣] ب) ∅

٧) أ) [$\frac{٢}{٣}$ ، ١) ب) [٠ ، $\frac{١}{٢}$) جـ) ∅

نتاجات التعلم

- يتعرف مفهوم تركيب اقترانين.
- يجد ناتج تركيب اقترانين.
- يستخدم تركيب اقترانين في حل مسائل حياتية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- تركيب اقترانين: (ق o هـ)(س) ، ق(هـ(س)).

التكامل الرأسي

- الاقترانات في الصفوف الثامن، والتاسع، والعاشر الأساسي.

التعلم القبلي

- المجال.
- المدى.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب، الصفحات (٩٤ – ٩٩).

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس من خلال طرح المثال الوارد في بداية الدرس في الصفحة ٩٤ ، لتوضيح مفهوم تركيب الاقترانات من خلال مسألة حياتية، ومن ثم تقديم تعريف تركيب اقترانين الوارد في الصفحة ٩٥ للطلبة، وكتابة نصه على اللوح، وتحديد شروط تركيب الاقترانات مع إعطاء أمثلة كافية .

٢- مناقشة مثال (١) مع الطلبة لإيجاد صورة عدد تحت تأثير تركيب اقترانين، ومن ثم طرح السؤال التالي على الطلبة: هل عملية تركيب الاقترانات تبديلية؟ مناقشة إجابات الطلبة مع التبرير، ومنه يتم التوصل إلى أن عملية تركيب اقترانين غير تبديلية، ثم تكليف الطلبة بحل تدريب(١) لتعميق فهمهم لفكرة إيجاد صورة عدد تحت تأثير تركيب اقترانين، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٣- مناقشة مثال(٢) مع الطلبة، لإيجاد قاعدة تركيب اقترانين، وتوضيح أنه يمكن إجراء عملية التركيب على الاقتران نفسه، وتأكيد شروط تركيب الاقترانات.

٤- مناقشة مثال (٣) مع الطلبة لتركيب اقترانين احدهما اقتران متشعب، ثم تقسيم الطلبة إلى مجموعات ثنائية وتكليفهم بحل التدريبين (٢)، (٣)، ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم.
٥- تكليف الطلبة قراءة مثال (٤) وسؤالهم كيف يمكن إيجاد الحل؟ والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها.
٦- مناقشة مثال (٤) مع الطلبة لإيجاد قيم (س) التي تحقق ناتج تركيب اقترانين، ومن ثم تكليفهم بحل تدريب (٤) لتعميق فهم الطلبة للفكرة السابقة، ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم.
٧- ختم الدرس من خلال سؤال الطلبة : ماذا تعلمت في هذا الدرس؟
٨- تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي)، ومناقشتها في الحصة القادمة.

معلومات إضافية

لإيجاد مجال الاقتران (ق o هـ)(س) = ق(هـ(س))؛ نتبع الخطوات الآتية:

١) نجد مجال الاقتران الداخلي (هـ(س)).

٢) نجد مجال الاقتران ق(هـ(س)).

٣) نجد تقاطع مجالي الاقترانين هـ(س)، ق(هـ(س)).

مجال الاقتران (ق o هـ)(س) = مجال هـ(س) ∩ مجال ق(هـ(س))

مثال:

إذا كان ق(س) = $\sqrt{س}$ ، هـ(س) = $س^{٢}$ ، فجد مجال الاقتران (هـ o ق)(س) .

الحل:

مجال ق(س) : [٠ ، ∞)

(هـ o ق)(س) = هـ(ق(س)) = $(\sqrt{س})^{٢}$ = س ، مجال ل(س) = س : (− ∞ ، ∞)، ومنه:

مجال (هـ o ق)(س) : [٠ ، ∞) ∩ (− ∞ ، ∞) = [٠ ، ∞)

مراعاة الفروق الفردية

علاج

١) إذا كان ق(س) = ٣س − ١ ، هـ(س) = $س^{٢}$ ، فجد (هـ o ق)(س).

٢) إذا كان ق(س) = ٢س + ٣ ،فجد (ق o ق)(−١).

الحل:

١) $٩س^{٢} - ٦س + ١$

٢) ٥

إثراء

١) إذا كان ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = س + ٢ ، فجد قيمة س التي تكون عندها (ق o هـ)(س) = (هـ o ق)(س).

٢) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س - ٢}$ ، هـ(س) = $\frac{١}{س + ٣}$ ، فجد مجال (ق o هـ)(س).

الحل:

١) س = $\frac{-١}{٢}$

٢) (−٣، − ٢,٥]

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٢− ٢) بند (١)، قائمة الرصد (٢ −٤) بند (٦).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)

(ق o هـ)(١) = ٤ ، (هـ o ق) (١) = ٢ ، (ق o هـ)(−٢) =١ ، (هـ o ق)(−٢) = $\sqrt{٧}$

تدريب (٢)

١) (ق o هـ)(س) = س ٢) (هـ o ق) (س) = س ٣) (ق o ق)(س) = ٩س −٨

تدريب (٣)

١) (هـ o ق)($\frac{-١}{٢}$) = $\frac{١١}{٤}$ ٢) (ق o هـ)($\frac{-١}{٢}$) = ٨

٣) (هـ o ق) (س) = | ٢س^{٣} + ٣ | ٤) (ق o هـ)(س) = (| ٢س + ٣ |)^{٣}

تدريب (٤)

أ) س = ± ٢

ب) (ق o هـ)(س) = ($\sqrt[٣]{٣ س - ٣}$)^{٢}

جـ) (ق o ع)(س) = س − ٩ (ملاحظة: مجال(ق o ع) (س): [٩، ∞))

د) (ع o ق)(س) = $\sqrt{س^{٢} - ٩}$ (ملاحظة: مجال(ع o ق) (س) الفترتان (−∞، −٣]، [٣، ∞))

التمارين والمسائل

١)

أ) (ق o هـ)(١) = ٣٢٤ ، (هـ o ق) (−٢) = ٣٩ ، (هـ o ق)(−٣) = ٧٩

ب) (ق o هـ)(١) = $\frac{-١٥}{٢}$ ، (هـ o ق) (−٢) = $\frac{٥}{٣٧}$ ، (هـ o ق)(−٣) = $\frac{٥}{٨٢}$

٢)

أ) (ق o هـ) (س) = $\frac{١}{٤س^{٣}}$ + $\frac{٣}{س^{٢}}$ + $\frac{١٢}{س}$ + ١٦

ب) (هـ o ق)(س) = $\frac{١}{٤س^{٣}}$ + ٢

٣)

أ) (ق o هـ)(١) = $\sqrt[٣]{١٣}$ ب) (هـ o ق) (٢) = $\left(\sqrt[٣]{-١} + ٣\right)^{٢}$ = (٢)^{٢} = ٤

جـ) (ق o هـ o ق) (−٨) = $\sqrt[٣]{(\sqrt[٣]{-١١} + ٣)^{٢} - ٣}$

٤)

أ) (ق o هـ) (−٢) = ٨

ب) (هـ o ق) (٢) = ١٨

جـ) (هـ o ق) (س) = ٢| س^{٣} + ١|

٥) ح = (١٦,٥)^{٣} π + ١,٥ ملم^{٣}

٦)

أ)

عدد المواقع الأثرية	١	٢	٣	٤	٥
التكلفة ع = ق(س)	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥
التكلفة مع الدليل هـ(س)	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢

ب) (هـ o ق)(س) = ٦س + ١٢

٧) إذا قدم الكوبون أولا ثم حصل على الخصم؛ فإنَّ سعر الثلاجة = ٠,٨(س −٢٠) = ٠,٨س −١٦

إذا حصل على الخصم ثم قدم الكوبون؛ فإن سعر الثلاجة = ٠,٨س −٢٠

لذا؛ الأفضل أن يحصل على الخصم ثم يقدم الكوبون.

فكر وناقش

(فكر وناقش) صفحة (٩٦) : يمكن ذلك حيث : (هـ o ق) (س) = $\sqrt{س + ٢}$ ، لكن ضمن المجال :

س ∈ [−٢، ∞)

نتاجات التعلم

– يتعرف الاقتران العكسي.
– يجد الاقتران العكسي لاقتران معطى (إن أمكن).

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– الاقتران العكسي $ق^{-1}$
– اقتران واحد لواحد.
– اختبار الخط الأفقي.

التكامل الرأسي

– الاقترانات في الصفوف من الثامن حتى العاشر الأساسي.

التعلم القبلي

– المجال
– المدى
– علاقة
– اقتران
– المخطط السهمي.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (١٠٠ – ١٠٧).

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تذكير الطلبة بـ: المجال، المدى، الاقتران.
٢– مناقشة مثال (١) مع الطلبة ، وتكليفهم بدراسة الشكلين (٢ – ٣٣/أ) ، و(٢ – ٣٣/ب)صفحة ١٠٠، الذيْن يمثلان المخطط السهمي للاقترانين ق(س) ول(س)، ومن ثم طرح السؤال الآتي : قارن بين الاقترانين ق (س) و ل(س)، ماذا تلاحظ؟ مناقشة إجابات الطلبة على السؤال مع التبرير، ومنه التوصل إلى مفهوم الاقتران العكسي، ورمزه $ق^{-1}$، وكتابة المفهوم على اللوح وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه.

٣- مناقشة الطلبة في الشكل (٢ - ٣٤/أ) الذي يمثل المخطط السهمي للاقتران ق، ثم مناقشة الشكل (٢ - ٣٤/ب) الذي يمثل المخطط السهمي للعلاقة ل التي تمثل عكس الاقتران ق، ثم طرح السؤال التالي على الطلبة: هل العلاقة ل تمثل اقترانًا؟ مناقشة إجابات الطلبة مع التبرير للوصول إلى أن العلاقة ل ليست اقترانًا بالاعتماد على تعريف الاقتران.

٤- طرح السؤال التالي على الطلبة: هل كل اقتران له اقتران عكسي، ولماذا؟ مناقشة إجابات الطلبة مع التبرير وتدعيم إجاباتهم بأمثلة، ومنه التوصل إلى أنه: يمكن إيجاد اقتران عكسي ق$^{-١}$ للاقتران ق(س) إذا كان الاقتران ق(س) اقترانًا واحدًا لواحد.

٥- مناقشة مثال(٢) مع الطلبة ، لتحديد أي من الاقترانات الممثلة في الشكل (٢-٣٥)، يمثل اقتران واحد لواحد، باستخدام اختبار الخط الأفقي، ومن ثم تكليف الطلبة بحل تدريب(١)، لرسم منحنى الاقتران ق(س) وتحديد إذا كان الاقتران واحدًا لواحد أم لا، ومتابعة حلول الطلبة وتقديم الدعم لهم.

٦- مناقشة مثال(٣) مع الطلبة، لإيجاد ق$^{-١}$ للاقتران ق، ومن ثم إيجاد صور أعداد تحت تأثير الاقترانات ق$^{-١}$، ق، (ق$^{-١}$ o ق)، (ق o ق$^{-١}$) ، ومن ثم التوصل إلى أنَّ: صورة العدد تحت تأثير تركيب الاقتران والاقتران العكسي له مساوية للعدد نفسه، ومن ثم تكليف الطلبة بحل تدريب (٢)، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٧- مناقشة الأمثلة (٤)، (٥)، (٦) مع الطلبة لإيجاد الاقتران العكسي لاقترانات مختلفة، ومن ثم تقسيم الطلبة إلى مجموعات ثنائية وتكليفهم بحل التدريبات (٣)، (٤)، ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم لهم.

٨- ختم الدرس من خلال سؤال الطلبة: ماذا تعلمت في هذا الدرس؟

٩- تكليف الطلبة بحل أسئلة التمارين والمسائل (واجب بيتي) ومناقشتها في الحصة القادمة.

معلومات إضافية

الاقتران ق$^{-١}$(س) هو انعكاس للاقتران ق(س) حول محور ص = س

أخطاء شائعة

- يخطئ بعض الطلبة حين يعتقد أن ق$^{-١}$(س) = $\frac{١}{\text{ق (س)}}$
- يخطئ بعض الطلبة عند إيجاد ق$^{-١}$(س) قبل التحقق من أنَّ الاقتران واحد لواحد.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

١) جد قاعدة ق$^{-١}$ (س) للاقتران ق(س) = ٥س − ٤

٢) جد قاعدة ق$^{-١}$(س) للاقتران ق(س) = س^{٣} + ٥

الحل:

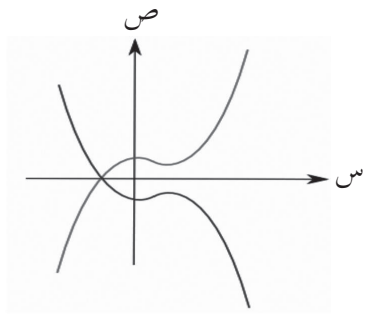
١) ق$^{-١}$(س) = $\frac{\text{س} + ٤}{٥}$

٢) ق$^{-١}$(س) = $\sqrt[٣]{\text{س} - ٥}$

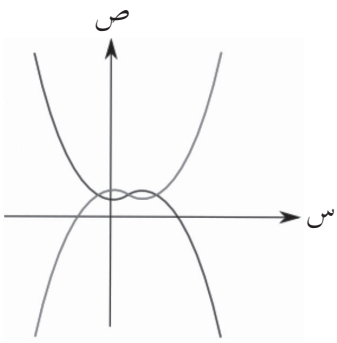
إثراء

أي شكل من الأشكال الآتية يمثل اقترانًا ومعكوسه؟

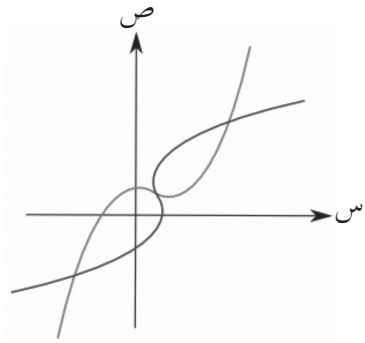
١)



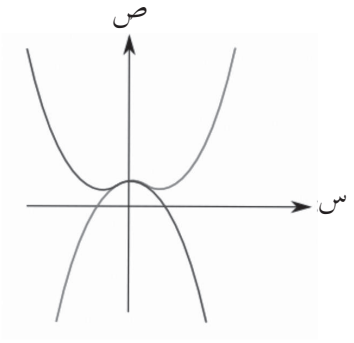
٢)



٣)



٤)



الشكل (٢ – ٤٥)

الحل:

(الشكل (٣) يمثل اقترانًا ومعكوسه).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات، الورقة والقلم.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٢– ٢) البند (٢)، قائمة الرصد (٢ –٣) ، البند (٧)، اختبار قصير.

التدريبات

تدريب (١)

ق(س) اقتران واحد لواحد؛ لأنه اقتران خطي.

تدريب(٢)

١) هـ$^{-١}$ = {(٢ ، ١) ، (٤، ٢) ، (٦، ٣)}

٢) (هـ o هـ$^{-١}$) (٢) = ٢ ، (هـ$^{-١}$ o هـ) (١) = ١

تدريب(٣)

ق$^{-١}$ (س) = $\frac{٥ - س}{٢}$

تدريب(٤)

ق$^{-١}$ (س) = $\sqrt[٣]{س + ٢}$

التمارين والمسائل

١) أ) (ق o ق$^{-١}$) (٤) = ٤ ب) (ق o ق$^{-١}$) (−٣) = −٣ جـ) ق$^{-١}$(٢) = ٣

٢) أ) ق$^{-١}$(س) = {(−٢، −٣) ، (٠، −١)، (١، ٠)، (٢، ١)، (٣، ٢)}

ب) ق$^{-١}$(س) = س −٧ جـ) ق$^{-١}$(س) = $\frac{٦ - س}{٢}$ د) ق$^{-١}$(س) = $\frac{س - ب}{أ}$

٣) ق$^{-١}$(س) = $\frac{س + ٤}{٣}$ ، ق ليس الاقتران العكسي للاقتران هـ

٤) س = $\sqrt[٣]{ح}$ − ١

٥) ق(س) = $\frac{٣}{٢}$ (س + ١) ، ق$^{-١}$(س) = $\frac{٢}{٣}$ س − ١

٦) أ) (ق o هـ)$^{-١}$(س) = $\frac{-٣س - ١٣}{٢}$

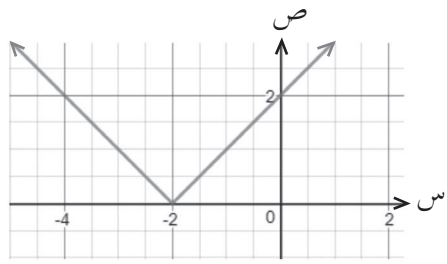
ب) (ق$^{-١}$ o هـ$^{-١}$)(س) = ٣ − $\frac{٣}{٢}$ س

٧) س = $\frac{٥}{٩}$ (ف − ٣٢)

١) ق(−٢) = ٥ ، ق(٢,١) = ٢ ، ق(٣) = ٣ ، ق(٥) = ٧

٢) ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + س & ، س < ٠ \\ س^{٢} - س & ، س \geq ٠ \end{cases}$

٣)



الشكل (٢-٤٦)

٤)

أ) ق(س) = $\begin{cases} -٢س - ٤ & ، س < -٢ \\ ٢س + ٤ & ، س \leq -٢ \end{cases}$

ب) ق(س) = $\begin{cases} س - ٣ & ، -١ \geq س < ٠ \\ س - ٢ & ، ٠ \geq س < ٣ \\ س - ١ & ، ٣ \geq س < ٦ \\ س & ، ٦ \geq س \geq ٧ \end{cases}$

جـ) ق(س) = $\begin{cases} ٢س + ٢ & ، -٢ \geq س < -١ \\ -س - ١ & ، -١ \geq س < ٠ \\ صفر & ، ٠ \geq س < ١ \\ س + ١ & ، ١ \geq س < ٢ \\ ٦ & ، س = ٢ \end{cases}$

د) ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٢س + ٣ & ، س \geq ١ \\ ٢ & ، ١ > س < ٢ \\ ٦ - س & ، ٢ \geq س < ٦ \\ س - ٦ & ، س \leq ٦ \end{cases}$

٥) أ) مجموعة الحل : { −٣ ، ٧ }

ب) مجموعة الحل : {صفر، ٥}

جـ) مجموعة الحل : { ٣ ، −٣ }

د) مجموعة الحل الفترة [−١ ، ١)

هـ) مجموعة الحل : ∅

و) مجموعة الحل الفترة [−٢ ، −١)

٦) أ) مجموعة الحل : (−٣ ، $\frac{٧}{٣}$)

ب) مجموعة الحل : (−∞ ، $\frac{٣}{٥}$] ، [١ ، ∞)

٧) يمكن الاستعانة بالبرمجيات التطبيقية لرسم المنحنيات الموجودة في الهواتف الذكية.

٨) أ) المجال : $(-\infty ، ٢] ، (٥، \infty)$ ب) المجال: $(-٢، ٢)$

جـ) المجال : $(-\infty ، -١) ، [\frac{-١}{٣} ، ٠) ، (١ ، \infty)$ د) ح

هـ) ح و) ح ز) ح

٩) أ) $(ق \circ هـ)(س) = ٢س^{٣} + ٥$ ب) $(ق \circ هـ)(س) = \sqrt{س^{٢} + ٥}$

١٠) أ) $ق^{-١}(س) = \frac{س - ٧}{٥}$ ب) $هـ^{-١}(س) = \sqrt[٣]{\frac{س - ١}{٢}}$ جـ) $ع^{-١}(س) = س^{٣} + ١$

١١) أ) $(ق \circ هـ)(س) = ٤ + ٦ (٢ - س)^{٣}$ ب) $(م \circ ق)(س) = |٦س + ٣|$

جـ) $هـ^{-١}(س) = ٢ - \sqrt[٣]{س}$ د) $(هـ \circ ق^{-١})(س) = (\frac{١٦ - س}{٦})^{٣}$

هـ) $(هـ \circ هـ^{-١})(س) = س$ و) $(ق \circ هـ \circ م)(-١) = ٤$

١٢) أ) $ق(س) = \frac{١}{٢} س + ٨$ ب) $ق^{-١}(س) = ٢س - ١٦$

١٣)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
رمز الإجابة	أ	د	جـ	ب	جـ	ب	جـ	جـ	جـ

ورقة العمل (٢ – ١)

١) أعد تعريف الاقتران ق(س) = [س – ٤] ، حيث –١ ≤ س < ٢

٢) جد مجموعة حل المعادلة [س – ١] = ٤

٣) جد مجموعة حل المتباينة ٢ < [س – ٥] < ٤

٤) أعد تعريف الاقترانات الآتية:

أ) ق (س) = $\begin{cases} [\,س\,] & ، \ ١ \leq س < ٢ \\ |س - ٣| & ، \ ٢ \leq س \leq ٤ \end{cases}$

ب) ل (س) = $\begin{cases} |٢س - ١| & ، \ -١ \leq س \leq ١ \\ [\frac{١}{٢}س + ٢\,] & ، \ ١ < س \leq ٣ \end{cases}$

جـ) ك (س) = $|س - ٤| + [\frac{س}{٢}]$ ، حيث ٠ ≤ س ≤ ٦

د) ع (س) = $\begin{cases} (٥ - س^{٢}) - [\,٢س + ٣\,] & ، \ ٠ < س < ١ \\ |٢س - |١ - س^{٢}| & ، \ ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

هـ) د (س) = ٢[$\frac{١}{٢}$ س + ٠,٥] – س ، حيث –١,٥ ≤ س ≤ ٧

٥) ارسم منحنى الاقتران ق (س) = $\begin{cases} \sqrt{٤س^{٢} - ٤س + ١} & ، \ س \geq -١ \\ س^{٢} - ١ & ، \ -١ < س < ١ \\ ٣ - [\,س\,] & ، \ ١ \leq س < ٣ \end{cases}$

٦) حدد مجال كل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = $\frac{١}{٢ - [\,س\,]}$ ب) ك(س) = $\frac{١}{\sqrt{[\,س\,] - س}}$ جـ) ل(س) = $\frac{١}{\sqrt{س - [\,س\,]}}$

٧) حُلَّ المعادلة [$س^{٢}$ – ٤] = ١٠

اجابات ورقة العمل (٢ – ١)

١)
$$\text{ق}(س) = \begin{cases} -٥ & ، -١ \geq س > ٠ \\ -٤ & ، ٠ \geq س > ١ \\ -٣ & ، ١ \geq س > ٢ \end{cases}$$

٢) مجموعة الحل هي الفترة [٥ ، ٦)

٣) مجموعة الحل هي الفترة [٨ ، ٩)

٤)

أ) ق (س) $= \begin{cases} ١ & ، ١ \geq س > ٢ \\ ٣ - س & ، ٢ \geq س > ٣ \\ س - ٣ & ، ٣ \geq س \geq ٤ \end{cases}$

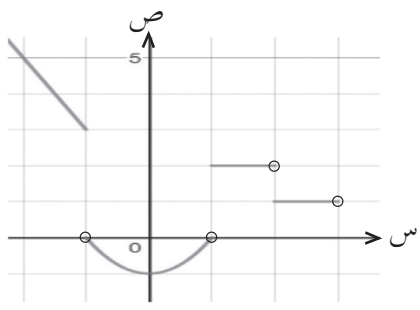
ب) ل (س) $= \begin{cases} ١ - ٢س & ، -١ \geq س > \frac{١}{٢} \\ ٢س - ١ & ، \frac{١}{٢} \geq س \geq ١ \\ ٢ & ، ١ > س > ٢ \\ ٣ & ، ٢ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

جـ) ك(س) $= \begin{cases} ٤ - س & ، ٠ \geq س > ٢ \\ ٥ - س & ، ٢ \geq س > ٤ \\ س - ٢ & ، ٤ \geq س > ٦ \\ س - ١ & ، س = ٦ \end{cases}$

د) ع(س) $= \begin{cases} ٢ - س^{٢} & ، ٠ > س > \frac{١}{٢} \\ ١ - س^{٢} & ، \frac{١}{٢} \geq س > ١ \\ ٢س - س^{٢} + ١ & ، ١ \geq س \geq ٢ \end{cases}$

هـ) د(س) $= \begin{cases} -س & ، -١,٥ \geq س > ١,٥ \\ ٢ - س & ، ١,٥ \geq س > ٤,٥ \\ ٤ - س & ، ٤,٥ \geq س \geq ٧ \end{cases}$

٥)



الشكل (٢-٤٧)

٦) أ) المجال : ح – [٢ ، ٣) ب) المجال : ∅ جـ) ح – {س: س∋ ص }

٧) مجموعة الحل : [$\sqrt{١٤}$ ، $\sqrt{١٥}$) ، (– $\sqrt{١٥}$ ، – $\sqrt{١٤}$]

استراتيجية التقويم: الملاحظة

أداة التقويم: سلّم التقدير (٢-١)

الرقم	مؤشرات الأداء	ممتاز	جيّد جدًّا	جيّد	ضعيف
١	**كثيرات الحدود** – يحدد درجة كثير الحدود ويجد معاملاته. – يستخدم برمجية إكسل في رسم منحنى كثير حدود معرف على فترة .				
٢	**الاقتران الحقيقي** – يميز الاقتران الحقيقي. – يحدد مجال اقتران الجذر التربيعي. – يرسم منحنى اقتران الجذر التربيعي. – يحدد مجال الاقتران النسبي. – يرسم منحنى الاقتران النسبي. – يميز الاقتران الكسري. – يحدد مجال الاقتران الكسري.				
٣	**الاقتران المتشعب** – يميز الاقتران المتشعب. – يرسم منحنى الاقتران المتشعب. – يكتب قاعدة اقتران متشعب ممثل بيانيًّا.				
٤	**اقتران القيمة المطلقة** – يميزاقتران القيمة المطلقة . – يعيد تعريف اقتران القيمة المطلقة. – يرسم منحنى اقتران القيمة المطلقة . – يكتب قاعدة اقتران قيمة مطلقة ممثل بيانيًّا. – يجد مجموعة حل معادلة تتضمن قيمة مطلقة. – يجد مجموعة حل متباينة تتضمن قيمة مطلقة.				

الرقم	مؤشرات الأداء	ممتاز	جيّد جدًّا	جيّد	ضعيف
٥	**اقتران أكبر عدد صحيح** – يميز اقتران أكبر عدد صحيح. – يعيد تعريف اقتران أكبر عدد صحيح . – يرسم منحنى اقتران أكبر عدد صحيح . – يجد مجموعة حل معادلة تتضمن أكبر عدد صحيح. – يجد مجموعة حل متباينة تتضمن أكبر عدد صحيح .				

ممتاز: إذا أنجز الطالب المهمة بصورة صحيحة.

جيد جدًّا: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود خطأ، ومن دون الحاجة إلى مساعدة.

جيد: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود خطأ بسيط، مع وجود مساعدة.

ضعيف: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود أخطاء، ومع وجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء

أداة التقويم: سلّم التقدير (٢-٢)

الرقم	مؤشرات الأداء	٤	٣	٢	١
١	**تركيب الاقترانات** – يجد قاعدة تركيب اقترانين . – يجد صورة عدد تحت تأثير قاعدة تركيب اقترانين. – يجد قيم س التي تحقق ناتج تركيب اقترانين.				
٢	**الاقتران العكسي** – يجد الاقتران العكسي لاقتران مكتوب على شكل أزواج مرتبة. –يحدد إمكانية إيجاد قاعدة الاقتران العكسي لاقتران معطى. – يجد الاقتران العكسي لاقتران معطى .				

٤: إذا أنجز الطالب المهمة بصورة صحيحة.

٣: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود خطأ، ومن دون الحاجة إلى مساعدة.

٢: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود خطأ بسيط، مع وجود مساعدة.

١: إذا أنجز الطالب المهمة مع وجود أخطاء، ومع وجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: مراجعة الذات/ التأمل الذاتي

أداة التقويم: قائمة الرصد (٢-٣)

التقويم الذاتي للطالب حول امتلاكه للمعارف والمهارات المطلوبة

الرقم	مؤشرات الأداء	نعم	لا
١	**كثيرات الحدود** – أحدد عدد مرات التغير في اشارة كثير الحدود. – أحدد إذا كان الاقتران ق(س) = أس^{٣}+ ب ، متزايدًا أم متناقصًا.		
٢	**الاقتران الحقيقي** – أحدد علاقة منحنى اقتران جذر تربيعي بمنحنى جذر تربيعي آخر تحت تأثير الانسحابات. – أحدد علاقة منحنى اقتران نسبي بمنحنى اقتران نسبي آخر تحت تأثير الانسحابات.		
٣	**الاقتران المتشعب** – أحدد نقاط التشعب لاقتران متشعب. – أجد صورة عدد تحت تأثيرقاعدة اقتران متشعب.		
٤	**اقتران القيمة المطلقة** – أجد القيمة المطلقة لعدد حقيقي. – أحدد نقطة تشعب اقتران القيمة المطلقة. – أجد صورة عدد تحت تأثيرقاعدة اقتران قيمة مطلقة.		
٥	**اقتران أكبر عدد صحيح** – أجد قيمة أكبر عدد صحيح لعدد حقيقي. – أحدد نقاط تشعب اقتران أكبر عدد صحيح. – أجد صورة عدد تحت تأثيرقاعدة اقتران أكبر عدد صحيح .		
٦	**تركيب الاقترانات** – أحدد امكانية تركيب اقترانين .		
٧	**الاقتران العكسي** – أحدد إذا كان الاقتران واحد لواحد أم لا. – أحدد إمكانية ايجاد اقتران عكسي لاقتران من خلال تمثيله البياني. – أحدد إمكانية ايجاد اقتران عكسي لاقتران من خلال قاعدته.		

٣ الوحدة الثالثة

المتتاليات و المتسلسلات الحسابية والهندسية

تعد الأنماط من الفروع المهمة في الرياضيات وهي كثيرة ومتنوعة، وقد سبق لك تعرُّف أنواع منها مثل الهندسية والعددية. إن اهتمام الرياضيين بالأنماط أدى إلى توظيفها في تطبيقات عملية في مجالات مختلفة مثل الاقتصاد والفيزياء والهندسة وغيرها من العلوم.

ستتعرف في هذه الوحدة نوعًا خاصًّا من الأنماط يُسمى المتتاليات والمتسلسلات، وتتعرف طرائق محددة للتعامل مع حدود ومجاميع المتتاليات والمتسلسلات الحسابية والهندسية، وتتعرف كذلك صلتها بمواضيع أخرى في الرياضيات وتطبيقاتها في الحياة اليومية والعلوم الأخرى.

يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرا على:

- تمييز المتتاليات الحسابية والهندسية.
- تحديد خصائص المتتاليات الحسابية والهندسية.
- كتابة حدود متتالية عُلِمَ حدها العام.
- إيجاد الحد العام لمتتالية، إذا عُلمت بعض حدودها.
- إيجاد مجموع متسلسلة حسابية أو هندسية منتهية.
- إيجاد مجموع متسلسلة هندسية غير منتهية.
- توضيح العلاقة بين المتتالية الحسابية والربح البسيط والنمو الخطي.
- تحديد العلاقة بين المتسلسلات الهندسية والنمو الهندسي.
- حل مسائل في مواقف حياتية ونَمْذَجَتِها.

تهيئة الوحدة

١) اكتب الأعداد الخمسة التالية في كل نمط من الأنماط الآتية:

أ) ١ ، ٣ ، ٥ ، ...

ب) ٥ ، − ١٠ ، ٢٠ ، −٤٠ ، ...

جـ) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ، ...

٢) إذا كان ق(س) = $س^{٢}$ − س فجد قيمة كل من:

ق(١) ، ق(−٢) ، ق(٣) ، ق(−٤)

٣) إذا كان ق(ن) = ٢(− ٣) $^{ن-١}$، فجد: ق(١)، ق(٢)، ق(٣)، ق(٤)

٤) أودع رجل مبلغ ١٠٠٠ دينار بحساب الربح البسيط و بفائدة قدرها ٤٪ سنويًّا. جد كلًّا مما يأتي:

أ) مقدار الفائدة بعد سنة واحدة، بعد ٣ سنوات.

ب) جملة المبلغ بعد ٥ سنوات.

٥) يتزايد عدد سكان بلدة بمقدار ٣٪سنويًّا. إذا كان عدد سكان هذه البلدة بداية عام ٢٠١١ يساوي ٨٠٠٠ نسمة. جد عدد سكانها بداية عام ٢٠١٤.

٦) جد المتوسط الحسابي لكل مما يأتي :

أ) ٦ ، ٢٤ ب) − ٢٠ ، ٤ جـ) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

٧) جد قاعدة العلاقة التي تربط بين س ، ص في كل مما يأتي:

أ)

س	١	٢	٣	٤
ص	٦	٦	٦	٦

ب)

س	١	٢	٣	٤
ص	صفر	٣	٨	١٥

جـ)

س	١	٢	٣	٤
ص	٢	٥	٨	١١

٨) اكتب قاعدة اقتران يحقق الخصائص الآتية:

أ) متزايد، ومقطعه الصادي = −٦

ب) ثابت ومقطعه الصادي = −٦

جـ) متناقص، ومقطعه الصادي = − ٦ ، ومقطعه السيني = −٣

١)

أ) ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥

ب) −٨٠ ، −١٦٠ ، −٣٢٠ ، −٦٤٠ ، ١٢٨٠

جـ) $\frac{١}{٣٢}$ ، $\frac{١}{٦٤}$ ، $\frac{١}{١٢٨}$ ، $\frac{١}{٢٥٦}$ ، $\frac{١}{٥١٢}$

٢) ق(١) = ٠ ، ق(−٢) = ٦ ، ق(٣) = ٦ ، ق(−٤) = ٢٠

٣) ق(١) = ٢ ، ق(٢) = −٦ ، ق(٣) = ١٨ ، ق(٤) = −٥٤

٤)

أ) الفائدة بعد سنة واحدة = ١٠٠٠ × ٤٪ = ٤٠ دينارًا.

الفائدة بعد ٣ سنوات = ١٠٠٠ × ٤٪ × ٣ = ١٢٠ دينارًا.

ب) جملة المبلغ بعد ٥ سنوات = ١٢٠٠ دينار.

٥) ٨٧٤٢ نسمة.

٦) أ) ١٥ ب) −٨ جـ) $\frac{٥}{١٦}$

٧) أ) ص= ٦ ب) ص= س^{٢} −١ جـ) ص= ٣س − ١

٨) أ) ق(س) = ٢س − ٦ ب) ل (س) = −٦ جـ) م (س) = −٦ − ٢س

أولًا: المتتالية

عدد الحصص ٢

نتاجات التعلم

– يتعرف مفهوم المتتالية.

– يجد الحد العام لمتتالية إذا علمت بعض حدودها.

– يميز المتتالية المنتهية وغير المنتهية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– المتتالية، الحد العام، الحد النوني، متتالية منتهية، متتالية غير منتهية.

التكامل الرأسي

– الأنماط في الصف الثامن الأساسي.

– كثيرات الحدود وخصائصها في الصف العاشر الأساسي.

التكامل الأفقي

– المتتاليات والمتسلسلات في كتاب الحاسوب للصف الحادي عشر في درس جملة التكرار في وحدة الهندسة.

التعلم القبلي

– الأنماط، قاعدة النمط.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (١١٤ – ١٢٠) .

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (المناقشة)، التفكير الناقد، الرؤوس المرقمة.

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تذكير الطلبة بالأنماط وتطبيقاتها في الحياة.

٢– توجيه سؤال " أعط مثالاً على نمط" والاستماع إلى الطلبة ومناقشة الإجابات.

٣– تقديم مفهوم المتتالية من خلال مناقشة المسألة الواردة في بداية الدرس مع الطلبة.

٤– كتابة مفهوم المتتالية على اللوح وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه.

٥ – مناقشة المثالين (١)، (٤) الواردين في الدرس مع الطلبة؛ لتدريب الطلبة على إيجاد الحد العام وعدد حدود متتالية.

٦ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.

٧ – تكليف المجموعات بحل تدريب (١) على الدفاتر، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٨ – متابعة عمل المجموعات ومناقشتها، بما تم التوصل إليه من حل.

٩ – عرض الإجابات على اللوح ومناقشتها مع بقية الطلبة.

١٠– تقديم التغذية الراجعة بناءً على إجابات الطلبة.

١١– مناقشة المثالين (٢)، (٣) لتوضيح كيفية إيجاد حدود متتالية؛ إذا علم حدها العام.

١٢– تكليف الطلبة حل التدريبين (٢)، (٣) ضمن مجموعات ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

١٣– ختم الحصة باستخدام استراتيجية الرؤوس المرقمة. بتوجيه السؤال:" ماذا تعلمنا اليوم؟"

١٤– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

معلومات إضافية

– من الأنماط المشهورة (مثلث باسكال).

– بعض النباتات التي تتبع نمط فيبوناتشي مثل مخاريط الصنوبر والأناناس، والصبار.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في كتابة الحد العام بسبب الاعتماد على قيمة كل حد مع الحد الذي يليه ولا يعتمد على قيمة الحد مع رقم المرحلة.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– جد الحد العام لكل من المتتاليات الآتية:

١) $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٥}$، .....

٢) ٠، −٤، −٨، −١٢، .....

الحل:

١) $ح_ن = \frac{١}{ن + ١}$

٢) $ح_ن = -٤ (ن - ١)$

إثراء

– جد الحدود الخمسة الأولى لمتتالية إذا كان $أ_{١}=٣$، $أ_{ن+١}=٢(أ_{ن}-١)$

الحل:

$أ_{١}=٣$ ، $أ_{٢}=٤$ ، $أ_{٣}=٦$ ، $أ_{٤}=١٠$ ، $أ_{٥}=١٨$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٣–١) ، قائمة الرصد (١–٢).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)

١) $ح_{ن}=(\frac{١}{٢})^{ن-١}$ ٢) $ح_{ن}=٣ن+٢$

تدريب (٢)

١) $ح_{١}=\frac{١}{٢}$ $ح_{٢}=\frac{٢}{٣}$ $ح_{٣}=\frac{٣}{٤}$ $ح_{٤}=\frac{٤}{٥}$

٢) $ح_{١}=-١$ $ح_{٢}=-٣$ $ح_{٣}=-٥$ $ح_{٤}=-٧$

تدريب (٣)

المتتالية هي: ١ ، ١ ، $\frac{١}{٣}$ ، ٣ ، $\frac{١}{٥}$ ، ٥ (متتالية منتهية)

تمارين ومسائل:

١) أ) $ح_{ن}=\frac{ن}{٣^{ن}}$ ب) $ح_{ن}=(-١)^{ن}$ جـ) $ح_{ن}=٣$

٢) أ) $ح_{١}=٤$ $ح_{٢}=٧$ $ح_{٣}=١٠$

ب) $ح_{١}=٠$ $ح_{٢}=\frac{١}{٥}$ $ح_{٣}=\frac{١}{٣}$

جـ) $ح_{١}=\frac{١}{٢}$ $ح_{٢}=\frac{١}{٤}$ $ح_{٣}=\frac{١}{٨}$

٣) أ) ستقام المباريات في المرة الثامنة في العام ٢٠٣٠

ب) $ح_{ن} = ٢٠٠٢ + ٤(ن-١)$

٤) $ح_{١} = ١٧٥٨$ $ح_{٢} = ١٨٣٤$ $ح_{٣} = ١٩١٠$

$ح_{٤} = ١٩٨٦$ $ح_{٥} = ٢٠٦٢$ $ح_{٦} = ٢١٣٨$

٥) $ح_{١} = ١$ $ح_{٢} = ١$ $ح_{٣} = ٢$ $ح_{٤} = ٣$

$ح_{٥} = ٥$ $ح_{٦} = ٨$ $ح_{٧} = ١٣$ $ح_{٨} = ٢١$

$ح_{٩} = ٣٤$ $ح_{١٠} = ٥٥$

فكر وناقش

(ص ١١٧) ليس بالضرورة أن يكون لكل متتالية حد عام.

(ص١١٨) المتتالية يجب فيها ترتيب الحدود، بينما المجموعة لايشترط أن تكون العناصر مرتبة فيه، والمتتالية عبارة عن اقتران، بينما المجموعة عناصر فقط.

نتاجات التعلم

- يتعرف مفهوم المتسلسلة.
- يميز المتسلسلة المنتهية وغير المنتهية.
- يكتب متسلسلة إذا عُلِمَ حدها العام.
- يستخدم رمز المجموع للتعبير عن متسلسلة.
- يحل مسائل في مواقف حياتية باستخدام المتسلسلات.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- متسلسلة، متسلسلة منتهية، متسلسلة غير منتهية، رمز المجموع Σ

التكامل الرأسي

- الأنماط في الصف الثامن الأساسي.
- كثيرات الحدود وخصائصها في الصف العاشر الأساسي.

التعلم القبلي

- الأنماط، قاعدة النمط.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب، الصفحات (١٢١ – ١٢٤) .

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (فكر– انتق زميلًا – شارك)، أخرى (الرؤوس المرقمة)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تلخيص الأفكار والنتاجات التي وردت في درس المتتاليات (يمكن استخدام خريطة مفاهيمية).

٢– تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.

٣– تكليف المجموعات بقراءة المسألة الواردة في بداية الدرس، وحلّها، ثم مناقشة الحلول التي توصلت إليها كل مجموعة.

٤– ربط المسألة بالعلاقة بين المتتالية والمتسلسلة.

٥ – كتابة مفهوم المتسلسلة على اللوح، وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه.

٦ – مناقشة مثالين (١)، (٢) على اللوح لتوضيح طريقة التعبير عن المتسلسلة؛ باستخدام رمز المجموع والعكس، وتوجيه أسئلة للطلبة في كل مرحلة للتحقق من فهمهم .

٧ – تكليف الطلبة حل تدريب (١) على الدفاتر باستخدام استراتيجية (فكر ـ انتق زميلًا ـ شارك) ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة.

٨ – تكليف إحدى المجموعات بعرض إجابتها على اللوح، ومناقشة الجميع بالحل (يتم اختيار المجموعة باستخدام استراتيجية الرؤوس المرقمة).

٩ – تقديم التغذية الراجعة بناءً على إجابات الطلبة.

١٠– مناقشة مثال (٣) مع الطلبة؛ لتوضيح كيفية إيجاد الحد العام لمتسلسلة؛ إذا علم مجموع أول ن حد منها وتكليف الطلبة حل تدريب (٢) ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة.

١١– ختم الحصة بتوجيه الطلبة إلى تعبئة نموذج سير التعليم.

١٢– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

معلومات إضافية

هناك خصائص للمجموع منها:

– يمكن إخراج الثابت خارج رمز المجموع.

– يمكن توزيع المجموع على الجمع والطرح.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في التعبير عن المتسلسلات باستخدام رمز المجموع.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– عبر عن كل مما يأتي باستخدام رمز المجموع:

أ) ٣ + ٥ + ٧ + ٩

ب) ٣ + ٠ + – ٣+ –٦ + ...

الحل:

أ) $\sum_{ن=١}^{٤}$ ٢ن +١

ب) $\sum_{ن=١}^{\infty}$ ٦ –٣ن

إثراء

– استخدم رمز المجموع في التعبير عن كل من:

أ) ١ + ٤ + ٩ + ... + ل^{٢} + (ل+١)^{٢}

ب) (١ × ٣) – (٤ × ٥) + (٩ × ٧) – (١٦ × ٩) + (٢٥ × ١١)

الحل:

أ) $\sum_{ن=١}^{ل+١} ن^{٢}$ ب) $\sum_{ن=١}^{٥} (-١)^{ن+١} (ن)^{٢} (٢ن + ١)$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة ، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : قائمة الرصد (٣–٢) ، قائمة الرصد (١–٢)، نموذج وصف سير التعلم.

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)

١) ٠ + ٢ + ٦ + ١٢ ٢) $\sum_{ي=١}^{\infty} (ي)^{٣}$

تدريب (٢)

ح$_{١}$ = ٣ ح$_{٢}$ = ١١ ح$_{٣}$ = ١٩ ح$_{٤}$ = ٢٧ ح$_{٥}$ = ٣٥

تمارين ومسائل

١) أ) ح$_{١}$ = ٦ ح$_{٢}$ = ١٢ ح$_{٣}$ = ١٨

ب) ح$_{١}$ = ١ ح$_{٢}$ = $\frac{٢}{٥}$ ح$_{٣}$ = $\frac{٤}{٢٥}$

جـ) ح$_{١}$ = ٠ ح$_{٢}$ = ٢ ح$_{٣}$ = ٦

د) ح$_{١}$ = ٠ ح$_{٢}$ = $\frac{١}{٥}$ ح$_{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

٢) أ) $\sum_{ن=١}^{٦} ٣ن - ١$ ب) $\sum_{ن=١}^{\infty} \frac{١}{ن^{٢}+١}$ ج) $\sum_{ن=١}^{\infty} ن - \frac{١}{ن+١}$

٣) أ) $\frac{١}{٤} + \frac{٢}{٥} + \frac{١}{٢} + \frac{٤}{٧} + \frac{٥}{٨}$

ب) ٠ + ١ + ٤ + ٩

جـ) ٧ + ٤ − ١ − ٨ − ١٧− .....

٤) أ) $ح_{ن} = ٤ ن$

ب) $ح_{١٠} = ٤٠$

جـ) ٤ + ٨ + ١٢ + ١٦ + ٢٠ + ٢٤ + ٢٨ + ٣٢ + ٣٦ + ٤٠ = $\sum_{ن=١}^{١٠} ٤ن$

نتاجات التعلم

- يتعرف مفهوم المتتالية الحسابية.
- يجد الحد العام لمتتالية حسابية.
- يحل مسائل عملية باستخدام المتتاليات الحسابية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- متتالية حسابية، متسلسلة حسابية، الحد النوني، أساس المتتالية، أوساط حسابية.

التكامل الرأسي

- الأنماط في الصف الثامن الأساسي.
- كثيرات الحدود وخصائصها في الصف العاشر الأساسي.

التعلم القبلي

- النمط، قاعدة النمط، المتتالية، الحد العام للمتتالية، المتسلسة.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب، الصفحات (١٢٥ – ١٣٠).

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة، التدريبات والتمارين)، التفكير الناقد (التحليل)، أخرى (الاكتشاف الموجه).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة بالمتتاليات وحدِّها العام؛ عن طريق توجيه أسئلة والاستماع للإجابات مع التبرير.

٢- عرض مجموعة من المتتاليات الحسابية على اللوح، وتوجيه الطلبة إلى ملاحظة الحدود وعلاقتها ببعضها.

٣- الاستماع إلى إجابات الطلبة مع تكليفهم بالتبرير للوصول إلى مفهوم المتتالية الحسابية، وكتابته على اللوح ومناقشة الطلبة فيه وتقديم المتسلسة الحسابية المرتبطة بها.

٤- حل مثال (١) على اللوح ومناقشته مع الطلبة؛ لتدريبهم على تحديد المتتاليات الحسابية وإيجاد أساس كل منها.

٥- تكليف الطلبة بحل تدريب (١) على الدفاتر؛ لتدريبهم على تمييز المتتاليات الحسابية وإيجاد حدها العام ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

٦- كتابة مجموعة من المتتاليات الحسابية على اللوح، وتكليف الطلبة بكتابة قاعدة النمط فيها.

٧ – الاستماع للإجابات وتبريرها وعرضها على اللوح؛ للوصول إلى الحد العام للمتتالية الحسابية التي أساسها د وحدها الأول أ.

٨ – مناقشة المثالين (٢)، (٣) على اللوح؛ لتوضيح كيفية استخدام الحد العام للمتتالية الحسابية في حل بعض المسائل الرياضية والحياتية، وتكليف الطلبة بحل تدريب (٢) ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة.

٩ – مناقشة طريقة إدخال أوساط حسابية بين حدين من خلال مناقشة مثال (٤) على اللوح.

١٠– تكليف الطلبة بحل تدريب(٤)؛ لقياس قدرتهم على إدخال أوساط حسابية بين حدين، ومتابعة الإجابات.(تقييم الطلبة باستخدام سلم التقدير(٣–٣)).

١١– ختم الحصة من خلال تعبئة نموذج وصف سير التعلم.

١٢– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

معلومات إضافية

– كل متتالية حسابية يمكن كتابتها على صورة $ح_ن = ل\ ن + ب$

فيكون أساسها = ل، وحدها الأول = ل+ ب.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد الأساس؛ من خلال طرح الحد من الحد الذي يسبقه ($ح_٢ - ح_١$).

– يعتقد بعض الطلبة أن الأساس يجب أن يكون عددًا موجبًا.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– جد الأساس لكل من المتتاليات الحسابية الآتية:

أ)١، –١، –٣، –٥، –٧،.....

ب) ١، ٤، ٧، ١٠، ١٣،.....

الحل:

أ) د = –٢ ب) د = ٣

إثراء

– ما مجموع مضاعفات العدد ٧ المحصورة بين ٢٠، ٣٠٠؟

الحل:

$$\sum_{ر=٣}^{٤٢} ٧ن = ٦٣٠٠$$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير(٣-٣)، نموذج وصف سير التعلم (١-٣).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)

١) حسابية (د= $\frac{١}{٤}$)　　٢) ليست حسابية　　٣)حسابية (د= ٤)

تدريب (٢)

ن = ٦١

تدريب (٣)

ن=١٠

تدريب (٤)

أ =٣٨　　ب = ١٠　　ن = ٦　　د = -٤

(٣٨، ٣٤، ٣٠، ٢٦، ٢٢، ١٨، ١٤، ١٠)

تمارين ومسائل

١) أ) حسابية .　　ب) ليست حسابية .

٢) أ) ن= ٥٠١　　ب) ن= ٦

٣) ن = ٦٤

٤) أ) ٢٠٠+ ٣٠٠+ ٤٠٠+ ٥٠٠+ ٦٠٠+ ٧٠٠+ ٨٠٠+ ٩٠٠+ ١٠٠٠+ ١١٠٠

$$\sum_{ن=١}^{١٠} ١٠٠(ن+١)$$

ب) $ح_{٨}$ = ٩٠٠ دينار

٥) أ) فائدة المبلغ = ربحه بعد ٤ سنوات = ٦٠٠× ٠,٠٥ × ٤ = ١٢٠ دينارًا.

ب) فائدة المبلغ بعد ١٢ سنة = ٦٠٠× ٠,٠٥ × ١٢ = ٣٦٠ دينارًا ← جملة المبلغ = ٩٦٠ دينارًا.

٦) أ) $ح_{ن} - ح_{ن-١} = ٤$ بما أنَّ الفرق بين كل حد والحد الذي يسبقه يساوي مقدارًا ثابتًا؛ إذًا المتتالية حسابية

ب) $ح_{ن} - ح_{ن-١} = \frac{-١}{٣}$ بما أنَّ الفرق بين كل حد والحد الذي يسبقه يساوي مقدارًا ثابتًا؛ إذًا المتتالية حسابية

٧) أ =٢٤ ب= ٦ ن= ٢ د= −٦

(٢٤، ١٨، ١٢، ٦)

٨) $ح_{ن} = ٤٠٠ + ٣٠(ن - ١)$

$ح_{١} = ٤٠٠$ $ح_{٢} = ٤٣٠$ $ح_{٣} = ٤٦٠$ $ح_{٤} = ٤٩٠$ $ح_{٥} = ٥٢٠$

٩) أ) ٦٠° ، ٤٠°

ب) لا يمكن ، بفرض أنَّ قياس إحدى الزوايا (س)؛ فإنَّ قياس الزاوية المقابلة لها (١٨٠ – س) فتكون الزوايا س، س، ١٨٠ – س، ١٨٠ – س وهذه لا تشكل متتالية حسابية.

جـ) ٦٠، ٨٠، ١٠٠، ١٢٠،

نعم يوجد أكثر من حل؛ حسب اختيار قيمة د في (س، س+د، س+ ٢د، س+٣د)

فكر وناقش

(الصفحة ١٢٧) الحد الأول والأساس.

نتاجات التعلم

– يجد مجموع متسلسلة حسابية منتهية.
– يحل مسائل في مواقف حياتية باستخدام مجموع المتسلسلة.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– مجموع متسلسلة حسابية ($جـ_ن$)، الأساس، الحد العام.

التكامل الرأسي

– الأنماط في الصف الثامن الأساسي.
– كثيرات الحدود وخصائصها في الصف العاشر الأساسي.

التعلم القبلي

– النمط، قاعدة النمط، المتتالية، الحد العام للمتتالية، المتسلسة، المتتالية الحسابية.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (١٣١ – ١٣٤).

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (المناقشة)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة في مفهوم المتتالية الحسابية، والمتسلسلة المرتبطة بها؛ (يمكن الاستعانة بتصميم خريطة مفاهيمية).
٢– تشويق الطلبة للدرس من خلال عرض المسألة التي طرحتها معلمة جاوس على الطلبة، وإدارة نقاش حولها من خلال طرح السؤال الآتي:
- برأيكم ما الطريقة التي استخدمها جاوس للتوصل إلى الحل بصورة صحيحة وسريعة؟

٣– الاستماع إلى الإجابات وتعزيزها.
٤– عرض طريقة جاوس على اللوح، وتوجيه الأسئلة في كل خطوة؛ للتأكد من فهم الطلبة للخطوات.
٥– الوصول مع الطلبة إلى مجموع متسلسلة حسابية، وكتابة التعميم على اللوح، ثم تكليف أكثر من طالب بقراءته، وتحديد شروط للوصول إلى الصيغة الثانية له.
٦– مناقشة المثالين (١)، (٢) على اللوح للتدرب على إيجاد مجموع المتسلسلة الحسابية.

٧ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.
٨ – تكليف المجموعات بحل التدريبين (١)، (٢) ومتابعة عمل المجموعات وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم في حينه.
٩ – مناقشة المثالين (٣)، (٤) على اللوح لاستخدام المجموع في حل بعض المسائل الرياضية والحياتية، و تكليف المجموعات بحل تدريب (٣) ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم والدعم اللازم في حينه.
١٠– ختم الحصة بتوجيه الطلبة إلى تعبئة نموذج وصف سير التعلم.
١١– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل، ومتابعة حلول الطلبة وتقديم التغذية الراجعة لهم.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في التمييز بين الحد العام ومجموع المتسلسلة.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– جد الحد العام والمجموع لكل من المتسلسلات الآتية:

أ) ٣ + ٨ + ١٣ +.....+ ٥٨

ب) ٥٠ + ٣٩ + ٢٨ + ...+ (–٥)

الحل:

أ) ن = ١٢ ، $ح_ن$ = ٥ن – ٢ ، $جـ_ن$ = ٣٦٦

ب) ن = ٦ ، $ح_ن$ = ٦١ – ١١ن ، $جـ_ن$ = ١٣٥

إثراء

– أثبت أنَّ مجموع أول ن عدد زوجي موجب هو ن(ن+١)

الحل:

أ = ٢ ، $ح_ن$ = ٢ن

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}(٢ + ٢ن) = ن(ن + ١)$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الورقة والقلم، مراجعة الذات، الملاحظة.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٣–٤) ، نموذج وصف سير التعلم (١–٣)، سلم التقدير اللفظي(٣ – ٨).

التدريبات

تدريب (١) $جـ_{ن} = ١٨٣٠$

تدريب (٢) $جـ_{ن} = ٢٥٥٠$

تدريب (٣) ١) $ح_{١٢} = ٦٥$ م^{٣} ٢) $جـ_{ن} = ٦٧٥$ ومنه ن = ١٥

تمارين ومسائل

١) أ) $جـ_{ن} = ٤٤٠$ ب) $جـ_{ن} = ٩٢٠$ جـ) $جـ_{ن} = ٢١٠$

٢) ن = ٥٠

٣) أ) $ح_{١٢} = ٧٩,٥$ دينارًا. ب) $جـ_{٢٠} = ١٤٥٥$ دينارًا.

٤) $ح_{٧} = جـ_{٧} - جـ_{٦} = ١٤١ - ١٠٢ = ٣٩$

٥) ن = ٩ ، الأوساط = ٩ − ٢ = ٧ أوساط حسابية.

٦) أ) أ = ١، د = ٢، $جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}(٢ + ٢(ن - ١)) = ن + ن^{٢} - ن = ن^{٢}$

ب) أ = ١، $جـ_{ن} = ن$، $جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}(أ + ح_{ن}) = \frac{ن(١+ن)}{٢}$

جـ) أ = ك، $ح_{ن} = ك$، $جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}(أ + ح_{ن}) = \frac{ن}{٢}(ك + ك) = \frac{ن}{٢}(٢ك) = ن \times ك$

٧) عندما ن فردي، فإن ترتيب الحد الأوسط هو $\frac{ن+١}{٢}$

$ح_{\frac{ن+١}{٢}} = أ + (\frac{ن+١}{٢} - ١)\, د$

$ح_{\frac{ن+١}{٢}} = أ + (\frac{ن-١}{٢})\, د$

$\frac{ح}{ن} = أ + (\frac{ن-١}{٢})\, د$ ، ومنه $ح_{\frac{ن+١}{٢}} = \frac{جـ}{ن}$

عندما ن زوجي، ترتيب الحدين الأوسطين $\frac{ن}{٢} + ١$، $\frac{ن}{٢}$

$$ح_{\frac{ن}{٢}+١} = أ + \left(\frac{ن}{٢} + ١ - ١\right) د = أ + \left(\frac{ن}{٢}\right) د$$

$$ح_{\frac{ن}{٢}} = أ + \left(\frac{ن}{٢} - ١\right) د$$

$$ح_{\frac{ن}{٢}+١} + ح_{\frac{ن}{٢}} = ٢أ + (ن - ١) د$$

$$\frac{٢جـ}{ن} = ٢أ + (ن-١)د \qquad \text{، ومنه } \frac{٢جـ}{ن} = ح_{\frac{ن}{٢}+١} + ح_{\frac{ن}{٢}}$$

نتاجات التعلم

– يتعرف المتتالية الهندسية والمتسلسلة المرتبطة بها.
– يميز المتتالية الهندسية عن غيرها.
– يجد الحد العام لمتتالية هندسية .

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– متتالية هندسية،متسلسلة هندسية، الحد النوني لمتتالية هندسية، أساس المتتالية الهندسية،أوساط هندسية.

التكامل الرأسي

– الأنماط في الصف الثامن الأساسي.
– كثيرات الحدود وخصائصها في الصف العاشر الأساسي.
– النسبة والتناسب في الصف السابع.

التعلم القبلي

– النمط، قاعدة النمط، المتتالية، الحد العام للمتتالية، المتسلسة، النسبة والتناسب.

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (١٣٥ – ١٤١).

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر(الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (فكر – انتق زميلًا – شارك)، أخرى (العصف الذهني، الاكتشاف الموجه)، التعلم عن طريق النشاط (الألعاب).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة بالمتتالية الحسابية وحدها العام.
٢– كتابة المسألة الواردة في مقدمة الدرس على اللوح؛ ثم طرح الأسئلة الآتية:
أ) اكتب حدود المتتالية التي تمثل ارتفاع الكرة بعد كل اصطدام.
ب) كم سيكون ارتفاعها بعد الاصطدام الخامس؟ (الاستماع إلى الإجابات وتكليف الطلبة بتبريرها).
جـ) تأمل الحدود و لاحظ العلاقة في ما بينها (يقوم المعلم بتوجيه تفكير الطلبة للتوصل إلى العلاقة بين الحدود).
٣– التوصل مع الطلبة إلى مفهوم المتتالية الهندسية، وحدها العام والمتسلسلة الهندسية المرتبطة بها.
٤– كتابة المفهوم على اللوح وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه، ثم تكليفهم بإعطاء بأمثلة على متتالية هندسية، وأخرى على متتالية غير هندسية، والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها.

٥ – مناقشة الطلبة في المثالين (١)، (٢) لتوضيح كيفية إيجاد حدود متتالية هندسية عُلِم أساسها.

٦ – تكليف الطلبة بحل التدريبين (١)، (٢) على الدفاتر لقياس قدرتهم في إيجاد حدود متتالية هندسية عُلِم أساسها، ثم مناقشة إجاباتهم كلّ مع زميله في المقعد، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

٧ – تقسيم الطلبة في الصف إلى مجموعتين؛ لتنفيذ النشاط الآتي:

أ) إحضار صندوق فيه قصاصات مطوية من الورق، كتب على كل منها (متتالية).

ب) اختيار طالب واحد من كل مجموعة لسحب ورقة من الأوراق الموجودة في الصندوق.

جـ) يجب على الطالب أن يحدد في ما إذا كانت المتتالية حسابية أم هندسية ويكتب حدها العام.

د) تسجل لكل فريق درجة، ثم تحسب النتيجة بعد انتهاء النشاط لتحديد الفريق الفائز.

٨ – مناقشة المثالين (٤)، (٥) اللذين يتضمنان مسائل ومواقف حياتية على الربح المركب، وتكليف الطلبة بحل تدريب (٤) على ذلك، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة لهم.

٩ – توضيح طريقة إدخال أوساط هندسية بين حدين من خلال مناقشة مثال (٦) على اللوح مع الطلبة، ثم تكليفهم بحل تدريب (٥) لإدخال أوساط هندسية بين حدين ومتابعة الإجابات.

١٠– ختم الحصة بتوجيه سؤال: " ماذا تعلمنا اليوم؟"

١١– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل، ومتابعة حلول الطلبة لتقديم التغذية الراجعة لهم.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد أساس المتتالية الهندسية؛ من خلال قسمة الحد على الحد الذي يليه (بصورة عكسية).

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– أي المتتاليات الآتية هندسية؟ جد الحد العام للهندسية منها.

أ) ٢، ٤، ٦، ٨، ١٢،.....

ب) ٣، ٩، ٢٧، ٨١،.....

الحل:

أ) ليست هندسية.

ب) هندسية، $ح_ن = ٣^ن$

إثراء

أ) إذا أضيف الثابت ك ≠ ٠ إلى كل حد من حدود متتالية هندسية، بيِّن في ما إذا كانت المتتالية الناتجة هندسية أم لا.

ب)جد ثلاثة أعداد تشكل متتالية هندسية مجموعهما $\frac{١}{٦}$٦ وحاصل ضربهما ٨

الحل:

أ) ليست هندسية، إذا كان $\frac{أ_٢}{أ_١}$ = ر ، فإن $\frac{أ_٢ + ك}{أ_١ + ك}$ ≠ ر.

ب) ر = $\frac{٣}{٤}$، والأعداد هي: $\frac{٨}{٣}$ ، ٢ ، $\frac{٣}{٢}$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٣–٥)، سلم التقدير اللفظي(٣–٨).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١): ح$_١$ = ٨ ح$_٢$ = ٤ ح$_٣$ = ٢ ح$_٤$ = ١ ح$_٥$ = $\frac{١}{٢}$

تدريب (٢): ح$_٥$ = $\frac{١}{٤}$

تدريب (٣): $\sum_{ن=١}^{\infty}$ ٦٤($\frac{١}{٤}$)$^{ن-١}$

تدريب (٤): جملة المبلغ في نهاية السنة الثامنة = ح$_٨$ = ١٥٠٠(١,٠٥)^٧ دينار.

تدريب (٥): $\frac{١}{٢}$ ، ٢، ٨، ٣٢

تمارين ومسائل

١) أ) هندسية، $ح_ن = ٢ (٣)^{ن-١}$ ب) هندسية، $ح_ن = ل(٣ل)^{ن-١}$

جـ) ليست هندسية د) هندسية، $ح_ن = ٩(\frac{-١}{٣})^{ن-١}$

٢) أ) $ح_١ = ٣٢$ $ح_٢ = ١٦$ $ح_٣ = ٨$ $ح_٤ = ٤$ $ح_٥ = ٢$

ب) $ح_١ = ٥٠$ $ح_٢ = -٥$ $ح_٣ = ٠,٥$ $ح_٤ = -٠,٠٥$ $ح_٥ = ٠,٠٠٥$

جـ) $ح_١ = -٨١$ $ح_٢ = -٥٤$ $ح_٣ = -٣٦$ $ح_٤ = -٢٤$ $ح_٥ = -١٦$

٣) $\sum_{ك=١}^{\infty} ٢٤(\frac{١}{٢})^{ك-١}$

٤) ر = ٢ ، $ح_ن = ٢(٢)^{ن-١}$

٥) أ) ٣، ٦، ١٢ ٣، −٦، ١٢

ب) −٢، −٤، −٨ −٢، ٤، −٨

٦) ٨، ١٦، ٣٢، ٦٤، ١٢٨، ٢٥٦

٧) $ح_١ = أ$

$ح_٢ = أ + ٠,٠٢أ = أ(١ + ٠,٠٢)$

$ح_٣ = أ(١ + ٠,٠٢) + ٠,٠٢أ(١+٠,٠٢) = أ(١+٠,٠٢)^٢$

$ح_ن = أ(١+٠,٠٢)^{ن-١}$

٨) جملة المبلغ = ٢٥٢٤,٩٥ دينارًا.

٩) أ) $ح_ن = (٠,٥)^ن$

ب) ل(ن) = $٢^ن$

جـ) $ح_{١٠} = (٠,٥)^{١٠}$ ل(١٠) = $(٢)^{١٠}$ ملم

١٠) $(\frac{أ-ب}{ن})^٢ > ٠$، $أ^٢ - ٢أب + ب^٢ > ٠$، $أ^٢ + ٢أب + ب^٢ > ٤أب$ (إضافة ٤ أ ب إلى الطرفين)

$(أ+ب)^٢ > ٤أب$ ، $\frac{أ+ب}{٢} > \sqrt{أ \times ب}$

١١) أ) $\frac{\text{جـ ك}_2}{\text{جـ ك}_1} = \frac{\text{ك}_2}{\text{ك}_1}$ ، $\frac{\text{جـ ك}_3}{\text{جـ ك}_2} = \frac{\text{ك}_3}{\text{ك}_2}$ ، لكن $\frac{\text{ك}_2}{\text{ك}_1} = \frac{\text{ك}_3}{\text{ك}_2}$ ، لذا $\frac{\text{جـ ك}_2}{\text{جـ ك}_1} = \frac{\text{جـ ك}_3}{\text{جـ ك}_2}$

ب) $\frac{\text{ك}_2^{\,2}}{\text{ك}_1^{\,2}} = \frac{\text{ك}_2}{\text{ك}_1}$ ، $\frac{\text{ك}_3^{\,2}}{\text{ك}_2^{\,2}} = \frac{\text{ك}_3}{\text{ك}_2}$ ، لكن $\frac{\text{ك}_2}{\text{ك}_1} = \frac{\text{ك}_3}{\text{ك}_2}$ ، لذا $\frac{\text{ك}_2^{\,2}}{\text{ك}_1^{\,2}} = \frac{\text{ك}_3^{\,2}}{\text{ك}_2^{\,2}}$

جـ) $\frac{\text{ك}_2^{\,-3}}{\text{ك}_1^{\,-3}} = \frac{\text{ك}_2}{\text{ك}_1}$ ، $\frac{\text{ك}_3^{\,-3}}{\text{ك}_2^{\,-3}} = \frac{\text{ك}_3}{\text{ك}_2}$ ، لكن $\frac{\text{ك}_2}{\text{ك}_1} = \frac{\text{ك}_3}{\text{ك}_2}$ ، لذا $\frac{\text{ك}_2^{\,-3}}{\text{ك}_1^{\,-3}} = \frac{\text{ك}_3^{\,-3}}{\text{ك}_2^{\,-3}}$

١٢) بفرض المتتالية الأولى هي أ، أر، أر^2، .....، أر$^{ن-1}$

بفرض المتتالية الثانية هي ب، ب ك، ب ك^2،.....، ب ك$^{ن-1}$

نضرب الحدود المتناظرة في المتتاليتين فينتج

أ×ب، أ ب ك ر، أ ب ك^2 ر^2، .....، أ ب ك$^{ن-1}$ ر$^{ن-1}$

عند قسمة كل حد على الحد الذي يسبقه ينتج مقدار ثابت = (ك ر) ومنه فإنَّ المتتالية الناتجة هندسية.

١٣) بما أن المتتالية هندسية فإن ح$_2$ − ح$_1$ = ح$_3$ − ح$_2$

ح$_2$ − ح$_1$ − ح$_3$ + ح$_2$ = ٠

$$\frac{١}{\text{ص} - \text{ع}} - \frac{١}{\text{ص}} + \frac{١}{\text{ص} - \text{س}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}(\text{س} - \text{ص})} - \frac{١}{\text{ص}} + \frac{١}{\text{ص} - \text{س}} =$$

بعد توحيد المقام ينتج أنَّ المقدار = ٠ ، إذًا المتتالية حسابية

فكر وناقش

– (الصفحة ١٣٦)

لا يمكن أن يكون الصفر أحد حدود متتالية هندسية؛ لأنه عند حساب النسبة بين الحد والحد الذي يليه سيكون هناك صفر في المقام.

– (الصفحة ١٣٩)

١) إذا كان عدد الأوساط المدخلة زوجيًّا تنتج متتالية واحدة، أما إذا كان فرديًّا فتنتج متتاليتان.

٢) ب = أ × ر^2 ، ر = $\pm\sqrt{\frac{\text{ب}}{\text{أ}}}$ ، جـ = أ × ر ، ومنه جـ = $\pm\sqrt{\text{أ} \times \text{ب}}$

نتاجات التعلم

– يجد مجموع متسلسلة هندسية منتهية.

– يستخدم مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية في حل مسائل و مواقف حياتية .

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– مجموع متسلسلة هندسية منتهية، الأساس، الحد العام

التكامل الرأسي

– الأنماط في الصف الثامن الأساسي.

– كثيرات الحدود وخصائصها في الصف العاشر الأساسي.

– النسبة والتناسب في الصف السابع الأساسي.

التعلم القبلي

– النمط، قاعدة النمط، المتتالية، المتتالية الهندسية، المتسلسلة ، رمز المجموع $\sum$

مصادر التعلم

– كتاب الطالب، الصفحات (١٤٢ – ١٤٤).

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (المناقشة) ،التفكير الناقد (التحليل)، أخرى (العصف الذهني).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تذكير الطلبة بالمتسلسلة الحسابية وكيفية إيجاد مجموعها، و المتسلسلة الهندسية وعناصرها.

٢– تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.

٣– تكليف المجموعات بحل المسألة المطروحة في بداية الدرس، ثم عرض نتائج المجموعات على اللوح وتوجيه النقاش، للتوصل إلى مجموع المتسلسلة الهندسية.

٤– كتابة التعميم على اللوح وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه.

٥– مناقشة مثال (١) على اللوح؛ للتدرب على إيجاد مجموع أول ن حد من متسلسة هندسية، علم حدها الأول وأساسها و تكليف المجموعات بحل تدريب (١).

٦– متابعة أعمال الطلبة وتكليف إحدى المجموعات بعرض عملها ومناقشته مع بقية المجموعات.

٧– عرض مثال (٢) على اللوح لتوضيح كيفية إيجاد مجموع متسلسلة هندسية معطاة؛ باستخدام رمز المجموع وتكليف المجموعات بحل تدريب (٢) للتدرّب على ذلك.

٨- ختم الحصة من خلال توزيع قصاصات ورقية فارغة على الطلبة، وتكليفهم بالتعبير عن شعورهم تجاه ما تعلموه في هذا الدرس من خلال رسم شكل.

٩- تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل، ومتابعة حلول الطلبة لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

أخطاء شائعة

- قد يخطئ بعض الطلبة في التمييز بين الحد العام ومجموع المتسلسلة .
- قد يخطئ بعض الطلبة في إجراء العمليات الحسابية.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

- جد مجموع كل من المتسلسلات الهندسية الآتية:

أ) أ = ٤ ، ر = ٢، ن = ٥

ب) أ = ٩، ر = ١,٥ ، ن = ٣

الحل:

أ) $جـ_{ن} = ١٢٤$

ب) $جـ_{ن} = ٤٢,٧٥$

إثراء

- وصلت منتصفات أضلاع مستطيل بعداه ١٢سم، ١٦سم، على التوالي بقطع مستقيمة، فتكوَّنَ لديك معين، ثم وصلت منتصفات أضلاع المعين، فتكوَّنَ مستطيل وهكذا.

أ) جد محيط كل من المستطيلات الستة الأولى بما فيها المستطيل الأول.

ب) جد مجموع محيطات هذه المستطيلات الستة.

الحل:

أ) ٥٦ ، ٤٠ ، ٢٨ ، ٢٠ ، ١٤ ، ١٠

ب) $جـ_{٦} = ١٦٨$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : مراجعة الذات، الملاحظة.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٣–٦)، سلم التقدير اللفظي (٣–٨).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١): $جـ_{٥} = ١١$

تدريب (٢)

$$ج_{ن} = \frac{٢,٤\left(١-(٠,٣)^{٦}\right)}{١-٠,٣} = ٣,٤٣$$

تمارين ومسائل

١) أ) $$جـ_{٨} = \frac{٩\left(١-(\frac{-١}{٣})^{٨}\right)}{١-\frac{-١}{٣}} = ٦,٧٤٨$$

ب) $$جـ_{١٠} = \frac{١٢٨\left(١-(\frac{١}{٢})^{١٠}\right)}{١-\frac{١}{٢}} = ٢٥٥,٧٥$$

جـ) $جـ_{٦٠} = ٠$

٢) أ) $جـ_{٣} = ٧$ ب) $$جـ_{٤} = \frac{١٥}{١٦}$$

٣) ن = ٦ ، ر = ٢ ، $$أ = \frac{٣}{٤}$$ ، $$جـ_{٦} = \frac{١٨٩}{٤}$$

٤) $جـ_{٦} = ١٩,٦٨٧٥$ كغم

٥) سعة الخزان = ٣٣٧٦ لترًا

نتاجات التعلم

– يتعرف المتسلسلة الهندسية اللانهائية المتقاربة ويميزهاعن غير التقاربية.

– يجد مجموع المتسلسلة الهندسية غير المنتهية التقاربية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– متسلسلة هندسية لانهائية متقاربة.

– مجموع متسلسلة هندسية لانهائية.

التكامل الرأسي

– الأنماط في الصف الثامن الأساسي.

– كثيرات الحدود وخصائصها في الصف العاشر الأساسي.

– النسبة والتناسب في الصف السابع الأساسي.

التعلم القبلي

– النمط، قاعدة النمط، المتتالية، المتتالية الهندسية، المتسلسلة ، رمز المجموع $\sum$

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (١٤٥ – ١٤٧) .

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (فكر– انتق زميلًا – شارك)، أخرى (الاكتشاف الموجه)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة بالمتسلسلة الهندسية المنتهية.

٢– عرض نموذجين لمتسلسلات هندسية لانهائية مثل:

النموذج الأول : عبارة عن ورقة تمثل مساحة وفي كل مرة تطوى فيها الورقة تتناقص مساحتها، للنصف (تطوى بعدد لانهائي من المرات).

النموذج الثاني: ورقة نقود فئة الدينار وكل مرة يتضاعف المبلغ (عدد لانهائي من المرات).

٣– طرح السؤال الآتي على الطلبة:

"أي النموذجين يمكن حصره وإيجاد مجموع له؟"

٤– استقبال إجابات الطلبة مع التبرير للتوصل إلى مفهوم المتسلسلة الهندسية اللامنتهية المتقاربة، وغير المتقاربة ومجموع المتقاربة منها.

٥– كتابة المفهوم على اللوح وتكليف عدد من الطلبة بقراءته وتحديد شروطه، ثم إعطاء أمثلة على متسلسلة هندسية تقاربية، وأخرى على متسلسلة هندسية غير تقاربية، والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها.

٦ – حل مثال (١) لتوضيح كيفية إيجاد مجموع متسلسلة هندسية لانهائية تقاربية، وتكليف الطلبة بحل تدريب (١) للتدرب على ذلك ثم يقارن كل طالب إجابته مع إجابة زميله في المقعد.

٧ – مناقشة كيفية كتابة الأعداد الدورية وشرحها باستخدام مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية من خلال مناقشة مثال (٢).

٨ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.

٩ – تكليف المجموعات بحل تدريب (٢) للتدرب على كتابة الكسور العشرية الدورية؛ باستخدام المتسلسلة الهندسية اللانهائية ومتابعة الحلول.

١٠– ختم الحصة بتكليف الطلبة كتابة أمثلة على متسلسلة هندسية لانهائية تقاربية، وتحديد أساسها وإيجاد مجموعها على قصاصات ورقية.

١١– تعيين واجب بيتي من التمارين والمسائل، ومتابعة حلول الطلبة لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

١٢– عمل خريطة مفاهيمية (تلخيص) لما ورد بالوحدة وتوزيع ورقة العمل(٣–١) على الطلبة بعد تقسيمهم إلى مجموعات غير متجانسة وحل الورقة مع الطلبة باستخدام استراتيجية التعلم في مجموعات.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في التمييز بين مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية وغير المنتهية.

– قد يخطئ بعض الطلبة في محاولة إيجاد مجموع متسلسلة هندسية لانهائية غير متقاربة.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– جد مجموع المتسلسلة: ٢ – ٤ + ٨ – ١٦ + ٣٢ + ... (إن أمكن)

الحل: ر $= \frac{-٤}{٢} = \frac{-١٦}{٨} = -٢$ ، بما أن $|$ ر $| \geq ١$ فالمتسلسلة غير تقاربية، لا يمكن إيجاد مجموعها.

إثراء

١) جد مجموع المتسلسلة: ١٦ + ٠,٨ + ٠,٠٤ + ... (إن أمكن)

٢) جد مجموع المتسلسلة: ٣ + ٣ + ٣ + ٣ ..... بطريقتين مختلفتين وقارن بينهما.

الحل:

١) ر $= \frac{٠,٨}{١٦} = ٠,٠٥ = \frac{٠,٠٤}{٠,٨}$ ← جـ$_{ن} = \frac{١٦}{١ - ٠,٠٥} = ١٦,٨$

٢) لا يمكن إيجاد مجموعها (ليست تقاربية).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الملاحظة.

أدوات التقويم : قائمة الرصد (٣–٧)، سلم التقدير اللفظي (٣–٨).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)

$جـ_{ن} = \frac{-٨}{٥}$

تدريب (٢)

٠,٣٧٥ + ٠,٠٠٠٣٧٥ + ٠,٠٠٠٠٠٠٣٧٥ + ... + ...

$جـ_{ن} = \frac{٣٧٥}{٩٩٩}$

تمارين ومسائل

١) أ) $جـ_{ن} = \frac{٢}{٣}$ ب) لايمكن إيجاد مجموعها(ليست تقاربية)

جـ) $جـ_{ن} = \frac{٨٠}{٩}$ د) لايمكن إيجاد مجموعها(ليست تقاربية)

٢) أ) ٠,٣ + ٠,٠٣ + ٠,٠٠٣ + ... ، $جـ_{ن} = \frac{٣}{٩}$

ب) ٠,٤٥ + ٠,٠٠٤٥ + ٠,٠٠٠٠٤٥ + ... ، $جـ_{ن} = \frac{٤٥}{٩٩}$

جـ) ١ + ٠,٣٥ + ٠,٠٠٣٥ + ٠,٠٠٠٠٣٥ + ... ، $جـ_{ن} = ١\frac{٣٥}{٩٩}$

٣) مجموع مساحات المربعات = ٥١٢ سم^{٢}

٤) $\frac{ح_{٢}}{ح_{١}} = \frac{ح_{٣}}{ح_{٢}} = \frac{-ك}{ك + ١}$. $جـ_{ن} = \frac{(ك + ١)^{٢}}{ك^{٢}(٢ك + ١)}$

٥) $جـ_{ن} = ٠,٢٥$

٦) ٩٦ قدم

١) أ) $ح_ن = ن^2 + ١$ ب) $ح_ن = (\frac{٣}{٢})^{ن-١}$ ج) $ح_ن = \frac{ن+١}{ن}$

٢) أ) $\sum_{ن=١}^{٢٩} ٣ن$ ب) $\sum_{ن=١}^{\infty} ٢(-٢)^{ن-١}$ أو $\sum_{ن=١}^{\infty} (-١)^{ن+١} \times ٢^ن$

جـ) $\sum_{ن=١}^{١٠} \frac{١}{ن(ن+٢)}$ د) $\sum_{ن=١}^{\infty} (-١)^{ن+١} \times (\frac{١}{ن^2})$

٣) أ) حسابية $ح_١ = ٣$ $ح_٢ = ٧$ $ح_٣ = ١١$ $ح_٤ = ١٥$

ب) هندسية $ح_١ = ٦$ $ح_٢ = ٢$ $ح_٣ = \frac{٢}{٣}$ $ح_٤ = \frac{٢}{٩}$

جـ) ليست حسابية ولا هندسية.

د) هندسية $ح_١ = -٢$ $ح_٢ = ٤$ $ح_٣ = -٨$ $ح_٤ = ١٦$

٤) أ) $جـ_{٢٦} = ٨٥٨$ ب) $جـ_٨ = ١٥٣٠$ جـ) $جـ_ن = \frac{٣}{٢}$

٥) عدد المضاعفات = ٢٣ مضاعفًا

٦) أ) $-١، ١، ٣، ٥، ٧، ٩$ ب) $٧٢٩، ٢٤٣، ٨١، ٢٧، ٩، ٣$

٧) ن = ١٠ أشهر

٨) أ) $٤٨، ٢٤، ١٢، ٦، ....$ $جـ_ن = ٩٦$ سم

ب) $\sqrt[٣]{٦٤}$ ، $\sqrt[٣]{١٦}$ ، $\sqrt[٣]{٤}$ ، $\sqrt[٣]{}$ ، ..... $جـ_ن = \frac{-٢٥٦}{\sqrt[٣]{}}$

٩) $ح_٦ = ١١٣٠٠٠$ نسمة

١٠) جملة المبلغ = ١٨٠٠٠ دينار تكفي لشراء السيارة.

١١) أ) $ح_{ن+١} = (ن+١)^2 + (ن+١) = ن^2 + ٣ن + ٢$

$ح_{ن+١} - ح_ن = ٢ن + ٢ = ٢(ن+١) > ٠$ ، $ح_{ن+١} > ح_ن$

ب) $ح_ن = \frac{١}{٥ن}$ ، $ح_{ن+١} = \frac{١}{٥ن + ٥}$

$ح_{ن+١} - ح_ن = \frac{١}{٥ن + ٥} - \frac{١}{٥ن} = \frac{-٥}{٥ن(٥ن + ٥)}$ < صفر

$\therefore$ $ح_{ن+١} < ح_ن$

١٢) حسابية: ب – أ = جـ – ب ← أ = ٢ب – جـ

هندسية: $\frac{ب - أ}{أ} = \frac{جـ - أ}{ب - أ}$ $\frac{جـ - ب}{٢ب - جـ} = \frac{٢جـ - ٢ب}{جـ - ب}$

١٣) $٣جـ^٢ - ٨ ب جـ + ٥ب^٢ = ٠$ ← $(٣جـ - ٥ب)(جـ - ب) = ٠$ ← ب = ٣أ جـ = ٥أ

$أ = \frac{ب}{٣}$ $أ = \frac{جـ}{٥}$ $أ = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٥}$

١٤) أ) هـ $= \frac{٤ ك - ١٥}{٢}$ ، لها عدد لانهائي من الحلول.

ب) س = ١٠

١٥) أ) ٢، –١، –٤

ب) $أ + أر + أر^٢ = ١\frac{٣}{٤}$ .....(١)

$(أر)(أر^٢) = \frac{١}{٨}$ ..... (٢)

$ر = \frac{١}{٢}$ ، أ = ١ ١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$

ر = ٢ ، $أ = \frac{١}{٤}$ $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١

١٦) مجموع المسافات إلى أسفل $جـ_ن$ = ٣٠ قدمًا

مجموع الارتداد إلى أعلى $جـ_ن$ = ١٨ قدمًا مجموع المسافات = ٣٠ + ١٨ = ٤٨ قدمًا

١٧)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
رمز الإجابة	ب	د	أ	جـ	جـ	أ	ب	أ	ب

ورقة العمل (٣-١)

١) صنف المتتاليات الآتية إلى حسابية وهندسية وغير ذلك:

أ) ١، ٤، ٩، ١٦،..... ب) ٢، −٢، ٢، −٢،.....

جـ) ٠، ١، ٢، ٤، ٨،..... د) ٣، ٠، −٣، −٦،.....

هـ) $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٩}{٥}$ ، $\frac{٢٧}{٥}$ ، .... و) −٦، −٢، ٢، ٦،.....

ز)٣، ٣، ٣، ٣،.....

٢) اكتب الحد العام لكل من المتتاليات الآتية:

أ) ١، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{٢٧}{٨}$ ،..... ب)٢، −٤، ٦، −٨ ،.....

جـ) ١، ٢، $٢^{٢}$، $٢^{٣}$، $٢^{٤}$

٣) استخدم رمز المجموع للتعبير عن المتسلسلات الآتية:

أ) ٣− ٩ +٢٧ −٨١+ ٢٤٣− ..... ب) $\frac{١}{٣\times١} + \frac{١}{٤\times٢} + \frac{١}{٥\times٣} +.....+ \frac{١}{١٢\times١٠}$

جـ)٠+ ٣+ ٦+٩+...+٩٩

٤) أدخل ٥ أوساط حسابية بين العددين −٢، ٩

٥) أدخل ٥ أوساط هندسية بين العددين١، ٦٤

٦) في النمو المبكر للأجنة تنقسم الخلية البشرية إلى خليتين، وكل واحدة منهما تنقسم إلى خليتين وهكذا أجب عن كل مما يأتي:

أ) اكتب القاعدة التي تعبر عن عدد الخلايا بعد انقسامات عددها ن.

ب) استخدم رمز المجموع في التعبير عن متسلسلة مجموع الخلايا بعد ٨ انقسامات ، ثم جد المجموع.

٧) إذا علمت أنَّ العدد ٢ هو أول حد في متسلسة هندسية لانهائية مجموعها ٣؛ فاكتب أول ٥ حدود للمتسلسلة.

إجابة ورقة العمل (٣-١)

١)

أ) غير ذلك　　ب) هندسية　　جـ) غير ذلك

د) حسابية　　هـ) هندسية　　و) حسابية

ز) هندسية وحسابية

٢)

أ) $ح_ن = (\frac{٣}{٢})^{ن-١}$　　ب) $ح_ن = (-١)^{ن+١} (٢ن)$

جـ) $ح_ن = (٢)^{ن-١}$

٣)

أ) $\sum_{ن=١}^{\infty} ٣(-٣)^{ن-١}$　　ب) $\sum_{ن=١}^{١٠} \frac{١}{ن(ن+٢)}$　　جـ) $\sum_{ن=١}^{٣٤} ٣(ن-١)$

٤) $-٢ ، \frac{-١}{٦} ، \frac{١٠}{٦} ، \frac{٢١}{٦} ، \frac{٣٢}{٦} ، \frac{٤٣}{٦} ، ٩$

٥) ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢ ، ٦٤

١ ، −٢ ، ٤ ، −٨ ، ١٦ ، −٣٢ ، ٦٤

٦)

أ) $ح_ن = ٢^ن$

ب) $\sum_{ن=١}^{٨} ٢^ن$　　، $جـ_ن = ٥١٠$

٧) $٢ ، \frac{٢}{٣} ، \frac{٢}{٩} ، \frac{٢}{٢٧} ، \frac{٢}{٨١}$

استراتيجية التقويم: التواصل

أداة التقويم: سلّم التقدير (٣-١)

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤	٥
١	يتعرف المتتالية.					
٢	يحدد مجال المتتالية ومداها.					
٣	يجد الحد العام لمتتالية إذا علم بعض حدودها.					
٤	يجد حدود متتالية إذا علم حدها العام.					
٥	يستخدم المتتاليات في حل مسائل حياتية.					

٥: إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة وفي وقت قياسي.

٤: إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

٣: إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط دون مساعدة.

٢: إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط ووجود مساعدة.

١: إذا أنجز الطالب المهمة بوجود أخطاء ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: التواصل

أداة التقويم: سلّم التقدير (٣-٢)

الرقم	مؤشرات الأداء	نعم	لا
١	يتعرف المتسلسلة.		
٢	يميز المتسلسلة المنتهية وغير المنتهية.		
٣	يستخدم رمز المجموع في التعبير عن متسلسلة.		
٤	يكتب متسلسلة دون استخدام رمز المجموع.		
٥	يستخدم المتسلسلات في حل مسائل حياتية.		

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء

أداة التقويم: سلّم التقدير (٣-٣)

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤	٥
١	يعرف المتتالية الحسابية ويحدد شروطها .					
٢	يميز المتتالية الحسابية.					
٣	يكتب المتسلسلة الحسابية المرتبطة بالمتتالية الحسابية.					
٤	يجد الأساس والحد الأول لمتتالية حسابية.					
٥	يجد الحد العام لمتتالية حسابية.					
٦	يجد عدد حدود متتالية حسابية؛ إذا علم حدها العام وأساسها وحدها الأول.					
٧	يدخل عدد من الأوساط الحسابية بين حدين.					
٨	يستخدم المتتاليات الحسابية في حل مسائل عملية.					

٥: إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة وفي وقت قياسي.

٤: إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

٣: إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ومن دون مساعدة.

٢: إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ووجود مساعدة.

١: إذا أنجز الطالب المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الورقة والقلم

أداة التقويم: سلّم التقدير (٣-٤)

الرقم	مؤشرات الأداء	ضعيف	مقبول	متوسط	جيد جدًّا	ممتاز
١	يجد مجموع متسلسلة حسابية إذا علم حدها الأول والأخير وعدد حدودها.					
٢	يجد أحد حدود متسلسلة حسابية؛ إذا علم المجموع العام لها.					
٣	يستخدم مجموع المتسلسلة الحسابية؛ ليحل مسائل عملية.					
٤	يستخدم مجموع المتسلسة الحسابية؛ ليبرهن بعض المسائل.					

ممتاز : إذا أنجز الطالب المهمة من دون أخطاء، ومن دون مساعدة وبزمن قياسي.

جيد جدًّا: إذا أنجز الطالب المهمة من دون أخطاء ومن دون مساعدة.

جيد : إذا أنجز الطالب المهمة دون أخطاء، ووجود مساعدة.

متوسط : إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ومساعدة.

ضعيف : إذا أنجز الطالب المهمة بأخطاء، ومساعدة.

استراتيجية التقويم: التواصل

أداة التقويم: سلّم التقدير (٣-٥)

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤
١	يعرف المتتالية الهندسية ويحدد شروطها.				
٢	يميز المتتالية الهندسية.				
٣	يكتب المتسلسلة الهندسية المرتبطة بالمتتالية الهندسية.				
٤	يجد الأساس والحد الأول لمتتالية هندسية.				
٥	يجد الحد العام لمتتالية هندسية.				
٦	يدخل عدد من الأوساط الهندسية بين حدين.				
٧	يستخدم المتتاليات الهندسية في حل مسائل عملية.				

٤: إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

٣: إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ومن دون مساعدة.

٢: إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ووجود مساعدة.

١: إذا أنجز الطالب المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: مراجعة الذات/ التأمل الذاتي

أداة التقويم: قائمة الرصد (٣-٦)

التقويم الذاتي للطالب حول امتلاكه للمعارف والمهارات المطلوبة

الرقم	مؤشرات الأداء	ضعيف	متوسط	ممتاز
١	أجد مجموع متسلسلة هندسية منتهية؛ إذا علم حدها الأول والأخير وعدد حدودها.			
٢	أجد مجموع متسلسلة هندسية معطاة بصيغة رمز المجموع.			
٣	أستخدم مجموع متسلسلة هندسية في حل مسائل عملية.			
٤	أستخدم مجموع المتسلسلة الهندسية لبرهنة بعض المسائل.			

ممتاز: إذا أنجز الطالب المهمة بشكل كامل، ومن دون مساعدة .

متوسط: إذا أنجز الطالب المهمة بوجود خطأ بسيط، أو في حال احتاج إلى مساعدة.

ضعيف: إذا أنجز الطالب المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الملاحظة

أداة التقويم: قائمة الرصد (٣-٧)

الرقم	مؤشرات الأداء	يتقن	لا يتقن
١	يميز المتسلسلة الهندسية اللانهائية التقاربية عن التباعدية.		
٢	يجد مجموع متسلسلة هندسية لا نهائية تقاربية.		
٣	يكتب الأعداد الدورية على صورة متسلسلة هندسية لا نهائية.		
٤	يستخدم مجموع متسلسلة هندسية لا نهائية ليحل مسائل عملية.		

استراتيجية التقويم: الملاحظة

أداة التقويم: سلم التقدير اللفظي (٣-٨)

سلّم تقدير لفظي لتقويم مهارات الطلبة في حل المسألة الرياضية

مؤشرات الأداء	ضعيف في حل المسألة	مبتدئ في حل المسألة	مؤهل لحل المسألة	خبير في حل المسألة	ملاحظات
يعيد صياغة المسألة بعباراته الخاصة	لا يستطيع صياغة المسألة بعباراته الخاصة.	يجد صعوبة في صياغة المسألة بعباراته الخاصة ويحتاج لشرح أكثر.	يستطيع صياغة المسألة بعباراته الخاصة.	يستطيع صياغة المسألة بعباراته الخاصة بطلاقة.	
يحدّد المعطيات والمطلوب	لا يستطيع تحديد المعطيات والمطلوب.	يجد صعوبة في تحديد المعطيات والمطلوب، وصعوبة في التفريق ما بينهما.	يحدّد المعطيات والمطلوب.	يحدّد المعطيات والمطلوب، ويقوم برسم توضيحي للمسألة، ويعيّن عليه المعطيات والمطلوب.	
تحديد طريقة الحل المناسبة	لا يستطيع تحديد طريقة الحل المناسبة.	يحاول تحديد طريقة الحل المناسبة، ويحتاج إلى مساعدة.	يتقيد بطريقة الحل الموجودة في الكتاب.	يبتكر أكثر من طريقة لحل المسألة.	
ينفذ الحل	لا يستطيع أن ينفذ الحل.	يستطيع تنفيذ الحل مع وجود أخطاء في بعض خطوات الحل.	يستطيع تنفيذ الحل ولكن يحتاج لوقت طويل.	ينفذ الحل بسرعة ودقة وإتقان.	
يتحقّق من صحة الحل	لا يستطيع التحقّق من صحة الحل.	لا يتحقّق من صحة الحل.	يتحقّق من صحة الحل بطريقة محددة.	يتحقّق من صحة الحل بأكثر من طريقة.	

استراتيجية التقويم: الورقة والقلم

أداة التقويم: اختبار في الوحدة الثالثة

السؤال الأول: اكتب قاعدة الحد العام للمتتاليات الآتية:

١، ٥، ٩، ١٣،.....

٢، ٩، ٢٨، ٦٥،.....

السؤال الثاني: استخدم رمز المجموع في التعبير عن:

٣ + ٩ + ٢٧ + ٨١ + ٢٤٣

$١ + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤} + ...$

السؤال الثالث: أي من الآتية متتالية حسابية وأيها هندسية وأيها غير ذلك:

١، ٤، ٩، ١٦،.....

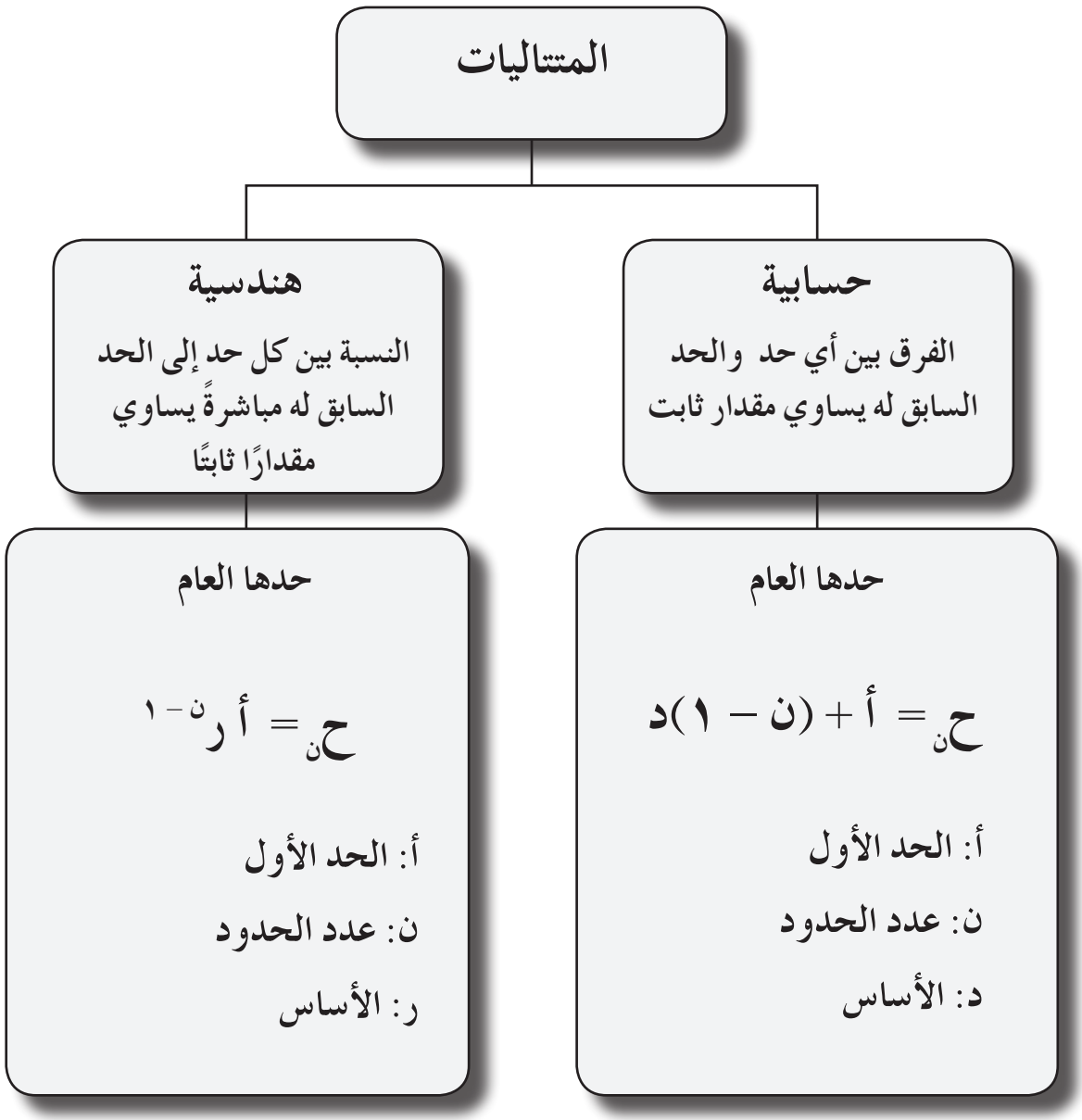
٣، ٠، −٣، −٦، .....

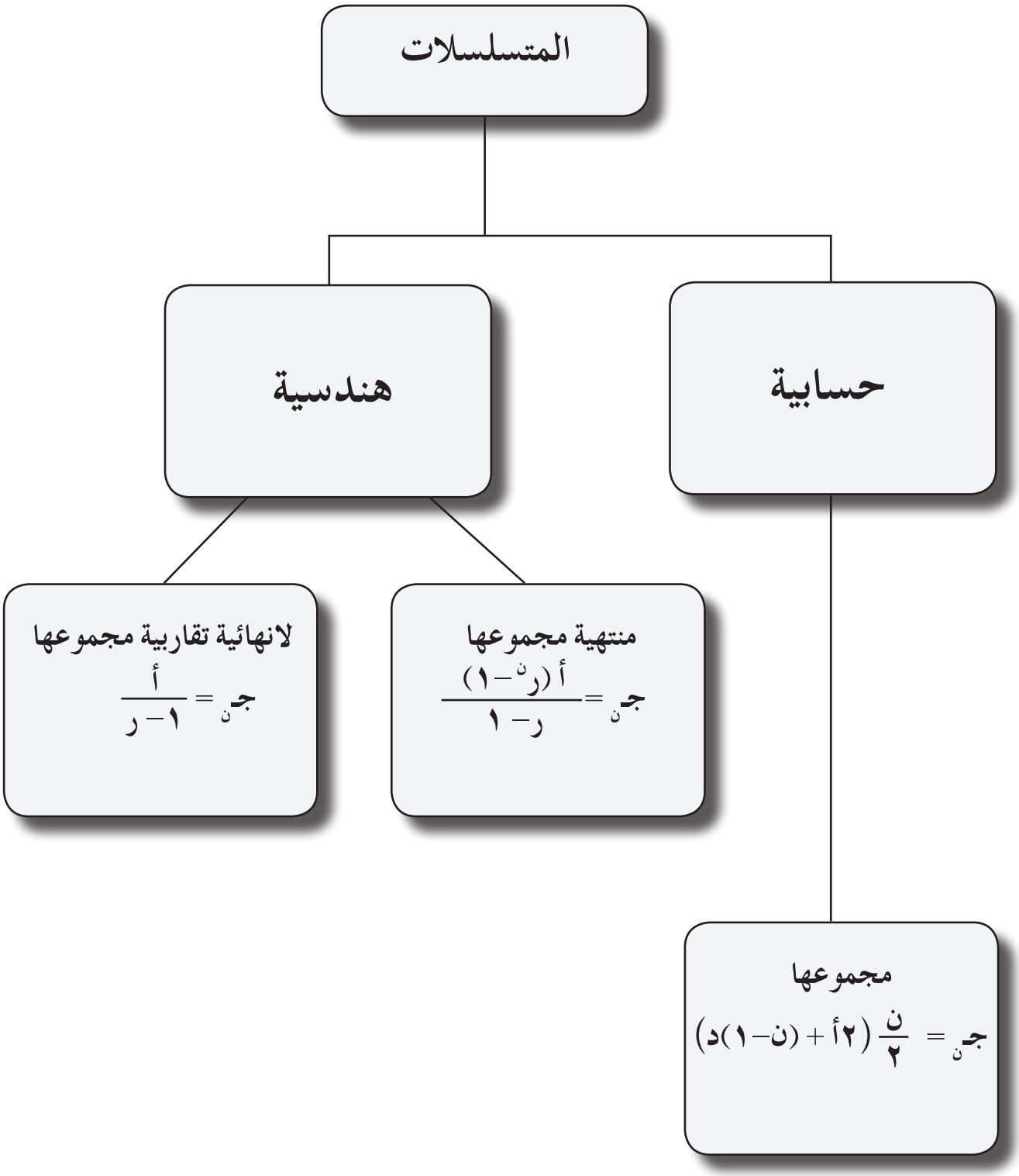
٥، ٥، ٥، ٥، .....

السؤال الرابع: جد مضاعفات العدد ٥ التي تقع بين ٧ و ٤٩.

السؤال الخامس: أدخل ٥ متوسطات حسابية بين العددين (−٢)، (٩)

السؤال السادس: أدخل ٥ متوسطات هندسية بين العددين (١)، (٦٤)


المتتاليات
حسابية
الفرق بين أي حد والحد السابق له يساوي مقدار ثابت
حدها العام
ح ن = أ + (ن − ١)د
أ: الحد الأول
ن: عدد الحدود
د: الأساس
هندسية
النسبة بين كل حد إلى الحد السابق له مباشرةً يساوي مقدارًا ثابتًا
حدها العام
ح ن = أ ر ن − ١
أ: الحد الأول
ن: عدد الحدود
ر: الأساس

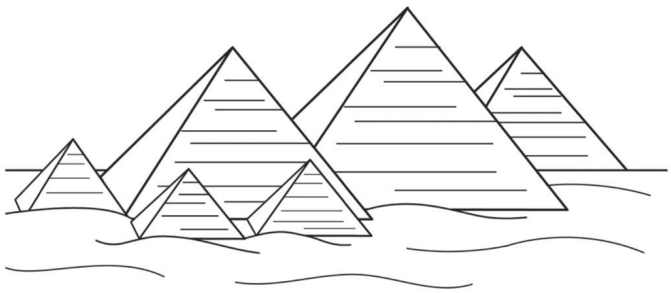

المتسلسلات
حسابية
هندسية
مجموعها
جـن = ن/٢ (٢أ + (ن−١)د)
منتهية مجموعها
جـن = أ (رن − ١) / ر − ١
لانهائية تقاربية مجموعها
جـن = أ / ١ − ر

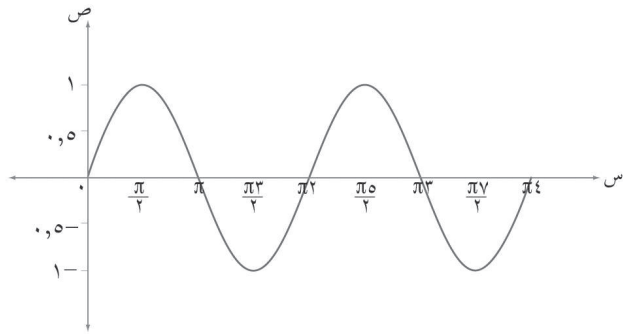
الفصل الدراسي الثاني

٤ الوحدة الرابعة

الاقترانات المثلثية

منذ البدء اهتم العلماء بحساب المثلثات و كان أكثر اهتمامهم بالزوايا والأضلاع. وللمثلثات أهمية في المجالات كافةً مثل الهندسة، الفلك، الملاحة، والمساحة ومع تطور علم الفيزياء، وظهورعلم التكامل والتفاضل تطور علم المثلثات وزادت أهميته، و كان أول من اهتم بحساب المثلثات الفراعنة القدماء واستخدموا هذا العلم في بناء الأهرامات، ثم أصبح علماً مستقلاً بذاته، وأشهر العلماء المسلمين المهتمين به : (الزرقلي، ونصير الدين الطوسي، وأبو عبد الله البتّاني).





يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- التمييز بين التقدير الدائري، و القياس الستيني، وحلّ مسائل عليهما.
- استقصاء خصائص الاقترانات المثلثية (الجيب، جيب التمام ، والظل).
- رسم منحنيات الاقترانات المثلثية يدويًا وباستخدام التكنولوجيا.
- إيجاد الدورة والسعة والمجال والمدى للاقترانات المثلثية (جاهـ ، جتاهـ ، ظاهـ) (إن أمكن ذلك).
- وصف سلوك منحنى الاقتران تحت تأثيرالتحويلات (الانسحاب الرأسي و الأفقي).
- تحليل متطابقات مثلثية جبريًا (تشمل مجموع زاويتين والفرق بينهما، نصف الزاوية، وضعف الزاوية).
- برهنة المتطابقات المثلثية.
- حلّ معادلات مثلثية (الحلُّ الأوّلي والحلُّ العام) جبريًا.
- حلّ مشكلات تتعلق بالاقترانات المثلثية وتبرير الحل.

السؤال الأول:

حل المعادلات الآتية:

أ) س+ ٨ = ٤س− ١ ب) س^{٣} + ٥س^{٢} + ٦س = ٠

جـ) س^{٣} − ٤س^{٢} =٠ د)٢س^{٣} − ٥٤ =٠

هـ) س^{٦} − ٦٤ = ٠

السؤال الثاني :

جد قيمة كل مما يأتي:

أ) جا٣٠° ب) جتا ٦٠° جـ) ظا ٣٠° د) قا٤٥° هـ) جا ٤٥°

و) جا١٨٠° ز) جا٩٠° ح) جتا ٢٧٠° ط) جتا٣٦٠°

السؤال الثالث:

أجب عن كل مما يأتي:

أ) إذا كان جاهـ = ٠,٨ فجد قيمة جتاهـ (حيث هـ زاوية حادة)

ب) إذا كان ظاهـ = ٢ فجد قيمة قاهـ ، حيث هـ زاوية حادة .

السؤال الرابع:

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، إذا كان طول الضلع أب = ١٢ سم ، طول الضلع ب جـ = ٥ سم ، فجد طول الضلع أ جـ.

السؤال الخامس:

يتكون هذا السؤال من أربع فقرات من نوع الاختيار من متعدد يلي كل فقرة أربعة بدائل مختلفة، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

١) إذا كانت س^{٢} − ٤ = ١٢ ، فإن قيمة(قيم) س هي:

أ) ٤ ب) −٤ جـ) ٤ ، −٤ د) ١٦

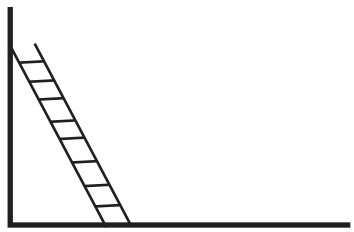
٢) جا^{٢} س + جتا^{٢} س تساوي:

أ) جاس ب) جتاس جـ) ١ د) صفرًا

٣) إذا كان جاس = ٠,٨ ، فما قيمة ظاس؟

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) ٠,٣٦ ج) ٠,٦ د) $\frac{٤}{٣}$

٤) سلم طوله ١٠ م ، يرتكز إلى حائط عمودي، إذا كانت المسافة بين طرف السلم السفلي والحائط ٦ م، فما البعد بالأمتار بين الطرف العلوي للسلم والأرض؟



أ) ١٢ ب) ٦ جـ) ٥ د) ٨

السؤال الأول:

أ) س = ٣

ب) س = −٣، −٢، ٠

جـ) س = ٠، ٤

د) س= ٣

هـ) س= −٢ ، ٢

السؤال الثاني:

أ) ٠,٥ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ جـ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

د) $\sqrt{٢}$ هـ) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ و) صفر

ز) ١ ح) صفر ط) ١

السؤال الثالث:

١) ٠,٦ ٢) $\sqrt{٥}$

السؤال الرابع:

١٣ سم

السؤال الخامس:

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
رمز الإجابة	جـ	جـ	د	د

نتاجات التعلم

- يتعرف الزاوية في الوضع القياسي.
- يرسم زاوية في الوضع القياسي وبأوضاع مختلفة.
- يتعرف القياس السالب والموجب للزوايا.
- يتعرف التقدير الدائري والقياس الستيني.
- يحول الزوايا من التقدير الدائري إلى القياس الستيني وبالعكس.
- يستخدم التقدير الدائري لإيجاد طول القوس في الدائرة.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- التقدير الدائري، القياس الستيني، راديان، ضلع الابتداء، ضلع الانتهاء، الوضع القياسي.

التكامل الرأسي

- المستوى البياني في الصف السادس.
- الزاوية وانواعها في الصف السابع.
- القياس الستيني للزاوية والنسب المثلثية في الصفين التاسع والعاشر.
- زاوية المرجع في الصف العاشر .

التكامل الأفقي

- استخدام النسب المثلثية في موضوع تحليل المتجهات والضرب النقطي والضرب التقاطعي في مبحث الفيزياء في الصف الحادي عشر.

التعلم القبلي

- مفهوم الزاوية، المستوى البياني.

مصادر التعلم

-كتاب الطالب، الصفحات (١٥٤- ١٦١).

استراتيجيات التدريس

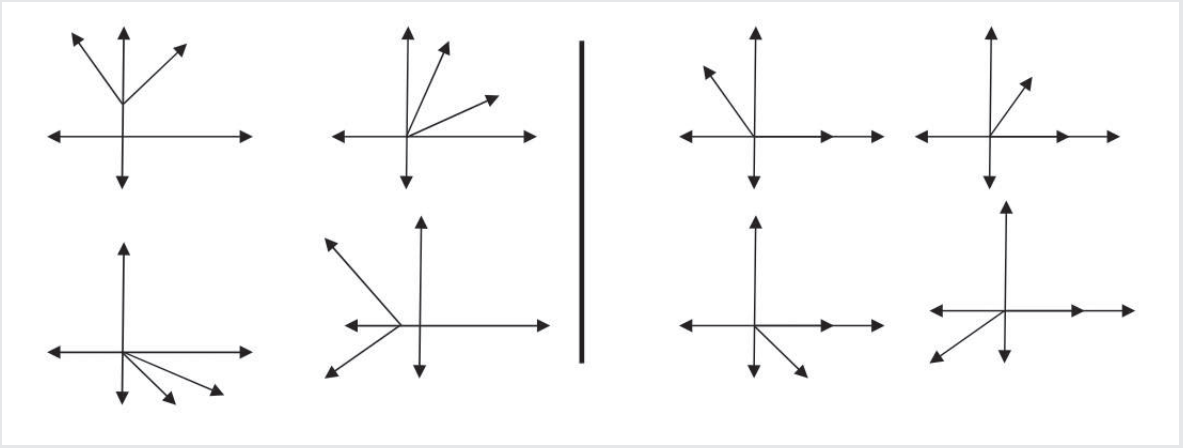
- التدريس المباشر(العمل في الكتاب المدرسي)، التعلم التعاوني(العمل في مجموعات)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١ – التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة فيما يلي: مفهوم الزاوية، القياس الستيني للزوايا.

٢ – تقديم مفهوم الزاوية في الوضع القياسي من خلال استراتيجية المثال واللامثال حيث يتم رسم مجموعتين من الزوايا على اللوح، الأولى في الوضع القياسي، والثانية ليست في الوضع القياسي.

(المجموعة الأولى)　　(المجموعة الثانية)



٣ – طرح أسئلة على الطلبة عن العلاقة بين أشكال الزوايا في المجموعة الأولى(في الوضع القياسي)، والعلاقة بين أشكال الزوايا في المجموعة الثانية(الوضع غير القياسي)، الاستماع لإجابات الطلبة مع مراعاة تبرير كل إجابة، ثم استدراج الطلبة إلى تعريف الوضع القياسي للزاوية.

٤ – كتابة التعريف على اللوح، وتكليف أكثر من طالب قراءته بصوت عال.

٥ – تدريب الطلبة على رسم الزاوية في الوضع القياسي، وتحديد الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء من خلال مناقشة مثال ١ ، وتوضيح أنه قد تشترك أكثر من زاوية في ضلع الانتهاء مثل الزاوية (٣٠°)، والزاوية (–٣٣٠°) ، وأي زاوية تكتب على الصورة (٣٠° + ٣٦٠° × ن) حيث ن عدد صحيح.

٦ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة وتكليفهم بحل تدريب(١).

٧ – متابعة الطلبة وملاحظة حلولهم ومناقشاتهم ضمن المجموعات.

٨ – تعبئة أداة تقييم عمل المجموعات، وتقديم الدعم للطلبة.

٩ – تكليف المجموعات بعرض أعمالها ومناقشتها على اللوح.

١٠– رسم دائرة الوحدة على اللوح ثم تقديم مفهوم الراديان، وبيان الفرق بين القياس الستيني، والتقدير الدائري في قياس الزوايا، وبيان كيفية التحويل بينهما من خلال مناقشة المثالين (٢)، (٣).

١١– تكليف الطلبة بحل تدريب (٢) للتحقق من فهمهم ، ومتابعتهم وتقديم الدعم و التغذية الراجعة لهم.

١٢- تقديم قانون طول القوس في الدائرة بدلالة نصف القطر والزاوية المركزية من خلال تعريف الراديان ثم مناقشة الطلبة في حل المثالين (٤) ،(٥)؛ لتعميق فهمهم حول استخدام القانون.

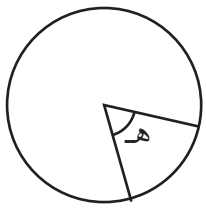
١٣- مناقشة الطلبة كيف يمكن استنتاج محيط دائرة نصف قطرها نق من خلال قانون طول القوس.

١٤- تكليف الطلبة بحل تدريب (٣) على شكل مجموعات.

١٥- ختم الدرس من خلال توجيه السؤال "ماذا تعلمنا اليوم"، واستقبال أكبر عدد ممكن من الإجابات (يمكن تكليف الطلبة بتعبئة نموذج وصف سير التعلم).

١٦- تكليف الطلبة بحل التمارين والمسائل (واجب بيتي) ومتابعتهم وتقديم الدعم و التغذية الراجعة لهم.

معلومات إضافية



- مساحة القطاع الدائري= $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} ×هـ .

حيث هـ :قياس زاوية القطاع بالتقدير الدائري.

- قياس الزاوية ١٨٠ ° بالتقدير الدائري هي π وهي تقريبًا تعادل ٣,١٤.
- العدد π عدد غير نسبي ، أي أنه عدد غير دوري وغير منتهٍ ، والقيمة ٣,١٤ قيمة تقريبية.
- يوجد ثلاثة أنظمة لقياس الزوايا:

أ) النظام الستيني: وفيه تقسم الدائرة إلى ٣٦٠ قسم، يسمى الجزء الواحد منها بالدرجة الستينية ويرمز لها بالرمز(°) ، و تقسم الدرجة إلى ٦٠ جزءًا يسمى كل جزء فيها بالدقيقة ويرمز لها بالرمز (/) وتقسم الدقيقة إلى ٦٠ جزء يسمى كل جزء بالثانية ويرمز لها بالرمز (//).

درجة = ٦٠ دقيقة = ٣٦٠٠ ثانية.

ب) النظام المئوي وفيه تقسم الدائرة إلى ٤٠٠ جزء، يسمى الجزء الواحد بالدرجة المئوية ، وتقسم الدرجة المئوية الواحدة إلى ١٠٠ جزء يسمى الجزء الواحد بالدقيقة المئوية، وتقسم الدقيقة المئوية الواحدة الى ١٠٠ جزء يسمى بالثانية المئوية.

الدرجة المئوية = ١٠٠ دقيقة مئوية = ١٠٠٠٠ ثانية مئوية.

جـ) النظام الدائري: تقاس الزاوية بوحدة الراديان، والراديان هو الزاوية المركزية التي تحصر قوسًا من دائرة طوله مطابق لطول نصف قطر تلك الدائرة.

- أي زاوية مركزية بالراديان تساوي: النسبة بين طول القوس المقابل لها ونصف قطر الدائرة .

الأخطاء الشائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد اتجاه دوران الزاوية سواء كانت بالقياس الموجب أو القياس السالب.

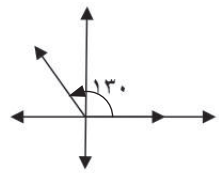
– قد يخطئ بعض الطلبة عند إيجاد طول القوس في الدائرة ،حيث لا يحولون الزاوية المركزية إلى التقدير الدائري.يمكن تفادي وقوع الطلبة في تلك الأخطاء من خلال التنبيه إليها أثناء تنفيذ الدرس.

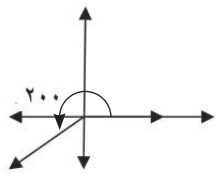
مراعاة الفروق الفردية

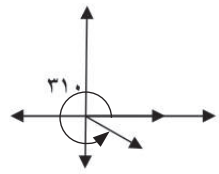
علاج

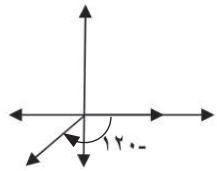
– ارسم الزوايا الآتية في الوضع القياسي: ١٣٠° ، ٢٠٠°، ٣١٠°، –١٢٠°

الحل:









إثراء

– جد زاوية بالقياس السالب وأخرى بالقياس الموجب لها نفس ضلع الانتهاء لكل من الزوايا الآتية:

–١٣٠° ، ٦٦٠° ، ٣٤٠° ، ٦٥٥°

الحل:

–١٣٠° : –٤٩٠° ، + ٢٣٠°

٦٦٠° : –٦٠° ، ٣٠٠°

٣٤٠°: –٢٠° ، ٧٢٠°

٦٥٥°: –١٦٥° ، ١٩٥°

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير العددي (٤–١) البند (١)، قائمة الرصد (١–٢)، سجل وصف سير التعلم (١–٣).

التدريبات

تدريب ١

١) الربع الأول　　٢) ينطبق على محور السينات السالب　　٣) في الربع الثاني

تدريب ٢

١) أ) $\frac{\pi ٥}{٤}$　　ب) $\pi ٤$　　جـ) $\frac{\pi ١١}{٦}$

٢) أ) ٢١٠°　　ب) ١٣٥°　　جـ) ١٢٦٠°

تدريب ٣

$\pi ٤ = ٤ \times ٣,١٤ = ١٢,٥٦$ سم

التمارين والمسائل

١) أ) $١١٤,٦^\circ$　　ب) ٢٢٥٠°　　جـ) -١٣٥°

٢) أ) $\frac{-\pi ٤}{٩}$　　ب) $\frac{\pi ٦١}{١٨}$　　جـ) $\frac{\pi ٦٥}{٣٦}$

٣) أ) الزاوية د ب هـ $= ١٢٠^\circ$　ب) الزاوية د ب جـ $= -١٤٠^\circ$

٤) $ل_٢ - ل_١ = \pi ٣٤ - \pi ٣٣ = \pi$ م

٥) ٥ سم

٦) $\frac{\pi ٥}{٢}$

٧) طول القطر $= \frac{١٢٦}{\pi ٥}$ سم

٨) نعم يمكن ، هـ $= ٤$ راد

٩) قياس الزوايا بالقياس الستيني: ٣٦° ، ٥٤° ، ٩٠°

قياس الزوايا بالتقدير الدائري: $\frac{\pi}{٥}$　$\frac{\pi ٣}{١٠}$　$\frac{\pi}{٢}$

نتاجات التعلم

- يتعرف قوانين الاقترانات المثلثية.
- يجد قيمة اقتران مثلثي لزاوية معطاة.
- يتعرف زاوية المرجع.
- يحسب قيمة اقتران مثلثي باستخدام زاوية المرجع.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- الاقتران المثلثي، زاوية المرجع.

التكامل الرأسي

- مبرهنة فيثاغورس في الصف الثامن.
- تشابه المثلثات في الصف التاسع.
- الاقترانات المثلثية في الصف العاشر.

التكامل الأفقي

- استخدام الاقترانات المثلثية في تحليل المتجهات، والضرب النقطي والضرب التقاطعي في مبحث الفيزياء في الصف الحادي عشر.

التعلم القبلي

- الاقترانات المثلثية: الجيب، جيب التمام، الظل، القاطع، قاطع التمام.
- مبرهنة فيثاغورس، تشابه المثلثات، قيمة الاقترانات المثلثية للزوايا الخاصة والزوايا الربعية.

مصادر التعلم

-كتاب الطالب، الصفحات (١٦٢- ١٧٤).

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر(العمل في الكتاب المدرسي، الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١ – التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة في الاقترانات المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل، القاطع، قاطع التمام، وظل التمام) ويمكن رسم الشكل(٤–٦) من الكتاب المدرسي على اللوح وطرح السؤال التالي: ما قيمة كل مما يلي:

جاس، جتاس، ظاس، قاس، قتاس، ظتاس؟

٢ – استقبال الإجابات ومناقشتها، وتشجيع الطلبة على توجيه الأسئلة للمعلم ولزملائهم حول هذه الاقترانات.

٣ – التطرق إلى فقرة (فكر وناقش) صفحة ١٦٣، وتنبيه الطلبة إلى الزوايا التي تكون عندها الاقترانات المثلثية (الظل، ظل التمام، القاطع ، قاطع التمام) غير معرفة.

٤ – رسم دائرة الوحدة على اللوح لتقديم الزاوية في الوضع القياسي، و مناقشة الشكل (٤–٧)من الكتاب المدرسي لإثبات أنَّ الإحداثي السيني لنقطة تقاطع ضلع الانتهاء للزاوية هـ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة هو جتاهـ ، و الإحداثي الصادي لنقطة تقاطع ضلع الانتهاء للزاوية هـ في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة هو جا هـ. تنبيه الطلبة إلى أنَّ هذا التعميم غير صحيح؛ إذا لم تكن الدائرة دائرة وحدة. (ويمكن تذكير الطلبة أن هذه المعلومات قد درسوها سابقًا في الصف العاشر).

٥ – كتابة تعريف اقتران الجيب وجيب التمام على اللوح، ثم تكليف أكثر من طالب بالتحدث بلغته الخاصة عن التعريف.

٦ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة، وتكليفهم بحل ورقة العمل(٤–١) لاستنتاج المتطابقة:
جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١

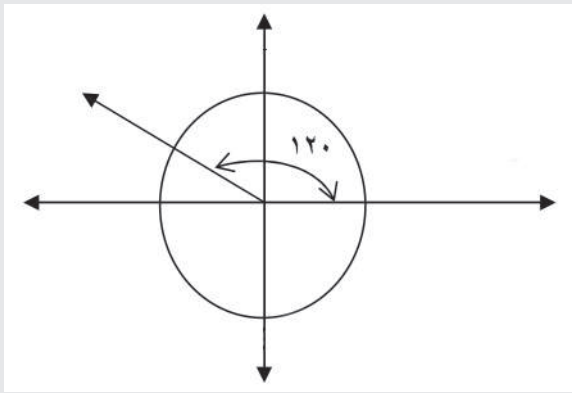
٧ – مناقشة مثال (١) لتدريب الطلبة على توظيف العلاقة: جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١ لإيجاد بعض النسب المثلثية إذا علم أحدها، والتركيز على أنه يمكن حل المثال بأكثر من طريقة ومناقشة هذه الطرائق بمشاركة الطلبة.

٨ – تكليف الطلبة بمناقشة تدريب (١) وحلِّهِ؛ لقياس مدى فهمهم حول توظيف العلاقة
جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١؛ لإيجاد بعض النسب المثلثية إذا علم أحدها.

٩ – مناقشة مثال (٢) لتقديم فكرة إيجاد نسب مثلثية إذا علمت نقطة تقاطع ضلع الانتهاء لزاوية مع دائرة، وليس من الضروري أن تكون هذه دائرة الوحدة.

١٠– تكليف الطلبة بحل تدريب (٢) لقياس قدرتهم على إيجاد نسب مثلثية؛ إذا علمت نقطة تقاطع ضلع الانتهاء لزاوية مع دائرة ليست دائرة الوحدة، متابعة حلول الطلبة وتقديم الدعم والتغذية الراجعة لهم.

١١- رسم الشكل المجاور على اللوح ثم طرح السؤال التالي:



"هل يمكن إيجاد النسب المثلثية للزاوية "١٢٠°" ؟

١٢- استقبال إجابات الطلبة ثم تقديم مفهوم زاوية المرجع، وتقديم الأوضاع المختلفة لتلك الزاوية من خلال مناقشة الشكل(٤-١١) من الكتاب المدرسي.

١٣- تنبيه الطلبة إلى أن إشارة النسب المثلية للزاوية في الوضع القياسي؛ تعتمد على الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء لهذه الزاوية، ويمكن الاستعانة بالشكل (٤-١٢) من الكتاب لتوضيح ذلك.

١٤- مناقشة مثال (٣) لتعميق فهم الطلبة حول إيجاد النسب المثلثية لزوايا في أوضاع مختلفة، وكيفية إيجاد زاوية المرجع، مع مراعاة توجيه الأسئلة في كل خطوة والاستماع إلى الإجابات وطرحها للنقاش.

١٥- تكليف الطلبة بحل تدريب (٣) لقياس قدرتهم على إيجاد زاوية المرجع، وتوظيفها لإيجاد النسب المثلثية.

١٦- التطرق لمناقشة فقرة "فكر وناقش" الواردة صفحة ١٧٢ لبيان أنه يمكن إيجاد النسب المثلثية لزاوية يقع ضلع الانتهاء لها في الربع الثاني بطريقتين. ثم توجيه سؤال للطلبة: "هل يمكن تعميم تلك الطريقة إذا كان ضلع الانتهاء يقع في الربع الثالث، أو الرابع"؟

١٧- الاستماع لإجابات الطلبة مع مراعاة تبرير كل إجابة وطرحها للنقاش إن أمكن ذلك.

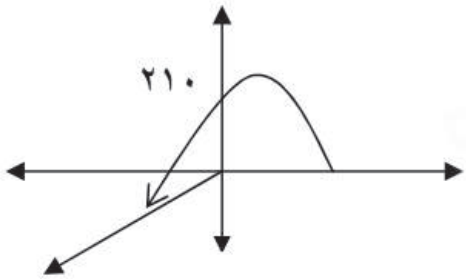
١٨- ختم الدرس من خلال تكليف الطلبة بتعبئة نموذج سجل وصف سير التعلم.

١٩- تكليف الطلبة بحل التمارين والمسائل (واجب بيتي)، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

معلومات إضافية

- اعتبر قدماء المصريين أول من عمل بقواعد حساب المثلثات؛ إذ استخدموها في بناء الأهرامات وبناء معابدهم. لكن قليلًا من الموروث عنهم في هيئة مخطوطات، ويوجد لعلم المثلثات تطبيقات كثيرة، منها حساب المسافات والزوايا في إنشاء المباني والطرق وفي صناعة المحركات وأجهزة التلفزيون والأثاث وملاعب الكرة، وكذلك وفي حساب المسافات الجغرافية والفلك، وفي أنظمة الاستكشاف بالأقمار الصناعية.

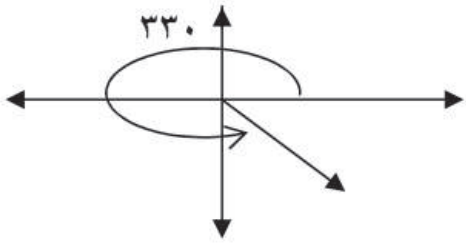
أخطاء شائعة



– قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد زاوية المرجع في الشكل المجاور، ويحسبونها كما يأتي:

٢٧٠° – ٢١٠° = ٦٠°

وفي الشكل المجاور قد يحسبونها كما يأتي:



٣٣٠° – ٢٧٠° = ٦٠°

– قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد إشارة النسب المثلثية في الأوضاع المختلفة للزاوية في وضعها القياسي.

– قد يخطئ بعض الطلبة في حساب النسب المثلثية لزاوية(هـ) يقطع ضلع الانتهاء لها دائرة (ليست دائرة الوحدة) في نقطة (س،ص) ويعتبرون أنَّ س= جتاهـ ، ص= جاهـ

– يمكن تنبيه الطلبة لتلك الأخطاء النمطية أثناء تنفيذ الدرس.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

١) إذا كان جاهـ = ٠,٥؛ فجد قيمة جتاهـ

٢) حدد الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء ثم جد زاوية المرجع لكل من الزوايا الآتية:

١٢٠°، ٢١٠°، ٣٠٠°

٣) جد قيمة جتا ١٥٠° ، جا ٣٣٠°

الحل:

١) جتاهـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٢) ١٢٠°: في الربع الثاني ، زاوية المرجع ٦٠°

٢١٠° : في الربع الثالث ، زاوية المرجع ٣٠°

٣٠٠° : في الربع الرابع ، زاوية المرجع ٦٠°

٣) جتا ١٥٠° = – جتا ٣٠° = $\frac{-\sqrt{٣}}{٢}$

جا ٣٣٠° = – جا ٣٠° = – ٠,٥

إثراء

١) أثبت أنَّ ظا$(\frac{\pi}{٢} - هـ) =$ ظتاهـ

٢) أثبت أنَّ ١ + ظا^{٢} هـ = قا^{٢}هـ

٣) أثبت أنَّ قـا$(\frac{\pi}{٢} - هـ) =$ قتاهـ

٤) إذا كان ٢جتا هـ + ٠,١ = ٠,٧ ، فجد قيمة : ٥ – ٥ حا^{٢}هـ

الحل:

١) ظا$(\frac{\pi}{٢} - هـ) = \frac{جا(٠,٥\ \pi - هـ)}{جتا(٠,٥\ \pi - هـ)} = \frac{جتا\ هـ}{جاهـ} =$ ظتاهـ

٢) ١ + ظا^{٢} هـ = ١ + $\frac{جا^{٢}هـ}{جتا^{٢}هـ}$ بتوحيد المقامات ينتج قا^{٢}هـ

٣) قـا$(\frac{\pi}{٢} - هـ) = \frac{١}{جاهـ} =$ قتا هـ

٤) ٥ – ٥ حا^{٢} هـ = ٥$(٠,٣)^{٢} =$ ٠,٤٥

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (١–٤) البند ٢، قائمة الرصد (١–٢)، سجل وصف سير التعلم (١–٣).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب ١

قاهـ $= \frac{٥}{\sqrt{٢٤}}$ ، جا هـ $= \frac{١}{٥}$ ، جتاهـ $= \frac{\sqrt{٢٤}}{٥}$ ، ظاهـ $= \frac{١}{\sqrt{٢٤}}$

الحل الثاني أن يكون ضلع الانتهاء في الربع الثاني:

قاهـ $= \frac{-٥}{\sqrt{٢٤}}$ ، جاهـ $= \frac{١}{٥}$ ، جتاهـ $= -\frac{\sqrt{٢٤}}{٥}$ ، ظا هـ $= -\frac{١}{\sqrt{٢٤}}$

تدريب ٢

جاهـ $= \frac{١٢}{١٣}$ ، ظاهـ $= \frac{١٢}{٥}$ ، ظتاهـ $= \frac{٥}{١٢}$ ، قاهـ $= \frac{١٣}{٥}$ قتاهـ $= \frac{١٣}{١٢}$

تدريب ٣

١) ٢ ٢) صفر ٣) $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$

التمارين والمسائل

١) أ) جاهـ = $-\frac{\sqrt{٨}}{٣}$ ب) قا هـ = $-\frac{\sqrt{٤٥}}{٧}$ جـ) ظاهـ = $\frac{١}{٢}$

د) جاهـ = $\frac{٤}{٥}$ ، جتا هـ = $\frac{٣}{٥}$

٢) أ) جا^{٢} هـ + جتا^{٢}هـ = ١ بالقسمة على جتا^{٢} هـ ينتج : ظا^{٢} هـ + ١ = قا^{٢} هـ

ب) جا^{٢} هـ + جتا^{٢}هـ = ١ بالقسمة على جا^{٢} هـ ينتج : ١+ ظتا^{٢} هـ = قتا^{٢} هـ

٣) أ) جا ٣٠٠° = − جا ٦٠° = $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ب) جتا ٢٢٥° = − جتا ٤٥° = $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$

جـ) ظا $\frac{١٥\pi}{٤}$ = − ظا ٣١٥° = − ظا ٤٥° = − ١

د) قا $\frac{-٨\pi}{٣}$ = قا $\frac{-٢\pi}{٣}$ = − قا $\frac{\pi}{٣}$ = −٢

٤) أ) جا ($\frac{\pi}{٢}$ − هـ) = جتا هـ ب) جتا ($\frac{\pi}{٢}$ − هـ)= جا هـ

جـ) ظا ($\frac{\pi}{٢}$ − هـ) = ظتا هـ د) قتا (١٨٠° + هـ)= − قتا هـ

هـ) ظتا(٣٦٠° − هـ) = − ظتاهـ و) جتا (π − هـ) = − جتا هـ

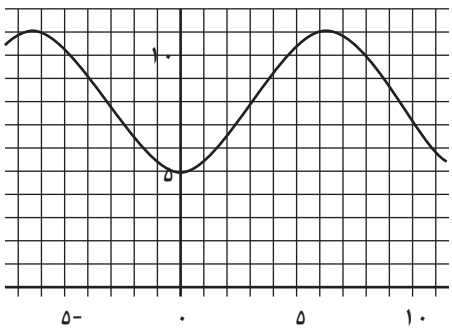
٥) عند المد : د = ١١ عندما قيمة جيب التمام ١،

عند الجزر : د= ٥ عندما قيمة جيب التمام −١

(انظر الشكل المجاور الذي يمثل منحنى:

د= ٨ − ٣ جتا ($\frac{ن}{٢}$))

لاحظ أنَّ أكبر قيمة هي ١١ ، وأصغر قيمة هي ٥



٦) أ) $\frac{\text{قتاهـ جاهـ}}{\text{ظتاهـ}}$ = ظاهـ

ب) $\frac{\text{قاهـ}}{\text{جاهـ}}$ × (١ − جتا٢هـ) = ظاهـ

جـ) $\frac{\text{جتا } \frac{\pi}{٢} - ١}{\text{جا (− هـ) + ١}} = \frac{١}{\text{جاهـ − ١}}$

٧)ص= ١٣ + ٥,٥ جتا π = ١٣ − ٥,٥ = ٧,٥ ×١٠٠= ٧٥٠ علبة.

٨) شهر نيسان: س= ٧٢,٤ + ٦١,٧ جـا $\frac{\pi ٤}{٦}$ = ١٢٥,٨ × ١٠٠٠ =١٢٥٨٠٠ قطعة.

حزيران: س= ٧٢,٤ + ٦١,٧ جـا $\frac{\pi ٦}{٦}$ = ٧٢,٤ ×١٠٠٠= ٧٢٤٠٠ قطعة.

تشرين أول: س= ٧٢,٤ + ٦١,٧ جـا $\frac{\pi ١٠}{٦}$ = ١٨,٩٧ ×١٠٠٠= ١٨٩٧٠ قطعة.

كانون أول: س= ٧٢,٤ + ٦١,٧ جـا $\frac{\pi ١٢}{٦}$ = ٧٢,٤ ×١٠٠٠= ٧٢٤٠٠ قطعة.

فكر وناقش صفحة ١٦٣

لأنَّ هذه الزوايا جيب تمامها يساوي صفرًا.

فكر وناقش صفحة ١٧١

١) حل الطالبة الثانية هو الصحيح لأنها استخدمت المتطابقة : جـا٢هـ + جتـا٢هـ = ١، أمّا الأولى فحلها خاطئ لأنَّها وزعت المقام.

٢) حل هاشم صحيح.

نتاجات التعلم

– يرسم منحنى اقتران الجيب وجيب التمام والظل يدويًّا.
– يرسم منحنى اقتران الجيب وجيب التمام والظل باستخدام التكنولوجيا.
– يجد مجال ومدى الاقتران المثلثي.
– يجد الدورة والسعة لاقتران مثلثي.
– يصف سلوك منحنى اقتران المثلثي تحت تأثير التحويلات (الانسحاب الأفقي والرأسي).

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– دورة الاقتران، سعة الاقتران، الاقتران الدوري.

التكامل الرأسي

– الاقترانات المثلثية في الصفين التاسع والعاشر.

التكامل الأفقي

– استخدام الاقترانات المثلثية في تحليل المتجهات، والضرب النقطي والضرب التقاطعي في مبحث الفيزياء في الصف الحادي عشر.

التعلم القبلي

– الاقترانات المثلثية: الجيب، جيب التمام، الظل، النسب المثلثية للزوايا الربعية والخاصة.

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (١٧٥– ١٨٦).
– برمجيات رسم المنحنيات، لوح الرسم البياني.

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال النشاط التالي: رسم دائرة كبيرة على اللوح ثم توجيه سؤال للطلبة " أعط أمثلة على اقترانات مثلثية".
٢– الاستماع إلى إجابات الطلبة، وتكليف أكثر من طالب بالتوجه إلى اللوح، وكتابة الإجابة داخل الدائرة.

٣ – التنويه بأنَّ هدف الدرس هو التمثيل البياني لثلاثة من هذه الاقترانات، وهي اقتران الجيب وجيب التمام والظل.

٤ – مناقشة مثال (١) لتوضيح التمثيل البياني لاقتران الجيب ضمن فترة محددة، وتنبيه الطلبة إلى أنَّه يمكن أن تبدأ الفترة بزاوية غير الصفر كما في تدريب (١)، والاحتفاظ بالرسم البياني أمام الطلبة للاستفادة منه في تقديم مثال (٢) .

٥ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة، وتكليفهم بحل تدريب (١) مع المتابعة وتقديم التغذية الراجعة.

٦ – مناقشة مثال (٢)، ورسم المنحنى على لوح الرسم البياني، ثم سؤال الطلبة عن سلوك المنحنى ضمن الفترة المعطاة ، وتوجيه السؤال: "قارن بين منحنى الاقتران ق في المثال (١) مع هذا المنحنى"، ومنه تقديم مفهوم الاقتران الدوري، ومفهوم السعة والدورة وكتابة التعريف على اللوح، وتكليف أكثر من طالب بالتحدث عن التعريف بلغته الخاصة، ثم تنبيه الطلبة إلى ضرورة إيجاد دورة الاقتران، وسعته قبل التمثيل البياني؛ لأنَّ ذلك يساعد في رسم منحناه .

٧ – مناقشة المثالين (٣)، (٤)؛ لتعميق فهم الطلبة على إيجاد سعة ودورة الاقتران المثلثي، ومن خلال الرسم يمكن استدراج الطلبة على استنتاج قاعدة إيجاد دورة الاقتران المثلثي وسعته.

٨ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات، وتكليفهم بحل تدريب (٢) لتقييم فهمهم وقدرتهم على إيجاد دورة وسعة الاقتران.

٩ – مناقشة مثال (٦) لتدريب الطلبة على رسم منحنى اقتران الظل، ومناقشة سلوك منحنى الاقتران عندما تقترب قيم س من $\frac{\pi ن}{٢}$، ن = ١، ٣ ، ٥، .....

١٠– تدريب الطلبة على رسم الاقترانات المثلثية باستخدام برمجية إكسل، أو أي برمجية أخرى.

١١– تكليف الطلبة حل تدريب (٣) باستخدام برمجية رسم المنحنيات، ويمكن تنفيذ ذلك مسبقًا من قبل المعلم والاحتفاظ بنسخ من الرسم البياني للمنحنيات الثلاث، وعرضها على اللوح أمام الطلبة، ومقارنة المنحنيات الثلاثة وربطها بمعامل الاقتران.

١٢– مناقشة مثال (٧) وتوضيح انسحاب منحنى الاقتران إلى اليسار بمقدار $\frac{\pi}{٢}$ درجة، ولمعرفة مقدار الانسحاب إيجاد قيمة س التي تجعل الزاوية صفرًا، والإشارة السالبة في الناتج تعني انسحاب لليسار، والموجبة تعني انسجاب لليمين.

١٣– تكليف الطلبة بحل تدريب (٤) مع المتابعة وتقديم التغذية الراجعة.

١٤– ختم الدرس بتوجيه سؤال" ماذا تعلمت في هذا الدرس؟"

١٥– تكليف الطلبة بحل التمارين والمسائل (واجب بيتي)، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

معلومات إضافية

– عند مقارنة منحنى الاقتران ق(س) = أ جا (ب س + جـ) + ل ، بمنحنى الاقتران هـ (س) = جا (ب س)، فإن:

(جـ) هي مقدار الانسحاب لليمين أو لليسار، وإذا كانت إشارة (جـ) موجبة فهذا يعني أنَّ الانسحاب لليسار بمقدار (جـ) وحدة، وإذا كانت إشارة (جـ) سالبة فهذا يعني أنَّ الانسحاب لليمين بمقدار (جـ) وحدة.

(ل) قيمة الانسحاب للأعلى أو للأسفل؛ إذا كانت موجبة فهي انسحاب للأعلى، وإذا كانت سالبة فهي انسحاب للأسفل.

مثال:

ق(س) = ٣+ ٥ جـــا (س+ π) ، انسحاب للأعلى ٣ وحدات،و انسحاب لليسار بمقدار π وحدة.

– عند رسم المنحنى باستخدام برمجية إكسل، تدريج محور السينات قيم الزوايا بالتقدير الدائري حيث :

$$\frac{\pi}{٢} = \frac{٣,١٤}{٢} = ١,٥٧ \quad ، \quad \pi = ٣,١٤ \quad ، \quad ٢\pi = ٦,٢٨$$

– لرسم منحنى اقتران الجيب وجيب التمام يمكن تكوين جدول بقيم الزوايا الربعية ثم قسمة هذه الزوايا على معامل الزاوية.

الأخطاء الشائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في اختيار الزوايا المناسبة عند رسم المنحنيات ، حيث لا تشمل كامل الفترة المعرف عليها الاقتران.

– قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد نوع التحويل الهندسي لمنحنى الاقتران؛ حيث لا يميزون بين الانسحاب الرأسي والانسحاب الأفقي.

– يمكن تفادي وقوع الطلبة في تلك الأخطاء؛ من خلال مناقشتها في أثناء تنفيذ الدرس.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

١) جد الدورة والسعة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = ٢ جـــا س

ب) ل(س) = –٣ جتا ٤س

٢) ارسم منحنى هـ(س) = ٢ جاس، حيث س ∋ [٠، ٢ π] يدويًّا، ثم تحقق من الحل باستخدام برمجية رسم المنحنيات.

الحل:

١) ق(س) = ٢ جـــا س ، الدورة ٢ π، السعة ٢

٢) ل(س) = −٣ جتا ٤س ، الدورة $\frac{\pi}{٢}$ ، السعة ٣

إثراء

١) إذا كان ق(س) = جـــا س معرفًا على الفترة [٠ ، ٢ π] ، جرى عليه تحويل هندسي، بيِّن نوع التحويل الهندسي المبين في القاعدة في كل مما يأتي ،ثم جد السعة والدورة:

أ) −٣ + جاس

ب) ١+ جا (س+ π)

جـ) جا(س − ٢ π)

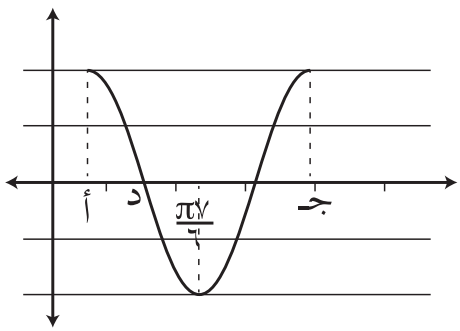
٢) ارسم منحنى الاقتران ق(س) = −٢ جتا(س− $\frac{\pi}{٢}$) ، س ∈ [$\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{\pi٥}{٢}$]

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) = جتا(س− أ)، جد كلًّا مما يأتي:

أ) أصغر قيمة لـــ أ

ب) قيمة جـ

جـ) إحداثيي النقطة د



٤) قارن بين منحنى كلٍّ من: ق(س) = جا(س− $\frac{\pi}{٢}$) ، و ل(س) = جا(س − $\frac{\pi٣}{٢}$)،

وهـ(س) = جا (س− $\frac{\pi٥}{٢}$) ، ومنحنى ك (س) = جتا س .

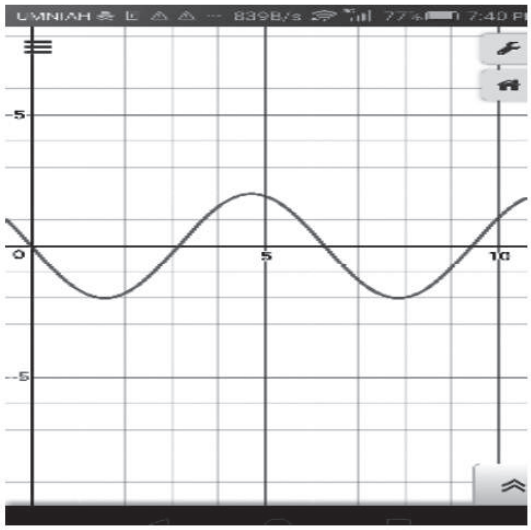
الحل:

١) أ) −٣ + جاس انسحاب للأسفل ٣ وحدات، الدورة ٢ π، السعة ١

ب) ١ + جا (س+ π)، انسحاب للأعلى بمقدار وحدة ولليسار π وحدة، الدورة ٢ π، السعة: ١

جـ) جا(س − ٢ π): انسحاب لليمين بمقدار ٢ π ، الدورة ٢π، السعة : ١

٢) منحنى الاقتران ق(س) = −٢ جتا(س − $\frac{\pi}{٢}$) ، س ∋ [$\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{\pi ٥}{٢}$]



٣) من الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) = جتا(س− أ)، تَجِد أنَّ:

أ) أصغرقيمة لـ أ = $\frac{\pi ٧}{٦}$ − π = $\frac{\pi}{٦}$

ب) قيمة جـ = $\frac{\pi ١٣}{٦}$

جـ) إحداثيي النقطة د : ($\frac{\pi ٢}{٣}$ ، ٠)

٤) جا(س− $\frac{\pi}{٢}$) = − جتا س

جا(س− $\frac{\pi ٣}{٢}$) = جتا س

جا(س− $\frac{\pi ٥}{٢}$) = − جتا س

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٤−١) البند (٣)، قائمة الرصد (١−٢)، سجل وصف سير التعلم (١−٣).

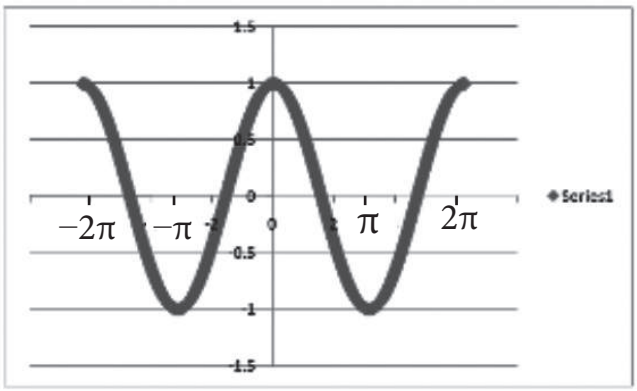
التدريبات

تدريب ١

الشكل المجاور يمثل منحنى

ق(س) = جتاس ،

س ∈ [−٢π ، ٢π]

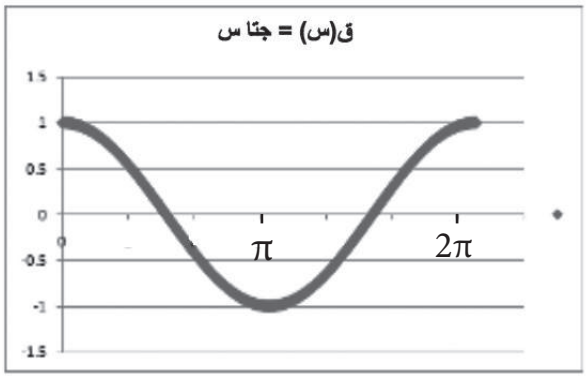


تدريب ٢

دورة الاقتران هي: ٤π، سعة الاقتران = ٥

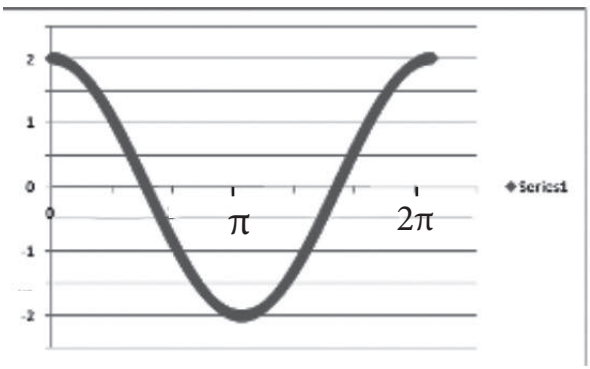
تدريب ٣

١) ق(س) = جتاس، ∈ [٠، ٢π]



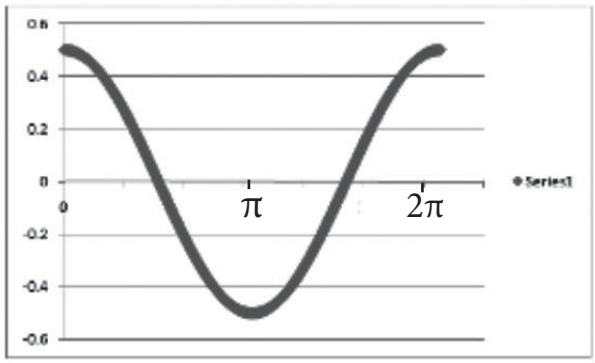
٢) هـ (س) = ٢ جتاس ،

س ∈ [٠، ٢π]



٣) هـ (س) = $\frac{١}{٢}$ جتاس

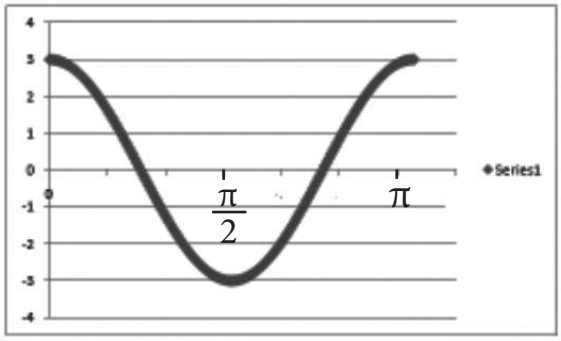
س ∈ [٠ ، ٢π]



تدريب ٤

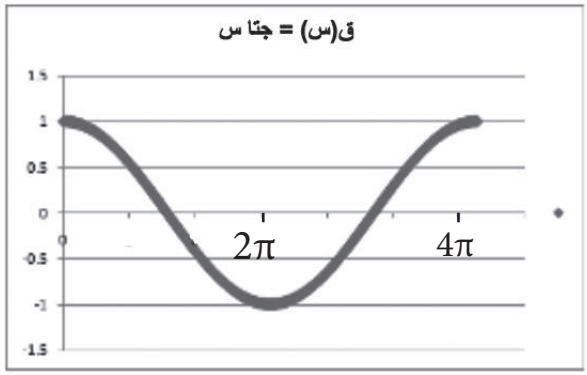
١) ق(س) = ٣ جتا٢س

س ∈ [٠ ، π]



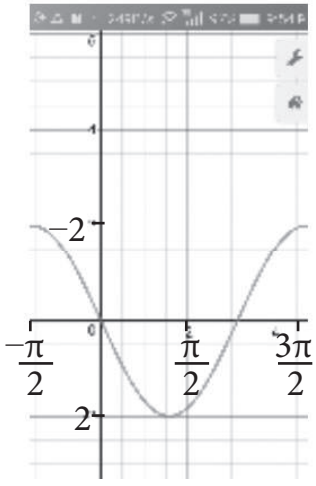
٢) ل(س) = جتا $\frac{١}{٢}$ س

س ∈ [٠ ، ٤π]



٣) هـ (س) = ٢ جتا (س+ $\frac{\pi}{٢}$)

س ∈ [$\frac{\pi-}{٢}$ ، $\frac{\pi٣}{٢}$]



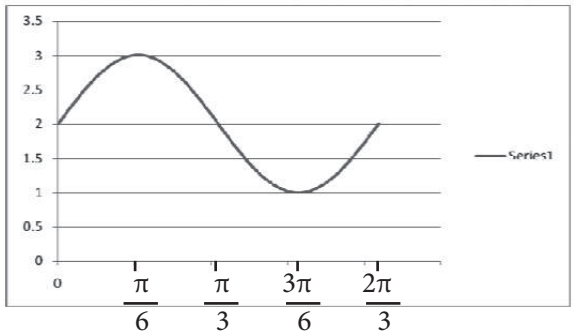
التمارين والمسائل

١) أ) الدورة: $\pi ٢$ ، السعة : ٣

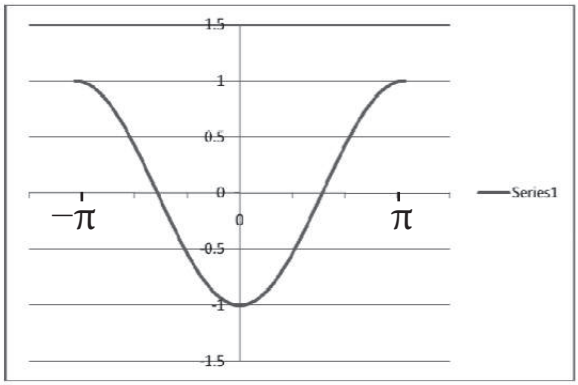
ب) الدورة: $\frac{\pi ٢}{٣}$ ، السعة: ٤

جـ) الدورة: $\frac{\pi ٢}{٣}$ ، السعة: ٢

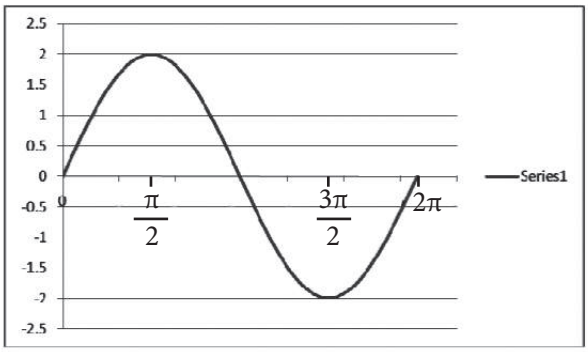
٢) أ) ق(س) = ٢ + جا٣س، س $\in$ [٠ ، $\frac{\pi ٢}{٣}$]



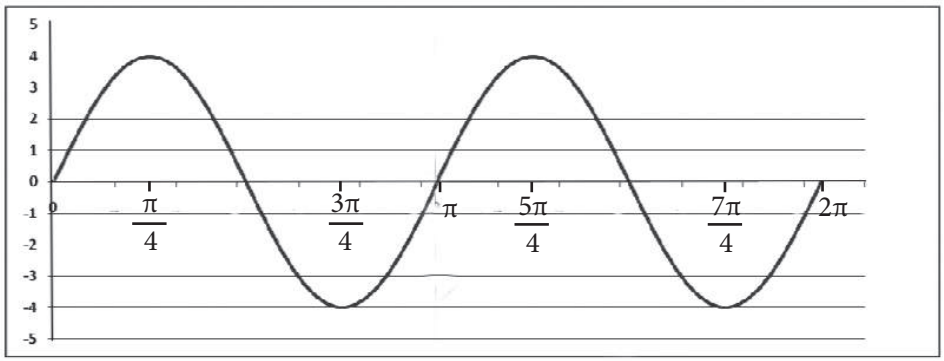
ب) ل(س) = جتا (س+ π) ، س $\in$ [$-\pi$ ، π]



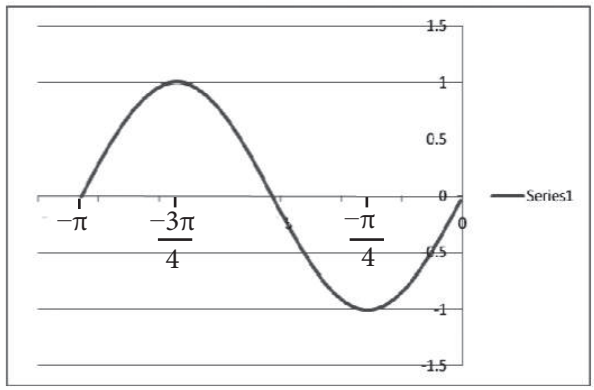
جـ) و(س)= ٢ جاس ، س $\in$ [٠ ، $\pi ٢$]



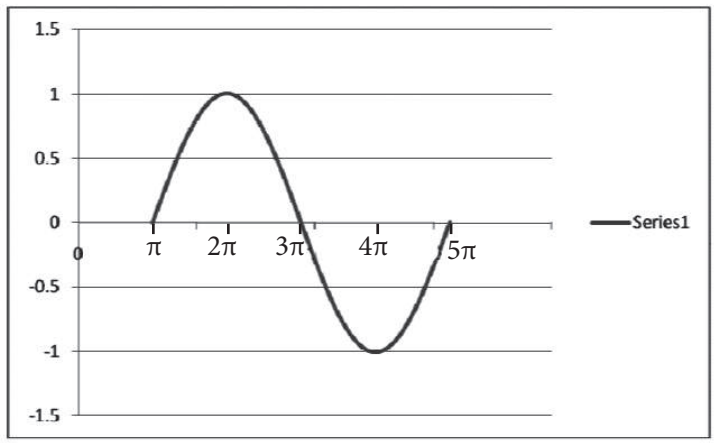
) هـ(س) = ٤ جا٢س ، س ∈ [٠ ، ٢π]



هـ) ك(س)= جا(٢س+π٢) ، س ∈ [− π ، ٠]

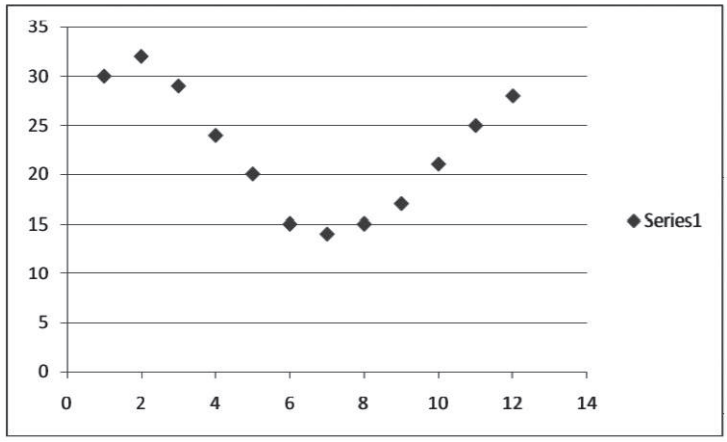


و) ع(س) = $\frac{٥}{٢}$ جا ($\frac{س}{٢}$ س − $\frac{\pi}{٢}$) ، س ∈ [π، ٥ π]



٣) جتا (س – $\frac{\pi}{٢}$) هو انسحاب لليمين بمقدار $\frac{٥}{٢}\pi$ وحدة لليمين لمنحنى الاقتران جتا س،

٤)



ق(س) = أكبر قيمة للاقتران تقريبًا هي: ٣٢ أصغر قيمة للاقتران تقريبًا هي ١٤

السعة = (أكبر قيمة – أقل قيمة) ÷ ٢ = ٩

انسحاب للأعلى بمقدار ٣١ وحدة

انسحاب لليمين بمقدار تقريبي $\frac{\pi}{٢}$

الاقتران المقترح: ل(س) = ٣١ + ٩جا(س + $\frac{\pi}{٢}$)

٥) أ) جـ ب) أ جـ) ب

فكر وناقش صفحة ١٨٤

أن سعة الاقترانات تختلف

فكر وناقش صفحة ١٨٤

يكون شكل الاقتران ل (س) كما في الشكل (٤ – ٢٥)، مع تغيير في سعة الاقتران ل، حيث إنَّ سعته تساوي ٢ ، بينما سعة الاقتران ق تساوي ١

نتاجات التعلم

- يتعرف المتطابقات المثلثية.
- يحلل متطابقات مثلثية؛ تشمل مجموع زاويتين والفرق بينهما.
- يحلل متطابقات مثلثية تشمل مثلي الزاوية ونصفها.
- يبرهن متطابقات مثلثية تشمل مثلي الزاوية ونصفها.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- متطابقة مثلثية ، زاوية مركبة.

التكامل الرأسي

- جمع الحدود والمقادير الجبرية في الصفين السابع والثامن .
- المسافة بين نقطتين وتحليل المقادير الجبرية في الصف التاسع.
- النسب المثلثية في الصفين التاسع والعاشر.

التعلم القبلي

- قوانين النسب المثلثية، المسافة بين نقطتين، العمليات على الحدود والمقادير الجبرية، تحليل المقادير الجبرية.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب، الصفحات (١٨٧- ١٩٦).

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة، العمل في الكتاب المدرسي)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس من خلال عرض بطاقات على اللوح، مكتوب عليها العبارات الآتية:

جـا (٩٠° - س) = ... ، جتا (٩٠° - س) = ...

ظا (٩٠° - س) = ...

٢- سؤال الطلبة عن قيمة كل نسبة مثلثية، ثم الاستماع إلى إجاباتهم وتكليفهم تبرير إجاباتهم من خلال تقديم أمثلة عددية.

٣ – تشويق الطلبة إلى الدرس وتبيان أهميته من خلال توجيه السؤال التالي: "هل يمكن إيجاد قيمة النسب المثلثية السابقة بطريقة أخرى؟

٤ – الاستماع إلى إجابات الطلبة؛ وتوضيح أن هدف الدرس لهذا اليوم هو إيجاد هذه النسب باستخدام متطابقات المجموع (الفرق) بين زاويتين.

٥ – كتابة المتطابقات الواردة صفحة ١٨٧ من الكتاب على بطاقات كرتونية كبيرة مسبقًا، وعرضها أمام الطلبة، ومن خلالها تقديم مفهوم المتطابقة، والتمييز بينها وبين المعادلة، وكتابة التعريف على اللوح، وتوضيح أن هذه المتطابقات مهمة ويجب حفظها وبرهنتها .

٦ – رسم الشكل (٤–٢٤) على اللوح ، لبرهنة المتطابقة جتا (أ – ب) = جتا أ جتاب +جاأ جاب، مع مراعاة توجيه الأسئلة للطلبة في كل خطوة، والاستماع إلى إجاباتهم وتقديم التبرير.

٧ – مناقشة مثال (٢) لبرهنة المتطابقة جتا(أ +ب) = جتاأ جتاب – جاأ جاب ، مع مراعاة توجيه الأسئلة في كل خطوة وإثارة النقاش والحوار والاستماع إلى إجابات الطلبة.

٨ – تنبيه الطلبة إلى أنه يمكن الاستفادة من المتطابقة: جاأ = جتا (٩٠° – أ) في البرهان.

٩ – تقسيم الطلبة إلى (٣) مجموعات وتكليف كل مجموعة ببرهنة فرع من تدريب (١) ثم تكلف المجموعات بعرض أعمالها على اللوح، من قبل فرد في المجموعة يقوم باختياره قائدً المجموعة.

١٠– مناقشة مثال (٣) لتقديم فكرة إيجاد النسب المثلثية لزوايا؛ دون استخدام الآلة الحاسبة من خلال الاستفادة من المتطابقات المثلثية، مع مراعاة توجيه الأسئلة للطلبة في كل خطوة للتأكد من فهمهم ، والاستماع لإجاباتهم وطرحها للنقاش.

١١– تكليف الطلبة بحل تدريب (٢) لقياس قدرتهم على إيجاد النسب المثلثية دون استخدام الالة الحاسبة، مع المتابعة وتقديم التغذية الراجعة.

١٢– مناقشة مثال (٤) لتقديم فكرة إيجاد النسب المثلثية للزوايا المركبة بالاستفادة من المتطابقات المثلثية مع مراعاة توجيه الأسئلة في كل خطوة للتحقق من فهم الطلبة.

١٣– تكليف الطلبة حل تدريب (٣) للتأكد من فهمهم، ويمكن تقسيمهم إلى ست مجموعات بحيث تحل كل مجموعتين فرعًا من التدريب، ثم يكلف مندوب عن كل مجموعة بحل الفرع الخاص بمجموعته على اللوح، ويمكن مناقشة حلول مختلفة إن امكن ذلك.

١٤– كتابة المتطابقات الواردة صفحة ١٩٢ من الكتاب مسبقًا على بطاقات، وتعرض أمام الطلبة، مع توضيح أهميتها لجعل العمليات الحسابية أسهل من خلال كتابة الجيب وجيب التمام لزاويتين على شكل حاصل ضرب لحاصل مجموع جيبين أو جيبي تمام.

١٥– برهنة المتطابقة الأولى على اللوح بمشاركة الطلبة، ثم تكليف الطلبة ببرهنة باقي المتطابقات في البيت.

١٦- تكليف الطلبة بحل تدريب (٥) في مجموعات لقياس قدرتهم على إثبات صحة المتطابقات المثلثية، مع المتابعة وتقديم التغذية الراجعة.

١٧- مناقشة المثالين (٥)، (٦) لتدريب الطلبة على إثبات متطابقات الزوايا فيها معلومة مع مراعاة توجيه الأسئلة في كل خطوة والاستماع إلى إجابات الطلبة وطرحها للنقاش.

١٨- تكليف الطلبة بحل تدريب (٦) لتقييم قدرتهم على إثبات المتطابقات التي تحوي زوايا معلومة، مع المتابعة وتقديم التغذية الراجعة.

١٩- ختم الدرس من خلال مراجعة الطلبة بالمفاهيم التي وردت في الدرس (يمكن استخدام الخريطة المفاهيمية).

٢٠- تكليف الطلبة بحل التمارين والمسائل واجب بيتي، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

معلومات إضافية

- الزاوية المركبة هي الزاوية التي نتجت عن جمع أو طرح زاويتين .
- المتطابقة هي علاقة صحيحة لجميع قيم المتغير فيها، ولإثبات صحة متطابقة يمكن البدء بالطرف الأيمن ووضعه بصورة أخرى مكافئة للحصول على الطرف الأيسر، أو يمكن البدء بالطرف الأيسر ووضعه بصورة مكافئة أخرى للحصول على الطرف الأيمن، أو يمكن وضع الطرفين بصورة أخرى مكافئة للحصول على علاقة التساوي.

الأخطاء الشائعة

- قد يخطئ بعض الطلبة في كتابة المتطابقات؛ نتيجة لعدم حفظها.
- يخلط بعض الطلبة بين المعادلة والمتطابقة.
- يخطئ بعض الطلبة في إثبات صحة المتطابقات؛ حيث يتعاملون معها وكأنها علاقة جبرية.
- يمكن تنبيه الطلبة إلى تلك الأخطاء من خلال مناقشتها أثناء تنفيذ الدرس.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

إذا كان جاس = ٠,٨ ، جتا ص = ٠,٦ ، فجد قيمة كل مما يأتي:

١) جا(س + ص)　　٢) جا(س – ص)

٣) جتا(س + ص)　　٤) جتا(س – ص)

الحل:

١) جا (س + ص) = ٠,٩٦　　٢) جا (س – ص) = صفر

٣) جتا (س + ص) = –٠,٢٨　　٤) جتا (س – ص) = ١

إثراء

أثبت صحة المتطابقات الآتية:

١) $\frac{\text{جتا س}}{\text{١ + جا س}} + \frac{\text{١ + جا س}}{\text{جتا س}} = \text{٢ قا س}$

٢) $\frac{\text{جا}^{٤}\text{ س} - \text{جتا}^{٤}\text{ س}}{\text{جا}^{٢}\text{ س} - \text{جتا}^{٢}\text{ س}} = \text{١}$

٣) $\text{ظا}^{٢}\text{ س} + \text{١} + \text{ظا س قاس} = \frac{\text{١ + جا س}}{\text{جتا}^{٢}\text{ س}}$

٤) $\frac{\text{جا}^{٢}\text{س} + \text{٤ جاس} + \text{٣}}{\text{جتا}^{٢}\text{ س}} = \frac{\text{٣ + جا س}}{\text{١ − جاس}}$

٥) $(\text{جاس} + \text{جتاس})^{٢} + (\text{جاس} - \text{جتاس})^{٢} = \text{٢}$

الحل:

١) $\frac{\text{جتا س}}{\text{١ + جا س}} + \frac{\text{١ + جا س}}{\text{جتا س}} = \text{٢ قا س}$

(توحيد المقامات ثم استخدام المتطابقة (جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١) ثم الاختصار

٢) $\frac{\text{جا}^{٤}\text{ س} - \text{جتا}^{٤}\text{ س}}{\text{جا}^{٢}\text{ س} - \text{جتا}^{٢}\text{ س}} = \text{١}$ (تحليل البسط – فرق بين مربعين – ثم الاختصار مع المقدار في المقام)

٣) $\text{ظا}^{٢}\text{س} + \text{١} + \text{ظا س قاس} = \frac{\text{١ + جا س}}{\text{جتا}^{٢}\text{ س}}$ (استخدام المتطابقة ظا^{٢}س + ١ = قا^{٢}س ثم إخراج قاس عاملًا مشتركًا).

٤) $\frac{\text{جا}^{٢}\text{س} + \text{٤ جاس} + \text{٣}}{\text{جتا}^{٢}\text{ س}} = \frac{(\text{جاس} + \text{٣})(\text{جاس} + \text{١})}{(\text{١ − جاس})(\text{١ + جاس})} = \frac{(\text{ جا س} + \text{٣})}{\text{١ − جاس}}$

٥) $(\text{جاس} + \text{جتاس})^{٢} + (\text{جاس} - \text{جتاس})^{٢} = \text{٢}$

جا^{٢}س + جتا^{٢}س + ٢جاس جتاس + جا^{٢}س + جتا^{٢}س − ٢جاس جتاس = ٢

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٤−١) البند (٤)، قائمة الرصد (١−٢)، سجل وصف سير التعلم(١−٣).

التدريبات

تدريب ١

١) جا(π + س) = − جاس

البرهان : الطرف الأيمن

جا(π + س)= جا π جتاس + جتا π جاس = ٠ + − جاس = − جاس = الطرف الأيسر

٢) جا($\frac{\pi ٣}{٢}$ − س) = − جتاس

البرهان:

الطرف الأيمن: جا($\frac{\pi ٣}{٢}$ − س) = جا $\frac{\pi ٣}{٢}$ جتا س − جتا $\frac{\pi ٣}{٢}$ جا س

= − ١ × جتاس − ٠ = − جتاس = الطرف الأيسر

٣) جتا(π − س) = − جتاس

البرهان :

الطرف الأيمن: جتا(π − س) = جتا π جتا س + جا π جاس

= − ١× جتاس + ٠ = − جتا س = الطرف الأيسر .

تدريب ٢

١) جتا (٧٠° − ٢٥°) = جتا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٢) جتا٧٥° = جتا(١٣٥° − ٦٠°) = جتا° ١٣٥ جتا ٦٠° +جا ١٣٥° جا ٦٠°

= − جتا ٤٥° × ٠,٥ + جا ٤٥° × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= $\frac{\sqrt{٣} + ١-}{\sqrt{٢} ٢}$

٣) ظا ١٠٥° = ظا (٦٠° + ٤٥°) = $\frac{\text{ظا ٦٠° + ظا ٤٥°}}{\text{١ − ظا ٦٠° ظا ٤٥°}}$

= $\frac{١ + \sqrt{٣}}{١ - \sqrt{٣}}$

تدريب ٣

١) جا (س − ص) = جاس جتاص − جتاس حاص = $\frac{١٦}{٦٥}$

٢) جتا(س + ص)= جتا س جتاص − جاس جاص = $\frac{٣٣}{٦٥}$

٣) ظا(س − ص) = $\frac{\text{ظا س − ظا ص}}{١ + \text{ظا س ظا ص}}$ ، ظا س = $\frac{٣}{٤}$ ، ظاص = $\frac{٥}{١٢}$

= $\frac{١٦}{٦٣}$

تدريب ٥

١) $\frac{\text{جا (س + ص)}}{\text{جتا س جتا ص}} = \frac{\text{جا س جتاص + جتاس حا ص}}{\text{جتا س جتا ص}}$

$= \frac{\text{جا س جتاص + جتاس حا ص}}{\text{جتا س جتا ص}}$ بتوزيع المقام والاختصار

= ظا س + ظا ص

٢) $\frac{\text{جا (س − ص)}}{\text{جتا (س + ص)}} = \frac{\text{جا س جتاص − جتاس حا ص}}{\text{جتا س جتا ص−جا س جا ص}}$ قسمة جميع الحدود على جتاس جتاص

$= \frac{\text{ظا س − ظا ص}}{١ - \text{ظا س ظا ص}}$

تدريب ٦

$\frac{\text{جا ٧٥° + جا ١٥°}}{\text{جتا ١٥° − جتا ٧٥°}} = \frac{\text{جا (١٣٥°−٦٠°) + جا(٦٠°− ٤٥°)}}{\text{جتا (٦٠°−٤٥°) − جتا (١٣٥°−٦٠°)}}$ باستخدام القوانين

$= \sqrt{٣}$

التمارين والمسائل

١) أ) ٠,٥ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ جـ) صفر د) جـا $\frac{\pi ٤}{٢١}$

٢) أ) جا (٣ص − ٢س) ب) جا (س + ٢ص)

جـ) جتا (س − ٣س) = جتا (−٢س) = جتا ٢س د) جا (٣س −س) = جا٢س

هـ) جتا (٧ص + ٣ص) = جتا ١٠ص و) ظاس

٣) أ) جتا٣س = جتا (س+٢س) = جتاس جتا ٢س – جاس جا ٢س

= جتاس جتا(س+س) – جاس جا(س+س)

= جتاس (جتاس جتاس – جاس جاس) – جاس (جاس جتاس + جتاس جاس)

= جتا^{٣} س – جتاس جا^{٢} س – ٢ جا^{٢} س جتا س

= جتا^{٣} س – ٣ جا^{٢} س جتاس = الطرف الأيسر

ب) جا٤س + جا٢س = ٢ جا $\frac{٤س + ٢س}{٢}$ جتا $\frac{٤س - ٢س}{٢}$

= ٢ جا ٣س جتا س

جـ) (جتاس + جاس)^{٢} – (جتاس – جاس)^{٢} بفك الأقواس

= ٤ جاس جتاس

د) (١– جاس) (١+ $\frac{١}{جا س}$) = ١+ $\frac{١}{جا س}$ – جاس – ١

= $\frac{١ - جا^{٢} س}{جا س}$ توحيد المقامات

= $\frac{جتا^{٢} س}{جا س}$

هـ) $\frac{جتا س}{١ - جا س} - \frac{جتا س}{١ + جا س} = \frac{جتا(١ + جاس) - جتا(١ - جاس)}{١ - جا^{٢}س}$

= $\frac{٢جا س جتا س}{جتا^{٢}س}$ = ٢ظا س

و) $\frac{ظا^{٢}س - ظا^{٢}ص}{١ - ظا^{٢}س ظا^{٢}ص} = \frac{(ظا س - ظا ص)}{(١ + ظا س ظا ص)} \times \frac{(ظا س + ظا ص)}{(١ - ظا س ظا ص)}$

= ظا (س – ص) × ظا (س + ص)

ز) $\frac{جا(س + ص)}{جا (س - ص)} = \frac{جا س جتاص + جتاس حا ص}{جا س جتا ص - جتا س جا ص}$ قسمة جميع الحدود على جتاس جتاص

= $\frac{ظا س + ظا ص}{ظا س - ظا ص}$

٤) أ + ب + جـ = ١٨٠° ، ومنه أ + ب = ١٨٠° – جـ

جا (أ + ب) = جا (١٨٠° – جـ) = جا جـ

جا أ جتاب + جتاأ جاب = جاجـ

جاأ = $\frac{١}{٢}$ ، جتا أ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جاب = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جتا ب = $\frac{١}{٢}$

جاجـ = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ١

٥) ظا (أ + ب) = $\frac{\text{ظا أ + ظا ب}}{١ - \text{ظا أ ظا ب}}$ = ١

ظاأ + ظاب = ١ – ظاأ ظاب

$\frac{١}{١١}$ + ظا ب = ١ – $\frac{١}{١١}$ × ظا ب، ومنه ظا ب = $\frac{١٠}{١٢}$ = $\frac{٥}{٦}$

٦)

أ + ب + جـ = ١٨٠°

جـ = ١٨٠ – (أ + ب)

ظا جـ = ظا (١٨٠ – (أ + ب)) = –ظا (أ + ب)

ظا جـ = $\frac{\text{– ظاأ – ظاب}}{١ - \text{ظاأ ظاب}}$ بالضرب التبادلي

ظاجـ (١– ظاأ ظاب) = – ظاأ – ظاب

ظاجـ + ظاأ + ظاب = ظاأ ظاب ظاجـ

٧) أ) جا (أ + ب + جـ) = جا (أ + (ب + جـ))

= جاأ جتا(ب + جـ) + جتاأ جا(ب + جـ)

= جاأ (جتاب جتاجـ – جاب جاجـ) + جتاأ (جاب جتاجـ + جتاب جاجـ)

ب) جتا (أ + ب + جـ) = جتا(أ + (ب + جـ))

=جتاأ جتا (ب + جـ) – جاأ جا (ب + جـ)

=جتاأ (جتاب جتاجـ – جاب جاجـ) – جاأ (جاب جتاجـ + جتاب جاجـ)

= جتاأ جتاب جتاجـ – جتاأ جاب جاجـ – جاأ جاب جتاجـ – جاأ جتاب جاجـ

جـ) ظا (أ + ب + جـ) = ظا (أ + (ب + جـ))

$$= \frac{\text{ظاأ} + \text{ظا (ب +جـ)}}{١ - \text{ظاأ ظا(ب +جـ)}} = \frac{\text{ظاأ} + \dfrac{\text{ظا ب} + \text{ظا جـ}}{١ - \text{ظاب ظاجـ}}}{١ - \dfrac{\text{ظاأ (ظاب} + \text{ظاجـ)}}{١ - \text{ظاب ظاجـ}}}$$

٨) ت = ٧ جا ٧٥° × ن

= ٧× جا ٧٥° × ١

= ٧ × ٠,٩٦ باستخدام الآلة الحاسبة

= ٦,٧٢

ملاحظة: يمكن حل المسألة بوضع جا (٧٥°) = جا (٣٠° + ٤٥°)

نتاجات التعلم

- يتعرف متطابقات مثلثية لضعف الزاوية.
- يتعرف متطابقات مثلثية لنصف الزاوية.
- يبرهن متطابقات مثلثية لضعف الزاوية.
- يبرهن متطابقات مثلثية لنصف الزاوية.
- يحل مسائل مستخدما متطابقات مثلثية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- متطابقة مثلثية.

التكامل الرأسي

- جمع الحدود والمقادير الجبرية في الصفين السابع والثامن ، المسافة بين نقطتين وتحليل المقادير الجبرية في الصف التاسع، النسب المثلثية في الصفين التاسع والعاشر.

التعلم القبلي

- متطابقات مثلثية، قوانين النسب المثلثية، المسافة بين نقطتين، العمليات على الحدود والمقادير الجبرية وتحليلها.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب، الصفحات (١٩٧- ٢٠٢) .

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي، الأسئلة والأجوبة)، أخرى (الاكتشاف الموجه) التعلم في مجموعات (المناقشة)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس من خلال عرض بطاقات على اللوح مكتوب عليها النسب المثلثية الآتية:

- جتا٢س ، جا٢س ، ظا٢س

٢- توجيه الأسئلة الآتية للطلبة:

- "هل يمكن كتابة هذه النسب المثلثية بصورة أخرى؟"
- كيف يمكن الاستفادة من متطابقات مجموع زاويتين التي تعلمناها سابقًا للحصول على هذه الصورة؟

٣ – الاستماع إلى إجابات الطلبة وتوضيح أن هدف الدرس لهذا اليوم هو التعرف إلى متطابقات ضعف الزاوية.

٤ – كتابة المتطابقات الواردة صفحة ١٩٧ من الكتاب على بطاقات كرتونية كبيرة مسبقًا، وعرضها أمام الطلبة ،وتوضيح أهميتها في تسهيل حل المعادلات المثلثية التي سيتعلمها الطلبة في الدرس التالي.

٥ – برهنة المتطابقة الأولى : جتا٢س على اللوح مع مراعاة توجيه الأسئلة في كل خطوة والاستماع إلى إجابات الطلبة وطرحها للنقاش.

٦ – تقسيم الطلبة إلى ٤ مجموعات، وتكليف المجموعة الأولى والثانية ببرهان المتطابقة جا٢س، والمجموعة الثالثة والرابعة برهان المتطابقة ظا٢س.

٧ – متابعة عمل المجموعات وتقديم المساعدة ، ثم توجيه كل مجموعة إلى عرض حلها على اللوح، مع مراعاة تقديم التغذية الراجعة.

٨ – مناقشة مثال (١) لتوضيح استخدام متطابقات ضعف الزاوية لإيجاد نسب مثلثية.

٩ – تكليف الطلبة حل تدريب (١) على شكل مجموعات مع المتابعة، وتقديم التغذية الراجعة.

١٠– مناقشة مثال (٢) لتوضيح كيف يمكن الاستفادة من متطابقات ضعف الزاوية لإيجاد قيمة نسب مثلثية دون استخدام الآلة الحاسبة ، مع مراعاة توجيه الأسئلة في كل خطوة وإثارة النقاش والحوار والاستماع إلى إجابات الطلبة. ثم تكليف الطلبة بحل تدريب (٢) لقياس قدرتهم على إيجاد نسب مثلثية دون استخدام الآلة الحاسبة.

١١– طرح السؤال الآتي على الطلبة:"كيف يمكن الاستفادة من متطابقات ضعف الزاوية في كتابة جتاس بصورة أخرى؟"

١٢– الاستماع إلى إجابات الطلبة ثم استدراجهم؛ للوصول إلى المتطابقة جتا $\frac{س}{٢}$ ، ثم تكليفهم بحل تدريب (٣) مع المتابعة وتقديم الدعم والتغذية الراجعة.

١٣– مناقشة مثال (٣) لتدريب الطلبة على توظيف نسب مثلثية معطاة؛ لإيجاد نسب مثلثية أخرى، ثم تكليفهم حل تدريب (٤) كتطبيق على نفس الفكرة.

١٤– مناقشة مثال (٤) لبرهنة المتطابقة ظا $\frac{س}{٢}$ ، مع مراعاة توجيه الأسئلة في كل خطوة، والاستماع إلى إجابات الطلبة ومناقشتها.

١٥– تكليف الطلبة بحل تدريب (٥) لإثبات صورة أخرى لمتطابقة ظا $\frac{س}{٢}$ مع المتابعة وتقديم التغذية الراجعة.

١٦– ختم الدرس من خلال:

- توجيه سؤال" ماذا تعلمنا اليوم؟" ثم الاستماع إلى إجابات الطلبة.
- توصية الطلبة إلى تعبئة نموذج سجل سير وصف التعلم.
- ويمكن تنفيذ مسابقة بين الطلبة.

١٧– تكليف الطلبة حل التمارين والمسائل (واجب بيتي)، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة والدعم الازم لهم.

معلومات إضافية

– لا يوجد قاعدة محددة لإثبات صحة المتطابقات، يوجد أكثر من طريقة لإثبات صحة المتطابقة.

– يمكن تعميم متطابقات ضعف الزاوية:

جا٤س = ٢جا٢س جتا٢س

جا ٦س = ٢جا٣س جتا٣س

بشكل عام:

$$\text{جا أس} = ٢\,\text{جا}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{س}\,\text{جتا}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{س}$$

$$\text{جتا أس} = \text{جتا}^{٢}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{س} - \text{جا}^{٢}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{س}$$

$$= ١ - ٢\,\text{جا}^{٢}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{س}$$

$$= ٢\,\text{جتا}^{٢}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{س} - ١$$

$$\text{ظا أس} = \frac{٢\,\text{ظا}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{س}}{١ - \text{ظا}^{٢}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{س}}$$

الأخطاء الشائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في كتابة المتطابقات نتيجة لعدم حفظها.

– يخطئ بعض الطلبة في إثبات صحة المتطابقات؛ حيث يتعاملون معها وكأنها معادلة.

– يمكن تنبيه الطلبة إلى ضرورة حفظ المتطابقات، ومناقشة إجراءات برهان صحة متطابقة أثناء تنفيذ الدرس.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

جد قيمة كل مما يأتي:

١) ٢جا ١٥° جتا ١٥°

٢) جتا^{٢} ٢٢,٥° – جا^{٢} ٢٢,٥°

الحل:

١) ٢جا ١٥° جتا ١٥° = جا ٣٠° = ٠,٥

٢) جتا^{٢} ٢٢,٥° – جا^{٢} ٢٢,٥° = جتا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

إثراء

أثبت صحة كلٍّ متطابقة مما يأتي:

١) $\frac{\text{جتا س} - \text{جا س}}{\text{جتا س} + \text{جا س}} = \text{قا}^2\text{س} - \text{ظا}^2\text{س}$

٢) $\frac{\text{جا}^2\text{س}}{\text{١} + \text{جتا}^2\text{س}} = \text{ظا س}$

الحل:

١) $\frac{\text{جتا س} - \text{جا س}}{\text{جتا س} + \text{جا س}} \times \frac{\text{جتا س} - \text{جا س}}{\text{جتا س} - \text{جا س}} = \frac{\text{جتا}^2\text{س} + \text{جا}^2\text{س} - \text{حا}^2\text{س}}{\text{جتا}^2\text{س}}$

$= \frac{\text{١} - \text{جا}^2\text{س}}{\text{جتا}^2\text{س}} = \text{قا}^2\text{س} - \text{ظا}^2\text{س}$

٢) $\frac{\text{جا}^2\text{س}}{\text{١} + \text{جتا}^2\text{س}} = \frac{\text{٢ جا س جتا س}}{\text{١} + \text{٢ جتا}^2\text{س} - \text{١}} = \text{ظا س}$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة، مراجعة الذات، الورقة والقلم.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٤-١) البند (٥)، قائمة الرصد (١-٢)، سجل وصف سير التعلم (١-٣)، اختبار قصير.

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب ١

إذا كان جتا س $= \frac{-\text{١}}{\text{٣}}$ ، حيث س بالربع الثاني أو الثالث

١) جا٢س = ٢ جاس جتاس

$= \text{٢} \times \frac{\sqrt{\text{٨}}}{\text{٣}} \times \frac{-\text{١}}{\text{٣}}$ ، إذا كانت س في الربع الثاني

$= \frac{-\text{٢}\sqrt{\text{٨}}}{\text{٩}}$

$= -\text{٢} \times \frac{\sqrt{\text{٨}}}{\text{٣}} \times \frac{-\text{١}}{\text{٣}}$ ، إذا كانت س في الربع الثالث

$= \frac{\text{٢}\sqrt{\text{٨}}}{\text{٩}}$

٢) جتا٢س = ٢ جتا٢س – ١

$= ٢ \times \frac{١}{٩} - ١$

$= \frac{-٧}{٩}$

تدريب ٢

$جتا^{٢} ١٥^{\circ} = \frac{١ + جتا ٣٠^{\circ}}{٢} = \frac{١ + \frac{\sqrt{٣}}{٢}}{٢}$

تدريب ٣

$جتاس = ١ - ٢ جا^{٢} \frac{س}{٢}$

$جا \frac{س}{٢} = \pm \sqrt{\frac{١ - جتا س}{٢}}$

تدريب ٤

$جتاس = \frac{-٤}{٥}$ لأن الزاوية في الربع الثاني

$جتـــا س = ١ - ٢ جا^{٢} \frac{س}{٢}$

$جا \frac{س}{٢} = \pm \sqrt{\frac{١ - جتا س}{٢}}$

$= \sqrt{\frac{١ + ٠,٨}{٢}}$ الإجابة موجبة؛ لأنَّ الزاوية $\frac{س}{٢}$ تقع في الربع الأول.

تدريب ٥

$ظـا \frac{س}{٢} = \frac{جا ٠,٥ س}{جتا ٠,٥ س} = \pm \sqrt{\frac{١ - جتا س}{١ + جتا س} \times \frac{١ - جتا س}{١ - جتا س}}$

$= \pm \frac{١ - جتاس}{جا س}$

التمارين والمسائل

١) أ) جتا ٥٠° جتا ١٠° − جا ٥٠° جا ١٠°

= جتا (٥٠° + ١٠°) = جتا ٦٠° = ٠,٥

ب) جتا ٧٠° جتا ٢٥° + جا ٧٠° جا ٢٥°

= جتا (٧٠° − ٢٥°) = جتا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

جـ) جتا $\frac{\pi}{٦}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

د) جا $\frac{\pi}{٨}$ = $\pm\sqrt{\frac{١ - \text{جتا}\frac{\pi}{٤}}{٢}}$

هـ) ظا $\frac{\pi ٥}{١٢}$ = $\frac{١ - \text{جتا}\frac{\pi ٥}{٦}}{\text{جا}\frac{\pi ٥}{٦}}$ = ٢ + $\sqrt{٣}$ (متطابقة / تدريب ٥)

٢) $\frac{\frac{\text{ع}^{٢}\ \text{جا}^{٢}\text{س}}{\text{جـ}}}{\frac{\text{ع}^{٢}\ \text{جا}٢\text{س}}{\text{جـ}}}$ = $\frac{١}{٢}$ ظاس

٣) أ) الطرف الأيمن: $\frac{\text{ظتا س} - ١}{\text{ظتا س} + ١}$ = $\frac{\frac{\text{جتاس} - \text{جاس}}{\text{جاس}}}{\frac{\text{جتاس} + \text{جاس}}{\text{جاس}}}$ بالضرب في مرافق البسط

= $\frac{\text{جتا}٢\text{س}}{١ + \text{جا}٢\text{س}}$

ب) الطرف الأيسر: $\frac{١ - \text{جتا}\ ٢\text{س}}{\text{جا}\ ٢\text{س}}$ = $\frac{١ - (١ - ٢\text{جا}^{٢}\text{س})}{٢\text{جاس جتاس}}$

= $\frac{٢\text{جا}^{٢}\text{س}}{٢\text{جاس جتاس}}$ = ظا س

جـ) الطرف الأيمن: ظا٢س $= \frac{\text{جا ٢س}}{\text{جتا ٢س}} = \frac{\text{٢جاس جتاس}}{\text{جتا}^{٢}\text{س} - \text{جا}^{٢}\text{س}}$

بالقسمة على جا س جتا س لجميع الأطراف

$$\frac{٢}{\text{ظتاس} - \text{ظاس}}$$

د) الطرف الأيمن: ٤ جتا^{٢}س$-$ (٢جاس جتاس)^{٢} $=$ ٤ جتا^{٢}س $-$ ٤ جا^{٢}س جتا^{٢}س

$=$ ٤جتا^{٢}س (١ $-$ جا^{٢}س) $=$ ٤جتا^{٤}س

هـ) الطرف الأيسر: $\frac{١}{\text{ظتاس} + \text{ظاس}} = \frac{١}{\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} + \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}}$ توحيد المقامات

$= \text{جا س جتا س} = \frac{\text{جاس}}{\text{قاس}}$

و) الطرف الأيمن : $\frac{١ - \text{جتاهـ}}{١ + \text{جتاهـ}} \times \frac{١ - \text{جتاهـ}}{١ - \text{جتاهـ}}$

$= \frac{(١ - \text{جتاهـ})^{٢}}{١ - \text{جتا}^{٢}\text{هـ}} = \frac{١ - ٢\ \text{جتاهـ} + \text{جتا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جا}^{٢}\text{هـ}}$ توزيع جا^{٢}هـ في المقام

$= (\text{قتا هـ} - \text{ظتا هـ})^{٢}$

ز) الطرف الأيمن: ظتا $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{جتا ٠,٥س}}{\text{جا ٠,٥س}} = \pm \sqrt{\frac{١ + \text{جتا س}}{١ - \text{جتا س}} \times \frac{١ + \text{جتا س}}{١ + \text{جتا س}}}$

$= \pm \frac{١ + \text{جتاس}}{\text{جاس}}$

ح) الطرف الأيمن: $\frac{\text{٢جا جـ جتا جـ} \times \text{جتا جـ}}{(١ + ٢\ \text{جتا}^{٢}\text{جـ} - ١)(١ + \text{جتا جـ})} = \frac{\text{جا جـ}}{١ + \text{جتاجـ}} = \text{ظا}\frac{\text{جـ}}{٢}$

٤) ظا ٢جـ $= \frac{\text{٢ظا جـ}}{\text{١ − ظا}^{٢}\text{جـ}} = \frac{٧}{٣٥}$ بالضرب التبادلى، ثم التبسيط ينتج :

$\text{ظا}^{٢}$ جـ + ١٠ظاجـ − ١ = ٠

ومنه قيم جـ هي: $\frac{-١٠ \pm \sqrt{١٠٤}}{٢}$

٥) أ) جتا ٢هـ $= \frac{٧}{٢٥}$

ب) جا ٢هـ $= \frac{-٢٤}{٢٥}$

جـ) ظا ٢هـ $= \frac{-٢٤}{٧}$

د) جا $\frac{\text{هـ}}{٢} = \frac{١}{\sqrt{١٠}}$ (الزاوية $\frac{\text{هـ}}{٢}$ تقع في الربع الثاني)

هـ) جتا $\frac{\text{هـ}}{٢} = \frac{-٣}{\sqrt{١٠}}$

و) ظا $\frac{\text{هـ}}{٢} = \frac{-١}{٣}$

٦) جتا $(\frac{\text{أ} - \text{ب}}{٢})$ = جتا $\frac{\text{أ}}{٢}$ جتا $\frac{\text{ب}}{٢}$ + جا $\frac{\text{أ}}{٢}$ جا $\frac{\text{ب}}{٢}$

$= \sqrt{\frac{٨}{١٠}} \times \sqrt{\frac{٩}{١٠}} + \sqrt{\frac{٢}{١٠}} \times \sqrt{\frac{١}{١٠}}$

= ٠,٩٨

ملاحظة: يمكن حل السؤال بطريقة أخرى؛ باستخدام متطابقة نصف الزاوية.

نتاجات التعلم

- يتعرف المعادلة المثلثية.
- يحل المعادلة المثلثية بيانيًّا.
- يحل المعادلة المثلثية جبريًّا.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- معادلة مثلثية، الحل الأولي، الحل العام.

التكامل الرأسي

- حل المعادلات بأنواعها في الصفوف من السادس وحتى العاشر.

التعلم القبلي

- متطابقات مثلثية، قوانين النسب المثلثية، رسم المنحنيات.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب، الصفحات (٢٠٣- ٢٠٧).
- برمجيات رسم المنحنيات

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي، الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التفكير الناقد (التحليل).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة في مفهوم المعادلة، ومفهوم حلّ المعادلة وأنواع المعادلات التي وردت في الصفوف السابقة؛ من خلال عرض خريطة مفاهيمية تحوي أنواع المعادلات التي تعلمها الطالب سابقًا.

٢- كتابة السؤال الآتي على اللوح: "ما قيمة س حيث جاس= ٠,٥ ؟"

٣- الاستماع إلى إجابات الطلبة من خلال التخمين، للوصول إلى قيم س، ثم تقديم مفهوم المعادلة المثلثية وحلها .

٤- كتابة تعريف المعادلة المثلثية على اللوح، وتكليف أكثر من طالب بقراءة التعريف، وتحديد الشروط الواردة فيه، والتنويه إلى الفرق بين المعادلة والمتطابقة.

٥ – مناقشة مثال (١) لتقديم حل المعادلة المثلثية بيانيًا من خلال رسم منحنى جتاس والمستقيم ص= ٠,٥ ، ثم توضيح أن نقط تقاطع المنحنيين هي حل المعادلة المثلثية، يمكن طرح السؤال التالي: " ما الزاوية/ الزوايا التي يكون جيب تمامها يساوي ٠,٥ ؟ ومنه يمكن تقديم الحل الجبري الأولي للمعادلة المثلثية، طرح السؤال " هل يوجد زوايا أخرى غير ٦٠° ، ١٢٠° ، يكون جيب تمامها ٠,٥؟ لاستدراج الطلبة للوصول إلى الحل العام للمعادلة المثلثية.

٦ – تأكيد ربط الحل العام للمعادلة المثلثية بدورة الاقتران.

٧ – تكليف الطلبة بحل تدريب (١) مع المتابعة وتقديم التغذية الراجعة، يمكن استخدام برمجيات رسم المنحنيات للحصول على نتيجة سريعة ودقيقة.

٨ – مناقشة المثالين (٢)، (٣) لتعميق فهم الطلبة حول حل المعادلة المثلثية وإيجاد الحل الأولي و الحل العام.

٩ – تكليف الطلبة بحل التدريبين (٢)، (٣) لتدريبهم على حل المعادلات المثلثية، مع المتابعة و تقديم التغذية الراجعة.

١٠– تنبيه الطلبة عند حل تدريب ٣ إلى توحيد الزوايا.

١١– مناقشة المثالين (٤)، (٥) لتوضيح صور أخرى للمعادلات المثلثية، حيث يمكن استخدام المتطابقات للحصول على صورة مكافئة للمعادلة ثم حلها،وطرح حلول متعددة عند حل المعادلة المثلثية ومناقشتها بمشاركة الطلبة، لتوضيح أنه يوجد أكثر من مسار للحل.

١٢– تنبيه الطلبة عند مناقشة مثال (٤) إلى أنه يمكن تحويل جتا٢س إلى ١– ٢ جا٢س ، وبالتالي الوصول إلى نفس النتيجة.

١٣– ختم الدرس من خلال توجيه السؤال "ماذا تعلمنا اليوم؟" والاستماع إلى إجابات الطلبة.

١٤– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل الكتاب، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة والدعم الازم لهم.

الأخطاء الشائعة

– قد يخلط بعض الطلبة بين المعادلة والمتطابقة، ويمكن تنبيه الطلبة إلى أنَّ المعادلة تحتاج إلى حل، أما المتطابقة فتحتاج إلى برهان.

– قد يقوم الطلبة بالاختصار بين طرفي المعادلة المثلثية كما في المثال الآتي:

جاس جتاس = ٠,٥ جاس ؛ حيث يختصر الطلبة جاس من طرفي المعادلة، وهذا خطأ .

يمكن التنبيه إلى تلك الأخطاء من خلال مناقشتها أثناء تنفيذ الدرس.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل المعادلات الآتية :

أ) جتاس = ٠,٥ ، س ∈ [٠، ٢π]

ب) ظا س = ١ ، س ∈ [٠، ٢π]

الحل:

أ) س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ن π ، س = $\frac{\pi ١١}{٦}$ + ٢ن π

ب) س = $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ن π ، س = $\frac{\pi ٥}{٤}$ + ٢ن π

إثراء

– حل المعادلة الحل الأولي والعام :

٣قا^{٢} س – ٥ قاس – ٢ = ٠

الحل:

(قا س – ٢) (٣ قاس + ١) = ٠

جتاس = ٠,٥ ومنه س = $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ن π ، أو س = $\frac{\pi ٥}{٣}$ + ٢ن π

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل، الملاحظة، مراجعة الذات، الورقة والقلم.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٤–١) البند (٦)، قائمة الرصد (١–٢)، سجل وصف سير التعلم (١–٣)، اختبار قصير.

التدريبات

تدريب ٢

جتا ٢س = ٠,٥ س ∈ [٠، π]

٢س = $\frac{\pi}{٣}$ ومنه س = $\frac{\pi}{٦}$

أو ٢س = $\frac{\pi٥}{٣}$ ومنه س = $\frac{\pi٥}{٦}$

تدريب ٣

٢ جا $\frac{س}{٢}$ جتا $\frac{س}{٢}$ − جا $\frac{س}{٢}$ = ٠

جا $\frac{س}{٢}$ (٢ جتا $\frac{س}{٢}$ − ١) = ٠

جا $\frac{س}{٢}$ = ٠ ومنه $\frac{س}{٢}$ = ٠ ومنه س = ٠

أو $\frac{س}{٢}$ = π ومنه س = ٢ π

(٢ جتا $\frac{س}{٢}$ − ١) = ٠ ومنه جتا $\frac{س}{٢}$ = ٠,٥

$\frac{س}{٢}$ = $\frac{\pi}{٣}$ ومنه س = $\frac{\pi٢}{٣}$

أو $\frac{س}{٢}$ = $\frac{\pi٥}{٣}$ ومنه س = $\frac{\pi١٠}{٣}$ س ∉ [٠، π] وهذه ترفض لأنها خارج الفترة.

التمارين والمسائل

١) أ) جتاس (جاس − ٠,٥) = ٠

جتاس = ٠ ومنه س = $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π أو س = $\frac{\pi٣}{٢}$ + ٢ن π

أو (جاس − ٠,٥) = ٠ ومنه جاس = ٠,٥

س = $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ن π أو س = $\frac{\pi٥}{٦}$ + ٢ن π

ب) (٢ جاس جتاس)^{٢} + جتا^{٢}س = ٠

٤ جا^{٢}س جتا^{٢}س + جتا^{٢}س = ٠

جتا^{٢}س (٤ جا^{٢}س + ١) = ٠

إما جتا^{٢}س = ٠ ومنه س = $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π أو س = $\frac{\pi٣}{٢}$ + ٢ن π

أو ٤ جا^{٢}س + ١ = ٠ ترفض

جـ) ٢ جتا^{٢} س − ١ + جتا س + ١ = ٠

٢ جتا^{٢} س + جتا س = ٠

جتاس (٢جتا س + ١) = ٠

إما جتا س = ٠ ومنه س= $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π أو س = $\frac{\pi٣}{٢}$ + ٢ن π

أو ٢جتا س +١=٠ ومنه جتاس = −٠,٥

س= $\frac{\pi٢}{٣}$ + ٢ن π أو س= $\frac{\pi٤}{٣}$ + ٢ن π

د) جا^{٢}س = $\frac{١}{٢}$ ومنه جاس = $\pm \frac{١}{\sqrt{٢}}$

س= $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ن π أو س= $\frac{\pi٣}{٤}$ + ٢ن π

أو س= $\frac{\pi٥}{٤}$ + ٢ن π ، س= $\frac{\pi٧}{٤}$ + ٢ن π

هـ) جتاس − ٢جتاس جاس = ٠

جتاس(١ − ٢جاس) = ٠

جتاس = ٠ ومنه س= $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π ، س= $\frac{\pi٣}{٢}$ + ٢ن π

أو جاس = $\frac{١}{٢}$ ومنه س= $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ن π ، س= $\frac{\pi٥}{٦}$ + ٢ن π

و) جاس+ جا $\frac{س}{٢}$ = ٠ توحيد الزوايا

٢ جا $\frac{س}{٢}$ جتا $\frac{س}{٢}$ + جا $\frac{س}{٢}$ = ٠

جا $\frac{س}{٢}$ (٢جتا $\frac{س}{٢}$ + ١) = ٠

جا $\frac{س}{٢}$ = ٠ ومنه $\frac{س}{٢}$ = ٠ أو $\frac{س}{٢}$ = π

إذن س= ٠ +٤ن π أو س= ٢ π + ٤ن π

أو ٢جتا $\frac{س}{٢}$ + ١ = ٠ ومنه جتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{-١}{٢}$

$\frac{س}{٢}$ = $\frac{\pi٢}{٣}$ أو $\frac{س}{٢}$ = $\frac{\pi٤}{٣}$

س= $\frac{\pi٤}{٣}$ + ٤ن π أو س= $\frac{\pi٨}{٣}$ + ٤ن π

ز) $\frac{\text{١ + جا س}}{\text{جتا س}} + \frac{\text{جتا س}}{\text{١ + جا س}} = ٤$

$\frac{٢(١ + \text{جا س})(٢\text{جتا س} - ١)}{\text{جتاس}(١ + \text{جا س})} = ٠$ فك الأقواس والضرب التبادلي

ومنه: جاس = −١ ، س= $\frac{\pi ٣}{٢}$ + ٢ن π

جتاس = ٠,٥ ، ومنه س= $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ن π ، أو س= $\frac{\pi ٥}{٣}$ + ٢ن π

ح) جتا٢س − جا^{٢} س + ٢ = ٠

١ − ٢ جا^{٢} س − جا^{٢} س + ٢ = ٠

−٣جا^{٢} س + ٣ = ٠

جا^{٢} س = ١

جا س = ± ١ ومنه س= $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π ، أو س= $\frac{\pi ٣}{٢}$ + ٢ن π

٢) أ) −٢جا^{٢} س − جاس + ١ = ٠

ب) ظاس = ١

جـ)٥قا^{٢} س −٦قاس = ٠

د) قتا^{٢} س −٣قتاس = ٠

٣) أ) لا يوجد حل

ب) حلان ، في الربع الأول والثالث.

جـ) لا يوجد حلول لأنَّ الظل مقلوب الظتا.

٤) أ) بالقسمة ينتج أنَّ ظاهـ = $\sqrt{٣}$ ومنه هـ = $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ن π ، أو هـ = $\frac{\pi ٤}{٣}$ + ٢ن π

ب) باستخدام المتطابقة جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١

قيم ب هي: ± ٢

٥) الإحداثي السيني لنقاط تقاطع المنحنيين يساوي حل المعادلة جبريًّا ويكون ذلك عندما

س = ٠ ، π ، $\frac{\pi}{٣}$ ، $\frac{\pi ٥}{٣}$ ، س ∈ [٠ ، ٢π]

٦) ١١ = ٢١ − ٢٠ جتا ٣ ن π

١ = ٢جتا٣ ن π

جتا٣ن π = $\frac{١}{٢}$ ، ومنه ٣ن π = $\frac{\pi}{٣}$ ومنه ن = $\frac{١}{٩}$ دقيقة

أو ٣ن π = $\frac{\pi ٥}{٣}$ ، ومنه ن = $\frac{٥}{٩}$ دقيقة

١) أ) $\frac{\pi ٥}{١٢}$ ب) $\frac{\pi}{٨}$

٢) أ) ١٨ ب) ٢١٠°

٣) أ) ١ ب) ظتا^{٢} هـ

جـ) قـا^{٣} هـ د) جتا^{٢} هـ

هـ) ٢ جتا^{٢} هـ و) – ظتاهـ

٤) أ) $\frac{١}{٢}$ جـا٢هـ ب) جا^{٣} هـ

جـ) $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جاهـ}}$ = ١ د) $\frac{١ - ٢\text{جا}^{٢}\text{هـ}}{\text{جا}^{٢}\text{هـ} - \text{جا}^{٤}\text{هـ}}$

٥) أ) ٠,١٦ π ب) ٢ π

جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{\pi ٣}{٤}$

٦) أ) $\frac{\text{ع جا٢س}}{\text{جـ}}$ ب) د = $\frac{١٠\text{جا}٤٥^{\circ}}{١٠}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ مترًا

٧) أ) افرض ص = ١ – جتا س

$$\frac{\text{جاس} - \text{جتاس} + ١}{\text{جاس} + \text{جتاس} - ١} = \frac{\text{جاس} + \text{ص}}{\text{جاس} - \text{ص}} \times \frac{\text{جاس} + \text{ص}}{\text{جاس} + \text{ص}}$$

بالتبسيط ينتج : $\frac{٢\text{جاس}\,(١ - \text{جتاس}) + ٢(١ - \text{جتاس})}{-٢\text{جتاس}\,(\text{جتاس} - ١)}$ إخراج عامل مشترك (١– جتاس)

$$= \frac{٢\,(١ - \text{جتاس})(\text{جاس} + ١)}{-٢\text{جتاس}\,(\text{جتاس} - ١)} = \frac{\text{جاس} + ١}{\text{جتا س}}$$

ب) $\frac{\text{ظاس} + \text{قاس} - ١}{\text{قتاس} - \text{قاس} + ١}$ افرض ص= قاس – ١

$$\frac{\text{ظاس} + \text{ص}}{\text{ظاس} - \text{ص}} \times \frac{\text{ظاس} + \text{ص}}{\text{ظاس} + \text{ص}}$$ بالتبسيط

$$\frac{٢\text{قاس}(\text{قاس}-١)+٢\text{ظاس}(\text{قاس}-١)}{-٢(١-\text{قاس})}$$

$= \text{قاس} + \text{ظاس}$

$= \text{جتا}^{٢}\text{س}$

جـ) $\dfrac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} + \dfrac{١}{\text{جا}^{٢}\text{س}} = \dfrac{\text{جا}^{٢}\text{س} + \text{جتا}^{٢}\text{س}}{\text{جا}^{٢}\text{س}\ \text{جتا}^{٢}\text{س}}$

$= \text{قا}^{٢}\ \text{س}\ \text{قتا}^{٢}\ \text{س}$

د) بفك الأقواس ينتج :

$\text{جا}^{٢}\ \text{س} + \text{جتا}^{٢}\ \text{س} + \text{جا س جتاس} + \text{جا}^{٢}\ \text{س} - \text{جا س جتاس} + \text{جتا}^{٢}\ \text{س} = ٢$

هـ) $\dfrac{١ - \text{جتا}^{٢}\text{س}}{١ - \text{جتاس}} = ١ + \text{جتاس}$

و) بفك الأقواس ينتج:

$\text{ب}^{٢}\ (\text{جتا}^{٢}\ \text{س} + \text{جا}^{٢}\ \text{س})(\ \text{جتا}^{٢}\ \text{س} + \text{جا}^{٢}\ \text{س}) = \text{ب}^{٢}$

ز) جا ٨س= ٢ جا ٤س جتا ٤س = ٤ جا٢س جتا ٢س جتا ٤س

$= ٨\ \text{جاس جتا س جتا}٢\text{س جتا ٤س}$

ح) بفك الأقواس :

$\text{جتا}^{٢}\ \text{س} + \text{جا}^{٢}\ \text{س} + ٤(\text{جتا}^{٢}\ \text{س} + \text{جا}^{٢}\ \text{س}) = ٥$

٨) أ) $٢\ \text{جتا}^{٢}\ \text{س} + \text{جاس} - ١ = ٢ - ٢\text{جا}^{٢}\ \text{س} + \text{جاس} - ١$

$٢\text{جا}^{٢}\ \text{س} - \text{جاس} - ١ = ٠$

$(٢\text{جاس} + ١)(\text{جاس} - ١) = ٠$

ومنه قيم س هي: $\dfrac{\pi ٧}{٦} + ٢\text{ن}\pi$ ، $\dfrac{\pi ١١}{٦} + ٢\text{ن}\pi$ ، $\dfrac{\pi}{٢} + ٢\text{ن}\pi$

ب) ٢ – جاس = ٢ جتا^{٢} س

جاس(٢جاس−١) = ٠

جا س = ٠ ومنه س= ٠ + ٢ن π ، π + ٢ن π

أو ٢جاس−١= ٠ ومنه س= $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ن π ، $\frac{\pi ٥}{٦}$ + ٢ن π

جـ) جاس + جتا^{٢} س = ١

– جا^{٢} س + جاس = ٠

جاس =٠ ومنه قيم س هي: ٠ + ٢ن π ، π + ٢ن π

أو جاس = ١ ومنه قيم س هي: $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π

د) قا^{٢} س – ظا^{٤} س = −١

١+ ظا^{٢} س – ظا^{٤} س = −١

(– ظا^{٢} س +٢) (ظا ^{٢} س +١) = ٠

ظا^{٢} س = −١ ترفض

ظا^{٢} س = ٢

ظا س = ± $\sqrt{٢}$ أربعة حلول مختلفة أو إجابات.

هـ) ٤ جاس = ٤ قتاس

جا^{٢} س = ١

قيم س هي: $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π ، $\frac{\pi ٣}{٢}$ + ٢ن π

و) جا^{٢}س – جتاس = ٠

٢ جاس جتاس – جتا س = ٠

جتاس(٢جاس −١) = ٠

جتاس =٠ قيم س هي: $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π ، $\frac{\pi ٣}{٢}$ + ٢ن π

أو جاس = $\frac{١}{٢}$ قيم هي: $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ن π ، $\frac{\pi ٥}{٦}$ + ٢ن π

ز) جاس + جتا٢س – جا٣س = ٠

لاحظ أنَّ : جاس– جا٣س = –٢ جتا ٢س جاس

–٢ جتا٢س جاس + جتا٢س = ٠

جتا٢س(–٢ جاس +١) = ٠

جتا٢س = ٠ منه ٢س = $\frac{\pi}{٢}$ أو ٢س = $\frac{\pi ٣}{٢}$

س= $\frac{\pi}{٤}$ + ن π أو س= $\frac{\pi ٣}{٤}$ + ن π

أو –٢جاس +١ = ٠

جاس = $\frac{١}{٢}$ ، ومنه س= $\frac{\pi}{٦}$ + ٢ن π أو س= $\frac{\pi ٥}{٦}$ + ٢ن π

٩) أ) قتا^{٢} س – ظتا^{٢} س = ١

ظتاس × ظاس = ١ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

ب) ظتا^{٢} س – جتا^{٢} س = ظتا٢ س جتا٢ س

الطرف الأيمن بتوحيد المقامات ينتج:

$$\frac{\text{جتا}^{٢}\text{س (١ – جا}^{٢}\text{س)}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} = \text{ظتا}^{٢}\text{ س جتا}^{٢}\text{ س}$$

جـ) جتا (– س) = جتاس ، جا (– س) = – جاس

ومنه جتاس × جتا (– س) – جاس × جا(– س) = ١

د) الطرف الأيسر:

$$\text{ظاس + ظتا س} = \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} + \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} = \frac{\text{جتا}^{٢}\text{س + جا}^{٢}\text{س}}{\text{حا س جتاس}}$$

= قاس قتاس

هـ) قتا س – جاس = $\frac{١}{\text{جاس}}$ – جاس توحيد المقامات

$$\frac{١ - \text{جا}^{٢}\text{س}}{\text{جاس}} = \frac{\text{جتا}^{٢}\text{س}}{\text{جاس}} = \text{ظتا س جتاس}$$

و) جاس قتاس + ظتا^{٢} س = قتا^{٢} س

جاس × $\frac{١}{\text{جاس}}$ + ظتا^{٢} س = ١ + ظتا^{٢} س = قتا^{٢} س

١٠)

الطرف الأيمن: $\frac{\text{ظتاأ}}{١ + \text{ظتاأ}} \times \frac{\text{ظتاب}}{١ + \text{ظتاب}}$

$= \frac{\frac{١}{\text{ظاأ}}}{١ + \frac{١}{\text{ظاأ}}} \times \frac{\frac{١}{\text{ظاب}}}{١ + \frac{١}{\text{ظاب}}}$

$= \frac{\frac{١}{\text{ظاأ}}}{\frac{\text{ظاأ} + ١}{\text{ظاأ}}} \times \frac{\frac{١}{\text{ظاب}}}{\frac{\text{ظاب} + ١}{\text{ظاب}}}$

$= \frac{١}{\text{ظاأ} + ١} \times \frac{١}{\text{ظاب} + ١}$

$= \frac{١}{\text{ظاأ ظاب} + \text{ظا أ} + \text{ظاب} + ١}$ (ظا (أ + ب) = ظا ٢٢٥ = ١ ، ١ − ظا أ ظا ب = ظا أ + ظا ب)

$= \frac{١}{\text{ظاأ ظاب} + \text{ظا أ} + \text{ظاب} + ١} = \frac{١}{٢}$

١١) ف= ع× ن

ف= ٦ × $\frac{٢٢}{٦٠}$ = ٢,٢ كم

ل= نق × هـ

٢,٢ = ٧ × هـ ومنه هـ = $\frac{٢,٢}{٧}$

١٢) أ) قيمة أ = $\frac{\pi ٥}{٣}$ ب) إحداثيا النقطة جـ هي: ($\frac{\pi}{٦}$ ، ١)

جـ) $\frac{\pi}{٣}$ د) (٠ ، ٠,٨٦)

١٣)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
رمز الإجابة	ب	ب	جـ	جـ

ورقة العمل (٤-١)

استعن بالشكل (٤–٨) من الكتاب، ثم املأ الجدول الآتي:

الزاوية (هـ)	جاهـ	جتاهـ	جا^{٢}هـ	جتا^{٢} هـ	جا^{٢}هـ + جتا^{٢} هـ
٣٠					
٦٠					
٤٥					
٩٠					
١٢٠					

ماذا تلاحظ؟

استراتيجية التقويم: التواصل

أداة التقويم: سلّم التّقدير (٤ – ١)

الرقم	مؤشرات الأداء	ممتاز	جيّد جدًّا	جيّد	متوسط	ضعيف
١	**التقدير الدائري والقياس الستيني** – يتعرف التقدير الدائري والقياس الستيني. – يحول قياس زاوية من التقدير الدائري إلى القياس الستيني. – يحول قياس زاوية من القياس الستيني إلى التقدير الدائري. – يجد طول قوس في دائرة تقابل زاوية مركزية هـ					
٢	**قوانين الاقترانات المثلثية** – يحسب الاقترانات المثلثية؛ باستخدام زاوية المرجع. – يحسب الاقترانات المثلثية لزاوية يمر ضلع الانتهاء لها بنقطة في المستوى الإحداثي. – يستخدم قوانين الاقترانات المثلثية للحصول على مقادير مكافئة.					
٣	**اقترانات الجيب ، جيب التمام، الظل** – يرسم اقتران الجيب. – يرسم اقتران جيب التمام. – يرسم اقتران الظل. – يحدد المجال والمدى والدورة والسعة لاقتران مثلثي. – يصف سلوك منحنى اقتران مثلثي تحت تأثير تحويل هندسي(انسحاب رأسي وأفقي).					

الرقم	مؤشرات الأداء	ممتاز	جيّد جدًّا	جيّد	متوسط	ضعيف
٤	**المتطابقات المثلثية ١** – يحلل متطابقات تشمل مجموع زاويتين. – يحلل متطابقات تشمل الفرق بين زاويتين. – يبرهن متطابقات تشمل مجموع زاويتين. – يبرهن متطابقات تشمل الفرق بين زاويتين.					
٥	**المتطابقات المثلثية ٢** – يحلل متطابقات تشمل ضعف الزاوية. – يحلل متطابقات تشمل نصف الزاوية. – يبرهن متطابقات تشمل ضعف الزاوية. – يبرهن متطابقات تشمل نصف الزاوية.					
٦	**حل المعادلات المثلثية** يميز معادلة مثلثية. يحل معادلة مثلثية الحل الأولي. يحل معادلة مثلثية الحل العام.					

ممتاز: يبدي فهمًا عميقًا و لا يحتاج للمساعدة.
جيد جدًّا: يبدي فهمًا، وقد يحتاج للمساعدة.
جيد: يبدي فهمًا جزئيًّا، وقد يحتاج للمساعدة .
متوسط : يبدي فهمًا ضعيفًا، ويحتاج للمساعدة.
ضعيف : لا يبدي فهمًا، ويحتاج للمساعدة.

استراتيجية التقويم: الورقة والقلم.

أداة التقويم: اختبار في الوحدة الرابعة

اختبار

١) حول الزوايا الآتية من القياس الستيني إلى التقدير الدائري:

٤٥° ، ١٥٠°

٢) حول الزوايا الآتية من التقدير الدائري إلى القياس الستيني:

٣π ، $\frac{٤\pi}{٣}$

٣) أثبت صحة المتطابقات الآتية:

أ) جا^{٢} س – جتا^{٢} س = ٢ جا^{٢} س – ١

ب) جاس (١+ظاس) = ظاس(جاس + جتاس)

٤) حل المعادلات الآتية :

أ) ٤ظتا س جتا^{٢} س = ٢ ظتا س

ب) ٢ جا^{٢} س + ٣جتاس –٣ = ٠

١) $\frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{\pi ٥}{٦}$

٢) ٥٤٠° ، ٢٤٠°

٣) أ) الطرف الأيمن: جا^{٢} س – جتا^{٢} س

= جا^{٢} س – ١ + جا^{٢} س

= ٢ جا^{٢} س – ١

ب) جاس (١+ظاس) = ظاس(جاس +جتاس) بفك الأقواس

جاس = ظاس جاس

ومنه : جاس = جاس

٤)

أ) ٤ظتا س جتا^{٢} س = ٢ ظتا س ترتيب الحدود وإخراج عامل مشترك

٢ ظتاس(٢جتا^{٢} س –١) = ٠

س= $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ن π ، $\frac{\pi ٣}{٢}$ + ٢ن π

أو س= $\frac{\pi}{٤}$ + ٢ن π ، $\frac{\pi ٧}{٤}$ + ٢ن π

س= $\frac{\pi ٣}{٤}$ + ٢ن π ، $\frac{\pi ٥}{٤}$ + ٢ن π

ب) ٢ جا^{٢} س + ٣جتاس – ٣ = ٠ باستخدام المتطابقة جا^{٢}س + جتا^{٢} س =١ والتحليل

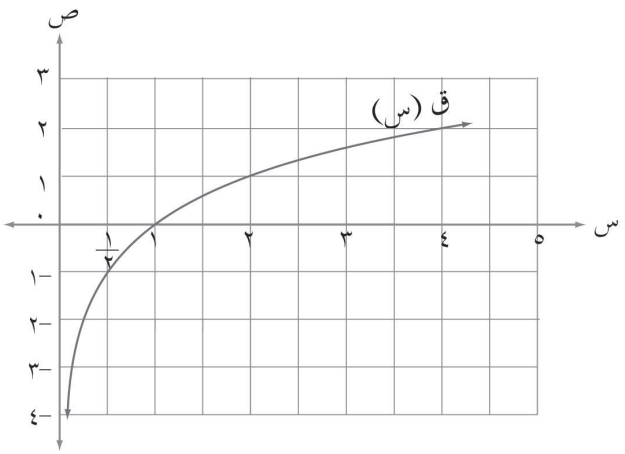
س= $\frac{\pi}{٣}$ + ٢ن π ، $\frac{\pi ٥}{٣}$ + ٢ن π

أو س = ٠ + ٢ن π

٥ الوحدة الخامسة

الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

نواجه في حياتنا مسائل تتضمن مقادير حسابية يصعب التعامل معها بالطرائق التقليدية، وعليه لابد من البحث عن طرائق وقوانين جديدة لتسهيل الحسابات، سنتعرف في هذه الوحدة الاقترانات الأسية واللوغاريتمية التي نستفيد منها في تبسيط المقادير الحسابية من خلال قوانين الأسس واللوغاريتمات وتطبيقاتها الفيزيائية والبيولوجية ومعادلات النمو والاضمحلال وغيرها من التطبيقات.



يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرا على:

- تحويل الاقترانات من الصيغة الأسية إلى الصيغة اللوغاريتمية وبالعكس.
- توضيح العلاقة بين قوانين الأسس وقوانين اللوغاريتمات.
- حَلُّ معادلات أسية ولوغاريتمية.
- تمثيل الاقترانات الأسية واللوغاريتمية بيانيًّا.
- تحويل الاقترانات الأسية واللوغاريتمية (التي أساسها ب> ٠) إلى اقترانات أسية ولوغاريتمية أساسها (هـ).
- برهنة متطابقات أسية ولوغاريتمية.
- استخدام الاقترانات الأسية واللوغاريتمية في حل مسائل حياتية.
- توظيف التكنولوجيا في حساب لوغاريتمات الأعداد.

١) اكتب كلًّا مما يأتي باستخدام الأسس:

أ) ٢١٦ ب) -٣٢ جـ) ٦٢٥

٢) اكتب كلًّا مما يأتي كقوة واحدة

أ) $أ^{٣} \times أ^{٥}$ ب) $(\sqrt[٦]{١١}) \times (\sqrt[٦]{٧})$ جـ) $س^{١٧} \div س^{٧}$

د) $\frac{ع^{٧}}{ع^{٨}}$ هـ) $\frac{٢^{١٢}}{٥^{١٢}}$ و) $= \left(\frac{١}{١٤}\right)^{٥} \times (٧)^{٥}$

٣) حل المعادلات الآتية:

أ) $س^{-١} = \frac{٣}{٧}$

ب) $٧^{س} \times ٧^{٣} = ٧^{٩}$

جـ) $س^{٣} = ٧^{-٣}$

د) $(١١^{س})^{٣} = (١١)^{٢٤}$

هـ) $س^{٤} = (\sqrt[٨]{٥}) \times (\sqrt[٨]{٢})$

و) $(١٥)^{س} \div (١٥)^{٦} = (١٥)^{١٠}$

٤) يتكوّن هذا السؤال من (٥) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) حل المعادلة: $(٨١)^{س} = ٣^{٣٦}$ يساوي:

أ) ٤ ب) ٩ جـ) ١٨ د) ٣٦

(٢) حل المعادلة: $س^{٧} - ٣ = ١٢٥$ يساوي:

أ) ٢ ب) ٥ جـ) ١٢٥ د) ١٢٨

(٣) حل المعادلة: $١٠^{س} \times ١٠٠٠ = ١٠^{٢١}$ يساوي:

أ) ٧ ب) ١٧ جـ) ٢١ د) ٢٤

(٤) حل المعادلة: $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س} = \frac{٦٢٥}{١٦}$ يساوي:

أ) $\frac{-١}{٤}$ ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) ٤ د) -٤

(٥) حل المعادلة: $(١٣^{س})^{٥} = (١٣)^{٤٠}$ يساوي:

أ) ٣٥ ب) ٥ جـ) ٨ د) ٤٠

نتاجات التعلم

- يتعرف الاقتران الأسي.
- يمثل الاقتران الأسي بيانيًا.
- يستقصي خصائص الاقتران الاسي.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- الاقتران الأسي، الاقتران المتزايد، الاقتران المتناقص.

التكامل الرأسي

- قوانين الأسس في الصفين الثامن والتاسع الأساسي.

التكامل الأفقي

- برمجية إكسل في مبحث الحاسوب في الصف التاسع الأساسي.

التعلم القبلي

- قوانين الأسس، المقادير الأسية، استخدام برمجية إكسل وبرامج رسم المنحنيات على الهواتف.

مصادر التعلم

-كتاب الطالب، الصفحات (٢١٤- ٢٢٨).

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم من خلال النشاط (الرواية)، التعلم في مجموعات(فكر- انتق زميلًا- شارك).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة بمفهوم الاقتران، مجاله ومداه ، وقوانين الأسس.
٢- إثارة دافعية الطلبة وتشويقهم من خلال عرض قصة لعبة الشطرنج وعدد حبات القمح.
٣- تقديم تعريف الاقتران الأسي على اللوح، وسؤال الطلبة عن سبب ذكر الشروط على كل من (أ)، (ب) في التعريف. والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها.
٤- مناقشة مثال (١)؛ لتدريب الطلبة على تمييز الاقتران الأسي من غيره من الاقترانات.
٥- توجيه الطلبة إلى ذكر أمثلة على اقترانات أسية وأمثلة على اقترانات غير أسية.

٦ – توجيه الطلبة إلى حل تدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة لهم.

٧ – كتابة الاقتران ق (س) = (٢)^{س} على اللوح، وتوجيه الطلبة إلى إيجاد صورة الاقتران عند قيم س الآتية: ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ثم عرض اقتران أسي آخر هـ (س) = $(\frac{١}{٢})^{س}$ وتوجيههم إلى إيجاد صورة الاقتران عند قيم س السابقة واستخلاص استنتاجاتهم من خلال المثالين.

٨ – مناقشة الطلبة في المثالين (٢، ٣)؛ لاستنتاج خصائص الاقتران الأسي.

٩ – تكليف الطلبة بحل تدريب (٢) على دفاترهم ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

١٠– تقسيم الطلبة إلى (٥) مجموعات غير متجانسة، وتكليف كل مجموعة حل فرع من تدريب (٤)، ثم تعرض كل مجموعة رسم المنحنى الخاص بها، ومن خلال المناقشة يتم استقصاء خصائص الاقتران الأسي.

١١– مناقشة الطلبة في المثال (٦) لتوضيح أثر الانعكاس للاقتران الأسي في محور الصادات، ثم تكليف الطلبة بحل تدريب (٧) على دفاترهم ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٢– مناقشة الطلبة بالمثالين (٤، ٥) على اللوح ثم تكليفهم بحل التدريبين (٥، ٦) ضمن مجموعات ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم في حينه.

١٣– مناقشة الطلبة في مفهوم الاقتران الأسي الطبيعي وعلاقته بالتطبيقات الواردة في مثال (٧)، علاقة النمو والاضمحلال.

١٤– تدريب الطلبة على كيفية تمثيل الاقتران الأسي باستخدام برمجية إكسل من خلال مناقشة المثال (٨)، وذلك في مختبر الحاسوب، والتأكيد على مجال الاقتران، ومداه، المقطع الصادي من خلال الرسومات.

١٥– تكليف الطلبة بحل تدريب (٩) باستخدام برمجية إكسل.

١٦– إعطاء واجب بيتي ومتابعة حلول الطلبة وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

١٧– ختم الدرس من خلال توجيه الطلبة إلى تعبئة نموذج وصف سير التعلم.

الأخطاء الشائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد صورة عدد سالب في الاقتران الأسي فيجدون الناتج (الصورة) بالسالب.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– إذا كان ق(س) = $٢^{س} + ١$

١) فجد ق(٠) ، ق(٢) ، ق(–١) ، ق(–٢)

٢) ارسم منحنى الاقتران ق(س)

إثراء

– ارسم منحنى الاقتران ق(س) = $-٢ \times ٣^{س+١} + ٤$ ، واذكر خصائصه.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الملاحظة، التواصل، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : قائمة الرصد (٥، ١) ، نموذج سجل وصف سير التعلم (١-٣).

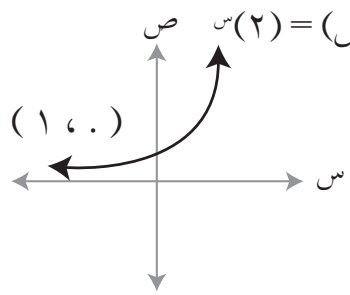
إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١) الاقترانات الأسيه: ٢، ٤، ٥

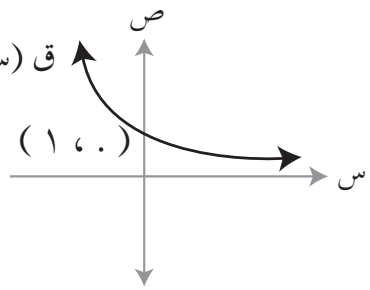
تدريب (٢)

ق (س) = (٢)^{س}



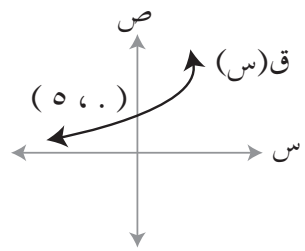
تدريب (٣)

$\left(\frac{١}{٣}\right)^{س}$ = ق (س)

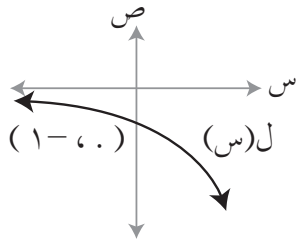


تدريب (٤)

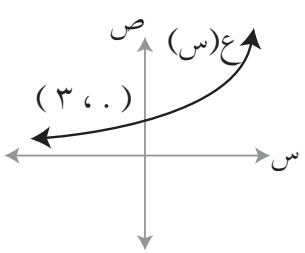
(١)



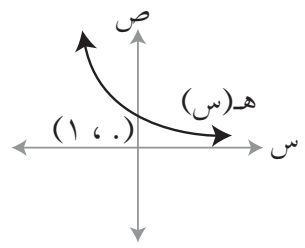
(٢)



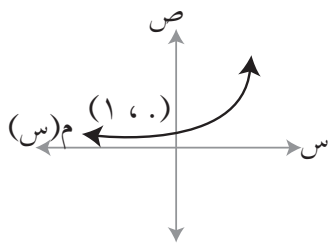
(٣)



(٤)



(٥)



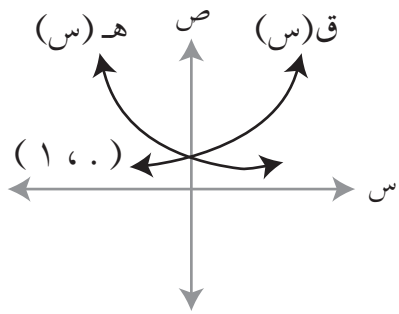
تدريب (٥) ل (س) = ٢ $\left(\frac{١}{٢}\right)^{س}$

تدريب (٦)

١) مجال هـ (س) هو ح، المدى (١،∞)، المقطع الصادي ٩

٢) مجال ل(س) هو ح، المدى (−∞،٤)، المقطع السيني ٤، المقطع الصادي ٣,٧٥

تدريب (٧)

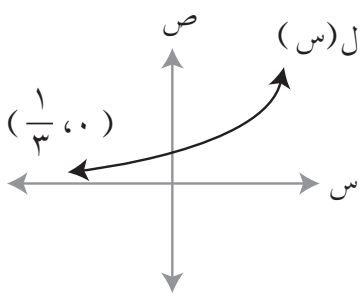


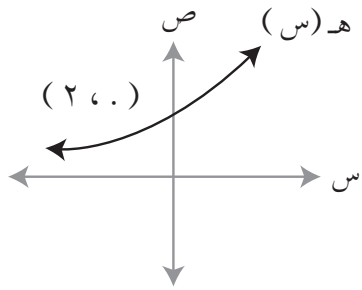
تدريب (٨)

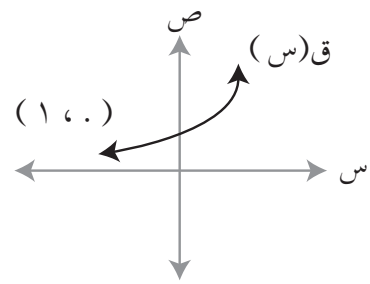
ق(س)= ٢× هـ$^{س+١}$، المقطع الصادي ٢هـ ، المجال ح، المدى (٠،∞)

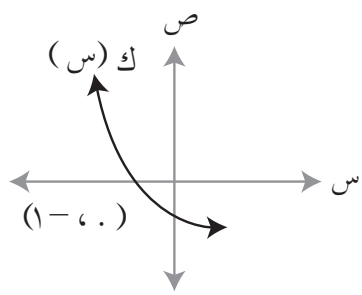
تمارين ومسائل

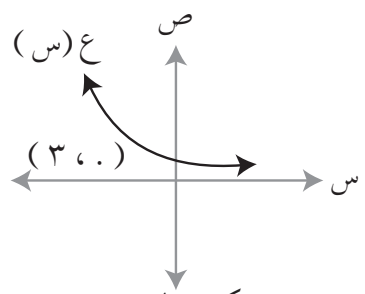
١)









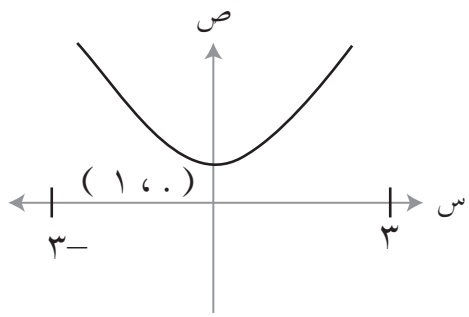


٢) عدد سكان المدينة بعد (٥) سنوات : ع$_{٢}$ = ٤٠٠٠٠(١,٠٥)^{٥} نسمة

$$ق(س) \times ق(ص) = \frac{أ^{-س} + أ^{س}}{٢} \times \frac{أ^{-ص} + أ^{ص}}{٢} = \frac{أ^{-(س+ص)} + أ^{-س+ص} + أ^{س-ص} + أ^{س+ص}}{٢ \times ٢}$$

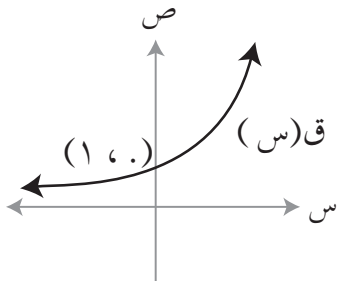
$$= \frac{١}{٢}\left(\frac{أ^{-(س+ص)} + أ^{س+ص}}{٢} + \frac{أ^{-(س-ص)} + أ^{س-ص}}{٢}\right) = \frac{١}{٢}\ (ق(س + ص) + ق(س - ص))$$

٤)

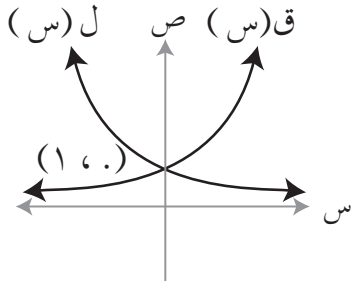


٥) محور الانعكاس هو س=٠

٦)



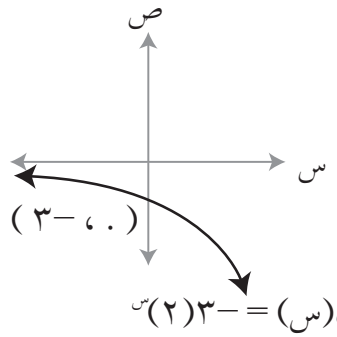
٧)



٨) م$_{٢}$ = ٣٠٠٠ (١,١)^{٣} دينارًا.

٩) ١١٨١٩٦,٤٣٥٥ دينارًا.

١٠)



فكر وناقش

م= ٠

نتاجات التعلم

– يتعرف المعادلة الأسية.
– يحل معادلات أسية.
– يتعرف المتطابقة الأسية.
– يتثبت صحة متطابقات أسية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

–معادلة أسية.
– متطابقة أسية.

التكامل الرأسي

– قوانين الأسس في الصفين الثامن والتاسع.
– حل المعادلات في الصفوف المختلفة.

التكامل الأفقي

– تطبيقات قوانين الأسس في مبحثي الفيزياء والكيمياء.

التعلم القبلي

– مفهوم المعادلة، حلّ المعادلة، مفهوم المتطابقة، قوانين الأسس، الاقتران الأسي.

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (٢٢٩– ٢٣٥).
– آلة حاسبة.

استراتيجيات التدريس

–التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم في مجموعات (المناقشة – فكر – انتق زميلًا – شارك).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة بمفهوم المعادلة وحلها، ثم سؤالهم كيف يمكن أن تكون المعادلة الأسية؟ من يعطي مثالًا على معادلة أسية؟ والاستماع إلى إجاباتهم.
٢– كتابة تعريف المعادلة الأسية على اللوح ، ثم إعطاء أمثلة على معادلات أسية، وأمثلة على معادلات غير أسية.
٣– من خلال الأسئلة والأجوبة، وبمراجعة قوانين الأسس يتم استنتاج طريقة حل المعادلة الأسية، واستنتاج التعميم الوارد في صفحة ٢٢٩
٤– مناقشة المثالين (١)، (٢) مع الطلبة على اللوح.

٥ – تكليف الطلبة بحل تدريب (١) ومتابعه حلولهم للتأكد من اكتسابهم للمعرفة وتقديم التغذية الراجعة.
٦ – مناقشة الطلبة في حل الأمثلة (٣)، (٤)، (٥).
٧ – تقسيم الطلبة الى مجموعات غير متجانسة وتكليف المجموعات بحل تدريب (٢).
٨ – مناقشة ما توصلت إليه المجموعات، وتقديم التغذية الراجعة المناسبة.
٩ – مناقشة مثال (٦) والتوضيح للطلبة أنه يمكن تغيير صورة المعادلة؛ بحيث تصبح على صورة العبارة التربيعية ثم حلها بمشاركة الطلبة.
١٠– تكليف الطلبة بحل تدريب (٣) فرادى، ويقارن كل منهم حله مع زميله في المقعد، ثم مناقشة الحل على اللوح.
١١– تقديم مفهوم المتطابقة الأسية، وكتابته على اللوح.
١٢– مناقشة المثالين (٧)، (٨) وتوضيح كيفية إثبات صحة المتطابقة.
١٣– تكليف الطلبة بحل تدريب (٤) ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة لهم.
١٤– ختم الدرس من خلال سؤال الطلبة : ما الفرق بين المعادلة الأسية، والمتطابقة الأسية؟
١٥– إعطاء واجب بيتي من التمارين والمسائل، ومتابعة حلول الطلبة لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة عند حل معادلة أسية بعدم توحيد الأساس للطرفين.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل السؤال (١) (أ)، (ب) من ورقة العمل (٥–١) .

إثراء

– حل (د) من السؤال (١) من ورقة العمل (٥–١) .

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الملاحظة.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٥– ٢).

التدريبات

تدريب (١) س = ٢

تدريب (٢) ١) س = ١ ٢) س = −٢ ٣) س = ٣

تدريب (٣)

١) س = ١ ، س = ٣ ٢) س = ٢ ٣) ص = ٥

تدريب (٤)

$٣س^{٢+} \times ٣س^{-٢} \times ٢س^{+٣} \times ٢س^{-٣} = ٣^{٢}س \times ٢^{٢}س = (٣ \times ٢)^{٢}س = (٦)^{٢}س$

تمارين ومسائل

١)

أ) س = ١ ، س = $\frac{٣}{٢}$ ب) س = ١

جـ) س = $\frac{٣}{٤}$ د) س = $\frac{٥}{٣}$

هـ) س = ٠ ، س = ١ و) ص = ٨

ز) س = ٠

٢)

أ) $٣^{\frac{١}{ن٢}} \times (١٥)^{-\frac{١}{ن}} \times (٥)^{\frac{١}{ن}} = ٣^{-\frac{١}{ن٢}}$

$٣^{\frac{١}{ن٢}} \times (٣ \times ٥)^{-\frac{١}{ن}} \times (٥)^{\frac{١}{ن}} = ٣^{\frac{١}{ن٢}} \times ٣^{-\frac{١}{ن}} \times ٥^{-\frac{١}{ن}} \times ٥^{\frac{١}{ن}} = ٣^{-\frac{١}{ن٢}} \times ٠٥ = ٣^{-\frac{١}{ن٢}}$

ب) $\frac{٢^{٢} \times ٣ \times ٢س^{-١} - ٢^{٣} \times ٢س^{+١}}{٢س^{+٢}(١ + ٢)} = \frac{٢س^{+١} \times ٣(١ - ٣)}{٣ \times ٢س^{+٢}} = -\frac{٣ \times ٢س^{+٢}}{٣ \times ٢س^{+٢}} = -١$

فكر وناقش

يمكن حل مثال (٤) بجعل الأساس (٤) وكتابة ٢٥٦ = $(٤)^{٤}$

نتاجات التعلم

- يتعرف الاقتران اللوغاريتمي.
- يحول من الصيغه الأسية الى اللوغاريتمية.
- يمثل منحنى الاقتران اللوغاريتمي بيانيًّا.
- يستقصي خصائص الاقتران اللوغاريتمي.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- اللوغاريتمات.
- اللوغاريتم الاعتيادي.
- الاقتران اللوغاريتمي.
- الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي.

التكامل الرأسي

- الاقترانات في الصفوف من الثامن إلى العاشر الأساسي.
- حل المتباينات الخطية والتربيعية بمتغير واحد في الصفين التاسع والعاشر الأساسي.

التكامل الأفقي

- تستخدم اللوغاريتمات في مبحثي الكيمياء والفيزياء.
- برمجية إكسل في مبحث الحاسوب في الصف التاسع الأساسي.

التعلم القبلي

- مفهوم الأسس، قوانين الأسس، حل المتباينات الخطية وغير الخطية بمتغير واحد.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب، الصفحات (٢٣٦– ٢٥٥).
- الآلة الحاسبة.
- برمجيات رسم المنحنيات.

استراتجيات التدريس

- التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة) ،حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (فكر – انتق زميلًا – شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد :

١ – تقديم مفهوم اللوغاريتيم من خلال نشاط يمثل الأسس للأساس (٢) واللوغاريتيم لأساس (٢) وربطهما معًا للاستنتاج أنَّ لـــو٢ س = أ يكافئ س = (٢)أ

٢ – تقديم تعريف الاقتران اللوغاريتمي وتوضيحه من خلال النشاط السابق.

٣ – مناقشة الطلبة في حل الأمثلة (١)، (٢)، (٣) مستعينًا بالتعريف.

٤ – تكليف الطلبة بحل تدريب (١)، (٢)، (٣).

٥ – متابعة حلول الطلبة وتقديم الدعم اللازم لهم.

٦ – تدريب الطلبة على تمثيل منحنى الاقتران الوارد في مثال (٤) باستخدام برمجيه إكسل .

٧ – توجيه الطلبة إلى تمثيل الاقتران الوارد في مثال (٤) من خلال تكوين الجدول، وتعيين مجموعه النقط (س،ص)من الجدول في المستوى البياني، وتوصيل النقاط بخط منحنٍ أملس، ومقارنة التمثيل اليدوي بالتمثيل الالكتروني باستخدام برمجية اكسل.

٨ – توجيه الطلبة إلى الإجابة عن مجموعة الأسئلة التي تستقصي الخصائص الآتية للاقتران اللوغاريتمي:
أ– مجال الاقتران ب– مدى الاقتران جـ– المقطع السيني للاقتران د– المقطع الصادي للاقتران.
هـ– تزايد منحنى الاقتران أو تناقصه و– هل الاقتران واحد لواحد أم لا؟

٩ – مناقشه مثال (٥) وتمثيله بيانيًا لاستنتاج أن الاقتران اللوغاريتمي هو اقتران عكسي للاقتران الأسي لنفس الأساس.

١٠– تكليف الطلبة بحل تدريب (٤)، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– مناقشة مثال (٧).بمشاركة الطلبة لتوضيح كيفية إيجاد مجال الاقتران اللوغاريتمي، ومن خلال تعريف اللوغاريتيم وحل المتباينات.

١٢– تكليف الطلبة بحل تدريب (٦) على شكل مجموعات ثنائية ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٣– تقديم مفهوم الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي الذي أساسه العدد النيبيري (هـ)، وربطه بالاقتران الأسي الطبيعي.

١٤– مناقشه المثالين (٨)، (٩) لتدريب الطلبة على رسم المنحنيات باستخدام البرمجيات.

١٥– تكليف الطلبة بحل تدريب (٨) باستخدام برمجية إكسل في تمثيل منحنى كل من الاقترانين:
ق(س) = لـــو س، ل (س) = هـس، وذلك في المستوى البياني نفسه.

١٦– تقديم مفهوم اللوغاريتيم العادي الذي أساسه (١٠)، ومناقشة مثال (٣) باستخدام الآلة الحاسبة.

١٧– ختم الدرس من خلال توجيه الطلبة إلى تعبئة نموذج وصف سير التعلم.

١٨– إعطاء واجبات بيتية ومتابعة حلول الطلبة لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

الأخطاء الشائعة

– يخطئ بعض الطلبة عند التحويل من الصورة الأسية إلى الصورة اللوغاريتمية .

– يخطئ بعض الطلبة في تحديد مجال الاقتران اللوغاريتمي.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل السؤال (٣) (أ) من ورقة العمل (٥–١) .

إثراء

– جد مجال كل من: أ) ق(س) = لـــو(س + ٣)(س – ٣)

ب) هـ (س) = لـــو$_{٢}$(س^{٢} – ٦س + ٩)

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التقويم المعتد على الأداء، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير(٥ – ٣)، نموذج وصف سير التعلم (١ – ٣).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)

١) ٦ ٢) ٤ ٣) ٤ ٤) ٢ ٥) ١ ٦) ٤

تدريب (٢)

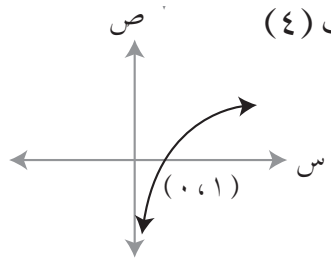
١) لـــو$_{٣}$ ٨١ = ٤ ٢) لـــو$_{٢}$ $\frac{١}{١٦}$ = –٤ ٣) لـــو$_{\frac{٣}{٤}}$ $\frac{٢٧}{٦٤}$ = ٣

٤) لـــو$_{\frac{٤}{٥}}$ $\frac{٢٥٦}{٦٢٥}$ = ٤ ٥) لـــو$_{\frac{١}{٢}}$ س^{٢} = ص

تدريب (٣)

١) ١٢٥ = (٥)^{٣} ٢) ٣ = (٩)$^{\frac{١}{٢}}$ ٣) ١٢١ = (١١)^{٢}

تدريب (٤)

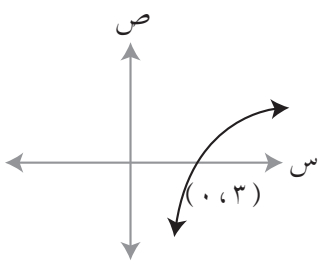


تدريب (٥)

مجال الاقتران ق (س)

س−٢>٠

س> ٢



تدريب (٦)

١)المجال: ح

٢) المجال: (−∞، −٤) ∪ (٣، ∞)

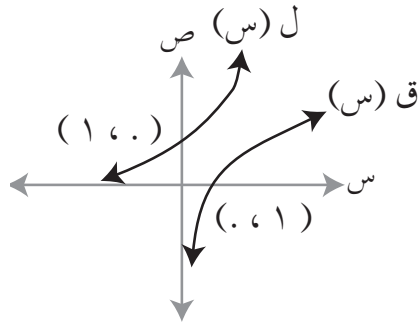
٣) المجال: (−٣، ٣)

٤) المجال: (−∞، ٢)

تدريب (٧)

أ) ٠,٤٠٥٥ ب) ٢,٠٧٩ جـ) −٥,٥٢١

تدريب (٨)

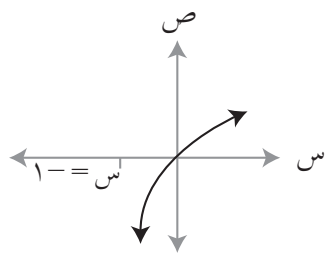


تمارين ومسائل

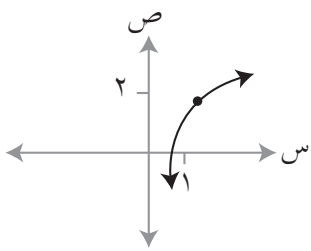
١) أ) $لو_{٣}٩ = ٢$ ب) $لو_{\frac{١}{٢}}١٦ = -٤$ جـ) $لو_{س}ص = -٢$ د) $لو_{أ}جـ = هـ + ١$

٢) أ) س = $٣^{٢}$ ب) $٢٤٣ = ٣^{٥}$ جـ) $\frac{١٦}{٦٢٥} = (\frac{٢}{٥})^{٤}$ د) ٢ = $ب^{ص}$

٣) المجال: س > −١



٤)



٥) لـــو(لـــو أ) = لـــو ١ = ٠
أ

٦) أ) مجال ق: (١، ∞) ب) مدى ق: ح جـ) متزايد د) (٢، ٠)

٧) أ) ٣,١٧٨ ب) −٦,١١٩ جـ) ٠,٨٤٧

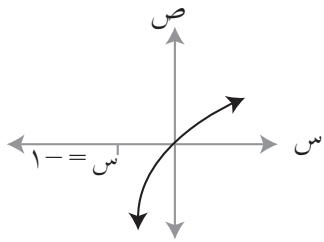
٨) لو س

٩) مجال ق: (−١، ∞)

١٠) أ) ٢٠ ب) ٣ جـ) ٢ د) ١

١١) مساحة سطح الكرة = ٢٠,٣٠٤ دسم^{٢}

١٢)



١٣) أ) (ق o ق$^{-١}$) (س) = ق(ق$^{-١}$(س)) = لـــو$_{٢}$ ق$^{-١}$ (س) = لـــو$_{٢}$ ٢^{س} = س

ب) (ق$^{-١}$ o ق) (س) = ق$^{-١}$(ق(س)) = ٢$^{ق(س)}$ = ٢ لـــو$_{٢}$ س = س

١٤) ق$^{-١}$ (س) = $\frac{\text{لو}\frac{س}{٣}}{\text{لو}٢}$ + ١

١٥) ٠,٢٦٣

نتاجات التعلم

- يستقصي قوانين اللوغاريتمات.
- يبرهن قوانين اللوغاريتمات.
- يطبق قوانين اللوغاريتمات .

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- لـــو أ
ب

التكامل الرأسي

- قوانين الأسس في الصفين الثامن والتاسع.

التكامل الأفقي

- قوانين اللوغاريتمات واستخدامها في مبحثي الكيمياء والفيزياء.

التعلم القبلي

قوانين الأسس، لوغاريتم العدد.

مصادر التعلم

-كتاب الطالب، الصفحات (٢٥٦- ٢٦٨).
- برمجيات رسم المنحنيات.

استراتيجيات التدريس

- التدريس المباشر (التدريبات والتمارين)، أخرى (الاكتشاف الموجه)، التعلم في مجموعات (المناقشة).

إجراءات التنفيذ

١- التمهيد من خلال مراجعة الطلبة بكيفية التحويل من الصورة الأسية إلى الصورة اللوغاريتمية وبالعكس.
٢- استخدام أسلوب الحوار والمناقشة من خلال تكليف الطلبة بحل مسائل عددية؛ للتوصل إلى قوانين اللوغاريتميات (القوانين (١)، (٢)، (٣)).
٣- تقسيم الطلبة إلى مجموعات وتكليف كل مجموعة ببرهنة قانون من قوانين اللوغاريتمات (١، ٢، ٣) ثم متابعة حلول الطلبة وتقديم الدعم لهم، ثم مناقشة الحلول واستعراضها من خلال المجموعات في الغرفة الصفية.
٤- حل الأمثلة (١)، (٢)، (٣)، (٤)، (٥) مع الطلبة ومناقشتها على اللوح وطرح أسئلة لترسيخ المفهوم لديهم.
٥- تكليف الطلبة من خلال المجموعات بحل التدريبات (١، ٢، ٣، ٤) ثم مناقشة الحلول على اللوح وتقديم التغذية الراجعة المناسبة.

٦ – مناقشة أسئلة عددية لاستقصاء القانون (٤)، ثم كتابته على اللوح.
٧ – تكليف الطلبة ببرهنة القانون (٤) ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة المناسبة.
٨ – حل الأمثلة (٦)، (٧)، (٨)، (٩) مع الطلبة وإشراكهم في حلها.
٩ – تكليف الطلبة بحل التدريبات (٥)، (٦)، (٧)، (٨) ومتابعة الحلول للتأكد من امتلاك الطلبة للمعرفة التي وردت في درس قوانين اللوغاريتمات.
١٠– ختم الدرس بتنفيذ مسابقة بين الطلبة (طالبين أو فريقين).
١١– تكليف الطلبة بحل بعض تمارين ومسائل (واجب بيتي)، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

إرشاد

يمكن تنفيذ لعبة بطاقة الخروج بين الطلبة، حيث يعد المعلم صندوقًا يحتوي بطاقات كتب على كل منها مسألة على واحد من قوانين اللوغاريتمات، والبعض الآخر على استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد لوغاريتم عدد ما، ويسحب الطالب بطاقة ويحل السؤال المكتوب عليها، وفي حال كانت إجابته صحيحة يخرج إلى زاوية الهوايات أو اللعب. ثم يكرر اللعبة لطالب آخر، ....وهكذا.

الأخطاء الشائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في تطبيق قوانين اللوغاريتمات.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل السؤال (٥) من ورقة العمل (٥–١) .

إثراء

– إثبات أنَّ لـو (س^{٣} – ٣س – ٢) – لـو (س–٢) – $\frac{٣}{٢}$ لـو (س + ١) = لـو $\sqrt{س + ١}$، حيث س>٢

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الورقة والقلم، الملاحظة.

أدوات التقويم : قائمة الرصد (٥ – ٤)، سلم تقدير لفظي (٣ – ٨).

التدريبات

تدريب (١): ١) ١,٩٥٤ ٢) ٠,٢٢٢ ٣) ١,٦٥٣

تدريب (٢): ١) ١,٣٩٨ ٢) ٠,٦٩٩ ٣) لو ٥٠ = ١,٦٩٩

٤) $\frac{١}{٢}$ (٠,٦٩٩٠ + ٠,٧٧٨٢) = ٠,٧٣٨٦

٥) ٢(٠,٦٩٩٠ + ٠,٧٧٨٢) = ٢,٩٥٤٤

٦) ٠,٠٧٩٢ ٧) ١,٥٥٦٤

تدريب (٣): $\frac{١}{٢}$ لـو (جـ − ١) + $\frac{١}{٢}$ لـو (جـ^{٢} + جـ + ١) = $\frac{١}{٢}$ لـو (جـ − ١) (جـ^{٢} + جـ + ١)

= $\frac{١}{٢}$ لـو (جـ^{٣} − ١) = لو $\sqrt{\text{جـ}^{٣} - ١}$

تدريب (٤) : لـو$_{ب}$ (أ^{٤} − ٨١) − لـو$_{ب}$ (أ + ب)(أ − ب)

= لـو$_{ب}$ $\frac{(\text{أ}^{٤} - ٨١)}{(\text{أ} + \text{ب})(\text{أ} - \text{ب})}$ = لـو$_{ب}$ (أ^{٢} + ٩)

تدريب (٥): ٤

تدريب (٦): ٣,١٧

تدريب (٧): ١) ٠,٣٠١ ٢) ٠,٧٧٤ ٣) − ١,٤٤٣

تدريب (٨): لـو$_{هـ}$ $\frac{(\text{س} + ٢)^{٢}}{\text{س}}$

تمارين ومسائل

١) ٢لـو$_{٧}$ ٥ + ١

٢) ٣ + ٢ لـو$_{٣}$ ٢

٣) أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$

٤) ٢س + ٢ص

٥) لـو$_{ب}$ أ × لـو$_{أ}$ ب = ١

٦) أ) $\frac{١}{٤}$ ب) ٤ جـ) صفر د) − ٢ هـ) ١

٧) لـو$_{جـ}$ أ + لـو$_{جـ}$ ب + ١

٨) − لـو$_{جـ}$ ب

٩) أ) ٢,١٦٧ ب) ١,٧٩٩ جـ) ٢,٣٢٢

١٠) لو ١٠٠ = ٢

١١) أ = $\frac{\text{ب}}{١٠٠}$

١٢) ن = ٤ ÷ لو ١,٠٤

نتاجات التعلم

– يتعرف مفهوم المعادلة والمتطابقة اللوغاريتمية.
– يحول من الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية.
– يحل معادلات لوغاريتمية.
– يثبت صحة متطابقات لوغاريتمية.
– يوظف المعادلات اللوغاريتمية في حل مسائل عملية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– معادلة لوغاريتمية
– متطابقة لوغاريتمية.

التكامل الرأسي

– المعادلات الأسية في الصف التاسع الأساسي.
– حل المعادلات في الصفوف المختلفة.

التكامل الأفقي

– ورد موضوع المعادلات الأسية واللوغاريتمية في مباحث الأحياء والكيمياء والفيزياء وعلوم الأرض.

التعلم القبلي

– المعادلة، حل المعادلة، حل المعادلة الأسية، مفهوم المتطابقة، قوانين اللوغاريتمات.

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (٢٦٩– ٢٧٦) .
– برمجيات رسم المنحنيات.

استراتجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (فكر – انتق زميلًا – شارك).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال كتابة عنوان الدرس على اللوح، ثم سؤال الطلبة عن توقعاتهم عن موضوع الدرس وعن كيفية حل المعادلة اللوغاريتمية والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها.
٢– مناقشة أمثلة يطلب منها التحويل من الصيغة اللوغاريتمية إلى الصيغة الأسية وبالعكس، وتذكير الطلبة بقوانين اللوغاريتمات.
٣– تقديم تعريف المعادلة اللوغاريتمية ومناقشته، وتوجيه الطلبة إلى إعطاء أمثلة على معادلات لوغاريتمية، وأخرى على معادلات غير لوغاريتمية والاستماع إلى إجاباتهم وتعزيزها.

٤ – حل ومناقشة الأمثلة (١)، (٢)، (٣) بمشاركة الطلبة.

٥ – تكليف الطلبة بحل تدريب (١)، ومتابعة الحلول وتقديم التغذية الراجعة المناسبة.

٦ – حل مثال (٤) الذي يوظف المعادلة اللوغاريتمية، في حل مسائل حياتية تمثل تكاثر الكائنات الدقيقة.

٧ – تكليف الطلبة بحل تدريب (٢) ومتابعة حلولهم وتقديم الدعم المناسب لهم.

٨ – تقديم تعريف مفهوم المتطابقة اللوغاريتمية، وتوضيح آلية إثبات المتطابقة اللوغاريتمية بإحدى الطرق الآتية:

أ) يبدأ بالطرف الأيمن للوصول إلى الطرف الأيسر.

ب) يبدأ بالطرف الأيسر للوصول إلى الطرف الأيمن.

جـ) تبسيط الطرفين معًا للوصول الى المقدار نفسه.

٩ – حل الأمثلة (٥)، (٦)، (٧)، (٨) ومناقشتها بمشاركه الطلبة.

١٠– تكليف الطلبة بحل تدريب (٣) ومتابعة الحلول، وتقديم الدعم لمجموعات الطلبة.

١١– ختم الدرس بسؤال الطلبة عما تعلموه من معرفة في هذا الدرس.

١٢– توجيه الطلبة إلى حل التمارين والمسائل بعضها (واجب بيتي) والآخر في الصف ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعة حلولهم لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

الأخطاء الشائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في تطبيق قوانين اللوغاريتمات، وتوظيفها في حل المعادلة اللوغاريتمية والمتطابقات اللوغاريتمية، ولعلاج ذلك يتم توضيح طريقة تنظيم الحلول والتدرج في توظيف قوانين اللوغاريتمات في حل المعادلات اللوغاريتمية والمتطابقات أيضاً. كذلك ضرورة التركيز على أهمية التحويل من الصيغة اللوغاريتمية إلى الصيغة الأسية، وبالعكس في حل المعادلات اللوغاريتمية.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– حل السؤال (٦) (أ) من ورقة العمل (٥–١).

إثراء

– حل السؤال (٦) (ب) من ورقة العمل (٥–١).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التواصل.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٥ – ٥).

التدريبات

تدريب (١)

$س = \frac{٢٢}{٢٦}$

تدريب (٢)

٢) ن = ١,٦ ساعة

تدريب (٣)

لو $\frac{(س - ٢)}{(س + ١)}$

تمارين ومسائل

١)

أ) $س = \frac{٨}{٧}$ ب) س = ٣ جـ) س = ١,٥

د) س = − ٢,٦٤ هـ) س = − ٢,٧١

٢) ن = ٢٣,٤٥ سنة

٣) $س = ١ + \frac{\sqrt{٣}\sqrt{٢}}{٢}$

٤) ن = ٠,٠١٣ ساعة

٥) ش = $(١٠)^{٥٦,٢٢}$ جول

٦) ن = ١٦٩٠,٢٨ سنة

٧)

أ) الطرف الأيمن = لـــو $\frac{(س + ١)^{٣}}{(س + ١)^{٢}}$ = لو (س+١)

ب) الطرف الأيسر = لو س (س + ١) − لو ٥ + لو ٥ = لو س + لو (س + ١)

جـ) الطرف الأيمن = لو (س − ٢)(س + ٢)$(س^{٢} + ٤)$ = لو $(س^{٢} - ٤)(س^{٢} + ٤)$

= لو $(س^{٤} - ١٦)$

د) الطرف الأيمن = لو $\sqrt{(١ + س^{٠,٥})(١ - س^{٠,٥})}$ = $\frac{١}{٢}$ لو(١ − س) = $\frac{\text{لو}(١ - س)}{٢}$

١) أ) لـــو$_{٥}$ ١٢٥ = ٣ ب) لـــو$_{\frac{١}{٢}}$ $\frac{١}{١٦}$ = −٤ جـ) لـــو$_{٢}$ ٣٢ = ٥ د) لـــو$_{س}$ ص = ن

٢) أ) ٣^{٤} = ٨١ ب) هـ^{٠} = ١ جـ) $(\frac{٢}{٣})^{٣} = \frac{٨}{٢٧}$

٣) أ) −٤ ب) $\frac{-٣}{٥}$ جـ) $\sqrt{٢}+٢+٣-$ د) $\frac{٩}{٨}$

هـ) ٢٤٣ و) ٨١

٤) مجال الاقتران ق: ح ، المقطع الصادي للاقتران ق: ٣

٥) أ) ٠,٦٤ ب) −٠,٠٥٨ جـ) ٣,٣٢

٦) يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم المنحنيات الموجودة في الهواتف الذكية.

٧) أ) الطرف الأيمن = لـــو $\frac{(جـ+٢)(جـ+٥)}{(جـ+٢)(\sqrt{جـ+٥})}$ = لـــو $\sqrt{جـ+٥}$ = $\frac{١}{٢}$ لـــو (جـ + ٥)

ب) الطرف الأيمن = لـــو $(\sqrt[٣]{جـ-١})(\sqrt[٣]{جـ^{٣}+جـ+١})$ = لـــو $\sqrt[٣]{(جـ-١)(جـ^{٢}+جـ+١)}$

= لـــو $\sqrt[٣]{جـ^{٣}-١}$

٨) أ) −٣ ب) ٤,٥ جـ) −٠,٢٥ د) −٢

هـ) $\frac{-١}{٣}$ و) $\frac{١٦}{٣}$

٩) أ) لو$(س^{-\frac{١}{٨}}+س^{-\frac{٩}{٨}})$ ب) لـــو$_{\frac{٢٧}{٥}}$ $(\frac{م}{١٢})^{\frac{م}{٤}}$

١٠) أ) ٠,١ ب) − ٠,٣٨١ جـ) − ٠,٦٩٩ د) ٠,٠٩٥٤٢

١١) أ) ٠,٥ ب) ٠,٥ جـ) ٠,٥

١٢) أ) ٩,٥ ب) ٣ جـ) ١٠ د) ١٠٠

١٣) ط = ٨١ × ١٠$^{-٩}$ جول

١٤) أ) متزايد ب) متزايد جـ) متناقص

١٥) ط = ٠,٤٤٢٥ جول

١٦) ت = ٢٢,٠٦٢٥ غم

١٧) ادعاء العالم غير صحيح؛ لأن لو٠,٧٨ = لو ث^{٢} – ٠,٢٤

– ٠,٢٤٨ ≠ ٧,٣٦١

١٨) يكون الاقتران ق(س) خطًّا مستقيمًا أفقيًّا عندما يكون ب = ١

١٩)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
رمز الإجابة	ب	ب	أ	جـ	د	د	د

ورقة العمل (٥-١)

١) حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية:

أ) $(\frac{٩}{١٦})^{س} = (\frac{٣}{٤})^{١٢-س}$ ب) $(\frac{٢٥}{٣٦})^{س} = (\frac{٦}{٥})^{س-٢١}$

جـ) $٤^{-س-١} = \frac{١}{٢٥٦}$ د) $٤^{س} - ٣(٢)^{س+٢} + ٣٢ = ٠$

٢) أثبت أنَّ

$(٥^{س+٤} \times ٢^{س+٥}) \div (٥^{٤-س} \times ٢^{٥-س}) = (١٠)^{٢س}$

٣) جد مجال الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = لو(س^{٤} + ١) ب) ق(س) = لو(١٦ − س^{٤})

٤)

أ) إذا كان ق(س) = لوس ، فجد ق$^{-١}$(س)

ب) إذا كان ق(س) = ٤ (٢)$^{س-١}$ ، فجد ق$^{-١}$(س)

٥) جد قيمة كلٍّ مما يأتي:

أ) لو٢٢ + لو٥٠ − لو١١ ب) لـــوٍ٦٢٥ × لـــوٍ٤٩

جـ) لـــوٍ١٢٨

٦) حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

أ) لـــوٍ(س + ٤) + لـــوٍ(س − ٤) = ٢ ، س > ٤

ب) لو (س^{٣} + ٣س^{٢} + ٣س + ١) − لو (س^{٢} + ٢س + ١) = ١ ، س > −١

٧) جد مجال ق(س) = لو (س^{٣} − ٣س^{٢} + ٣س − ١) − لو (س^{٢} − ٢س + ١)

حل ورقة العمل (٥-١)

١)

أ) س = ٤ ب) س = ٧

جـ) س = ٣ د) {٢ ، ٣}

٢)

$$\frac{٥^{س+٤} \times ٢^{س+٥}}{٥^{٤-س} \times ٢^{٥-س}} = (٥)^{٢س} \times (٢)^{٢س} = (١٠)^{٢س}$$

٣)

أ) ح ب) (− ٢ ، ٢)

٤)

أ) $ق^{-١}(س) = ١٠^{س}$ ب) $ق^{-١}(س) = لـــو_{٢}(س) - ١$

٥)

أ) ٢ ب) ٨ جـ) ٣,٥

٦)

أ) س = ٥ ب) س = ٩

٧) مجال ق هو الفترة (١ ، ∞)

استراتيجية التقويم: التواصل.

أداة التقويم: قائمة الرصد (٥ – ١).

الرقم	مؤشرات الأداء	نعم	لا
١	يتعرف الاقتران الأسي.		
٢	يمثل الاقتران الأسي بيانيًا.		
٣	يستقصي خصائص الاقتران الأسي.		
٤	يقارن بين منحنى الاقتران الأسي ق(س) = أ$^{-س}$ ، هـ (س) = أ^{س} .		
٥	يرسم منحنى الاقتران الأسي باستخدام برمجيات رسم المنحنيات.		

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: سلم التّقدير (٥ – ٢).

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤	٥
١	يتعرف المعادلة الأسية.					
٢	يحل معادلات أسية.					
٣	يتعرف المتطابقة الأسية.					
٤	يثبت صحة متطابقات الأسية.					

٥ :إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة وفي وقت قياسي.

٤ :إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

٣ :إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، من دون مساعدة.

٢ :إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ووجود مساعدة.

١ : إذا أنجز الطالب المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء.

أداة التقويم: سلم التّقدير (٥ – ٣).

الرقم	مؤشرات الأداء	ضعيف	مقبول	متوسط	ممتاز
١	يتعرف مفهوم الاقتران اللوغاريتمي.				
٢	يحول من الصيغة الأسية إلى الصيغة اللوغاريتمية.				
٣	يمثل منحنى الاقتران اللوغاريتمي بيانيًا.				
٤	يستقصي خصائص الاقتران اللوغاريتمي.				

ممتاز : إذا أنجز الطالب المهمة دون أخطاء، ودون مساعدة وبزمن قياسي.

جيد : إذا أنجز الطالب المهمة دون أخطاء، مع وجود مساعدة.

متوسط : إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ومساعدة.

ضعيف : إذا أنجز الطالب المهمة بأخطاء، ومساعدة.

استراتيجية التقويم: الورقة والقلم.

أداة التقويم: قائمة الرصد (٥ – ٤).

الرقم	مؤشرات الأداء	يتقن	لا يتقن
١	يتعرف قوانين اللوغاريتمات.		
٢	يوظف قوانين اللوغاريتمات في إيجاد مقادير عددية.		
٣	يبرهن قوانين اللوغاريتمات.		
٤	يوظف قوانين اللوغاريتمات في حل مسائل عملية.		

استراتيجية التقويم: التواصل.

أداة التقويم: سلم التّقدير (٥ – ٥).

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤	٥
١	يتعرف مفهوم المعادلة اللوغاريتمية.					
٢	يتعرف مفهوم المتطابقة اللوغاريتمية.					
٣	يحول من الصورة اللوغاريتمية إلى الصيغة الأسية.					
٤	يحل معادلة لوغاريتمية.					
٥	يثبت صحة متطابقة اللوغاريتمية.					
٦	يوظف المعادلة اللوغاريتمية في حل مسائل عملية.					

٥ :إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة وفي وقت قياسي.

٤ :إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

٣ :إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، من دون مساعدة.

٢ :إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ووجود مساعدة.

١ : إذا أنجز الطالب المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الورقة والقلم.

أداة التقويم: اختبار في الوحدة الخامسة.

اختبار

١) حُلَّ المعادلات الآتية:

أ) $(\frac{١٦}{٩})^{س} = (\frac{٣}{٤})^{١٠-س}$

ب) $٤^{س+١} = \frac{١}{٢٥٦}$

٢) حدّد مجال الاقترانات الآتيه :

أ) ق(س) = لو$(س^{٢} + ١)$

ب) ق(س) = لو$(٨١ - س^{٤})$

٣)

أ) إذا كان ق(س) = لو(س + ١) ، فجد $ق^{-١}(س)$

ب) إذا كان ق(س) = ٩ $(٢)^{س-١}$ ، فجد $ق^{-١}(س)$

٤) جد قيمة ما يلي:

أ) لو ٨٠ + لو ٢٥ − لو ٢

ب) $لـــو_{٧}١٢٥ \times لـــو_{٥}٤٩$

٥) حُلَّ المعادلات الآتية:

أ) $لـــو_{٤}(س + ٣) + لـــو_{٤}(س - ٣) = ٢$ ، س > ٣

ب) لو $(س^{٣} - ٣س^{٢} + ٣س - ١)$ − لو $(س^{٢} - ٢س + ١) = ٢$ ، س > ١

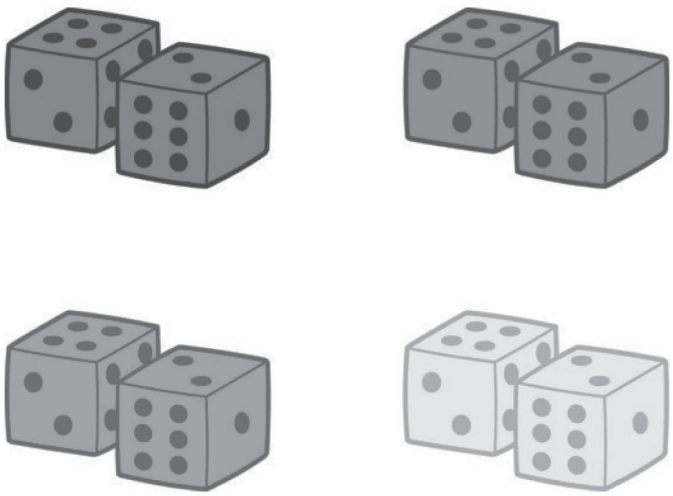
٦

الوحدة السادسة

طرائق العد

العدُّ مهارة أساسية نحتاج إليها في مجالات الحياة المختلفة، ويعتمد الإحصاء على طرق العد في اختيار العينات التي يحللها ومن خلالها يصدر بعض النتائج، فمثلاً إذا أراد مرشّح في الانتخابات النيابية أن يعرف فرص نجاحه فهو يعتمد على جمع البيانات وتحليلها، وكذلك الأمر بالنسبة للطبيب الذي يرغب في معرفة مدى انتشار مرض معين، والمزارع الذي يرغب في معرفة مدى نجاح زراعة نوع معين من النباتات.

تعتمد طريقة العد التي نستخدمها على طبيعة الموقف، فطريقة العد التي نتبعها عندما يكون التكرار مسموحًا به تختلف عن طريقة العد التي نتبعها عندما لا يكون التكرار مسموحًا به، سنتعرض في هذه الوحدة إلى مبدأ العد الأساسي و مضروب العدد الصحيح والتباديل و التوافيق.



يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرا على:

- التعرف إلى مبدأ العد الأساسي.
- استخدام مبدأ العد الأساسي في حلّ مسائل حياتية.
- استقصاء التباديل والتوافيق ومضروب العدد الصحيح غير السالب.
- حلّ مسائل حياتية، باستخدام التباديل والتوافيق.

تهيئة الوحدة

١) يقدم مطعم ٣ أنواع من المعجنات هي: (جبنة، زعتر، سبانخ)، ونوعين من العصائر هما: (ليمون، برتقال)، بكم طريقة يمكن لعثمان أن يختار وجبة تحتوي على فطيرة وعصير؟ استخدم طريقة الشجرة لتوضيح ذلك.

٢) كم عددًا مكونًا من منزلتين يمكن تكوينه من الأرقام {١، ٣، ٥} :

أ) إذا سمح بالتكرار؟

ب) إذا لم يسمح بالتكرار؟

٣) كم عددًا مكونًا من منزلتين مختلفتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {١، ٢، ٣، ٤، ٥} بحيث يكون رقم الآحاد ٥؟

٤) ما عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها بشار وزيد على ٨ مقاعد مختلفة موضوعة على استقامة واحدة؟

٥) اكتب الفضاء العيني للتجارب العشوائية الآتية:

أ) تجربة سحب كرة واحدة من صندوق يحتوي ٩ كرات متماثلة ، منها ٣ حمراء، ٢ صفراء، ٥ بيضاء، وتسجيل لون الكرة.

ب) تجربة إلقاء حجر نرد ، ثم إلقاء قطعة نقد وملاحظة النقاط على الوجه العلوي لحجر النرد، والوجه الظاهر لقطعة النقد.

جـ) تسجيل نتيجة منتخبنا الوطني لكرة القدم مع المنتخب الإماراتي.

٦) اكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء ثلاث قطع نقدية مختلفة مرة واحدة، وملاحظة الأوجه الظاهرة، ثم مثِّله باستخدام:

أ) طريقة الشجرة ب) المستوى الإحداثي

٧) في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وتسجيل الوجه الظاهر، اكتب مثالاً على كل من :

أ) حادث بسيط ب) حادث مركب

جـ) حادث مستحيل د) حادث أكيد

١) ٦

٢) أ) ٩ ب٦

٣) ٤

٤) ٨ × ٧ = ٥٦

٥) أ) ن = {حمراء ، صفراء ، بيضاء}

ب) ن = { (١ ، ص) ، (٢ ، ص) ، (٣ ، ص) ، (٤ ، ص) ، (٥ ، ص) ، (٦،ص)،
(١ ، ك) ، (٢ ، ك) ، (٣ ، ك) ، (٤ ، ك) ، (٥ ، ك) ، (٦ ، ك) }

جـ) ن = { فوز ، تعادل ، خسارة }

٦) ن = { (ص،ص،ص) ، (ص،ص،ك) ، (ص،ك،ص) ، (ك،ص،ص) ، (ك،ك،ص) ،
(ك،ص،ك) ، (ص،ك،ك) ، (ك،ك،ك)}

٧) أ) حادث بسيط: ظهور العدد ٣ = {٣}

ب) حادث مركب: ظهور عدد فردي = {١،٣،٥ }

جـ) حادث مستحيل: ظهور عدد أكبر من ٦ = ∅

د) حادث أكيد: ظهور عدد أقل من ٧ = {١ ،٢ ، ٣ ،٤ ، ٥ ، ٦}

نتاجات التعلم

– يتعرف مبدأ العد

– يستخدم مبدأ العد في حل مسائل حياتية

المفاهيم والمصطلحات والرموز

مبدأ العد الأساسي، الشجرة البيانية.

التكامل الرأسي

– مبدأ العد، التجربة العشوائية، والفضاء العيني وقوانين الاحتمالات في الصفين التاسع و العاشر الأساسي.

التكامل الأفقي

– الاحتمالات في وحدات الوراثة في مبحث العلوم الحياتية.

التعلم القبلي

– التجربة العشوائية، الفضاء العيني، الحادث

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (٢٨٤– ٢٨٩).

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (المناقشة)، أخرى (الرؤوس المرقمة).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تذكير الطلبة بالتجربة العشوائية والفضاء العيني.

٢– توجيه سؤال " بكم طريقة يمكن اختيار طالب من طلبة الصف لقراءة عبارة مكتوبة على اللوح" ؟ ومناقشة الإجابات.

٣– تنفيذ النشاط الآتي مع الطلبة:

- إحضار طبق فيه ١٢ قطعة حلوى طرية و٨ قطع حلوى قاسية " كالوارد في بداية الدرس".
- تكليف أحد الطلبة باختيار قطعتين قاسيتين وواحدة طرية.

- طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

أ) كم عملية اختيار سيقوم بها الطالب؟

ب) ما عملية الاختيار الأولى ؟ وبكم طريقة تتم بها هذه العملية؟

جـ) ما عملية الاختيار الثانية؟ وبكم طريقة تتم بها هذه العملية؟

د) ما عدد الطرق التي يتم بها اختيار المطلوب؟

٤ – تلقي إجابات الطلبة ومناقشتها والتوصل إلى مفهوم مبدأ العد الأساسي.

٥ – كتابة مفهوم مبدأ العد الأساسي على اللوح، وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه.

٦ – مناقشة المثالين (١)، (٢) مع الطلبة لتدريب الطلبة على كيفية تمثيل طرق الاختيار بطريقة الشجرة .

٧ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.

٨ – تكليف المجموعات بحل التدريب (١) ، وتمثيل نتائج الحل باستخدام الشجرة.

٩ – متابعة عمل المجموعات ثم عرض الإجابات على اللوح، ومناقشتها مع بقية الطلبة وتقديم التغذية الراجعة بناءً على إجاباتهم.

١٠– مناقشة المثالين (٣)، (٤)؛ لتوضيح كيفية إيجاد عدد طرق إجراء عملية تتم بعدد من المراحل (تعميم مبدأ العد)؛ وتكليف الطلبة بحل التدريبات (٢)، (٣) على شكل مجموعات ثنائية، ومتابعة حلولهم وتقديم التغذية الراجعة.

١١– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل ومتابعة حلول الطلبة وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

١٢– ختم الحصة بتوجيه السؤال:" ماذا تعلمنا اليوم؟".

١٣– الاستماع إلى إجابات الطلبة باستخدام استراتيجية الرؤوس المرقمة.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في حساب عدد الطرق إذا سمح بالتكرار وإذا لم يسمح بالتكرار.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– كم عددًا مكونًا من منزلتين يمكن الحصول عليه من مجموعة الأرقام {٣، ٦، ٩} إذا:

١) سُمح بالتكرار ٢) لم يسمح بالتكرار

الحل:

١) عدد الطرق = ٩ ٢) عدد الطرق = ٦

إثراء

- اكتب جميع النواتج الممكنة لظهور صورة أو الرقم (١) في تجربة إلقاء حجر نرد، ثم قطعة نقد وتسجيل الوجه الظاهر.

الحل:

(١ ، ص)، (١ ، ك)، (٢ ، ص)، (٣ ، ص)، (٤ ، ص)، (٥ ، ص)، (٦ ، ص).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الملاحظة.

أدوات التقويم : قائمة الرصد (٦–١) البند (١).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)

١) ٦ × ٢ = ١٢

تدريب (٢)

٣× ٧ × ٤ = ٨٤ طريقة

تدريب (٣)

$٢^{٥}$ = ٣٢

تدريب (٤)

٦ × ٥ × ٤ × ٣ = ٣٦٠ كلمة

تمارين ومسائل:

١) ٥ × ٣ = ١٥ طريقة

٢) أ) ١٥ × ١٤ × ١٣ = ٢٧٣٠ طريقة

ب) ٧× ٧× ١٥ = ٧٣٥

٣) أ) $١٠^{٤}$ = ١٠٠٠٠ خيار

ب) ٩ × ١٠ × ١٠ × ١٠ = ٩٠٠٠ خيارًا

جـ) ١٠ × ٩ × ٨ × ٧ = ٥٠٤٠ خيار

٤) أ) ٣ × ٦ = ١٨ عدداً

ب) ٣ × ٥ = ١٥ عددًا

٥) ٦ × ٦ × ٤ = ١٤٤ طريقة

٦) أ) ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤ طريقة

ب) ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤ طريقة

٧) ٨ × ٧× ١٢ = ٦٧٢ طريقة

نتاجات التعلم

– يتعرف مضروب العدد الصحيح غير السالب.

– يستخدم المضروب في حل مسائل حياتية

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– مضروب العدد الصحيح غير السالب، ن!

التكامل الرأسي

– مبدأ العد، التجربة العشوائية، الفضاء العيني وقوانين الاحتمالات في الصفين التاسع و العاشر الأساسي.

التكامل الأفقي

– الاحتمالات في وحدة الوراثة في مبحث العلوم الحياتية.

التعلم القبلي

– مبدأ العد، التجربة العشوائية، الفضاء العيني، الحادث.

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (٢٩٠– ٢٩٣).

– آلة حاسبة.

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (المناقشة)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم عن طريق النشاط (الألعاب)، أخرى (الرؤوس المرقمة).

إجراءات التنفيذ

١ – التمهيد للدرس من خلال مراجعة الطلبة في مبدأ العد.

٢ – تنفيذ النشاط الآتي: (مثال ١)

- إحضار ٥ مقاعد ووضعها على استقامة واحدة.
- تكليف ٥ طلاب بالجلوس على المقاعد بأكثر من طريقة وتسجيل النواتج.
- مناقشة الطلبة في كل طريقة ونكمل؛ حتى نحصل على جميع الطرق الممكنة لجلوس الطلبة.

٣ – التوصل مع الطلبة إلى مفهوم مضروب العدد الصحيح غير السالب ومناقشته.

٤ – كتابة مفهوم مضروب العدد الصحيح غير السالب على اللوح، وتكليف أكثر من طالب بقراءته وتحديد شروطه.

٥ – حل مثال (٢) مع الطلبة باستخدام الحوار والمناقشة.

٦ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.

٧ – تكليف المجموعات بحل التدريبين (١)، (٢)؛ لقياس قدرتهم على استخدام المضروب في حل بعض المسائل.

٨ – متابعة عمل المجموعات ومناقشتها بما تم التوصل إليه من حل.
٩ – عرض الإجابات على اللوح ومناقشتها مع بقية الطلبة.
١٠– تقديم التغذية الراجعة بناءً على إجابات الطلبة.
١١– مناقشة كيفية إيجاد مجهول في قيم تحوي المضروب؛ من خلال عرض مثال (٣) على اللوح ومناقشته.
١٢– تكليف الطلبة بحل تدريب (٣)؛ للتدرب على إيجاد مجهول في مقادير تحوي مضروبًا، ثم مقارنة حله مع حل زميله في المقعد ومتابعة الحلول وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.
١٣– توضيح طريقة استخدام الآلة الحاسبة؛ لإيجاد مضروب العدد الصحيح غير السالب؛ من خلال مناقشة مثال (٤) وتكليف الطلبة حل تدريب (٤) للتدرب على ذلك.
١٤– ختم الحصة بتوجيه السؤال:" ماذا تعلمنا في هذا الدرس؟" باستخدام استراتيجية الرؤوس المرقمة.
١٥– استقبال إجابات الطلبة ومناقشتها.
١٦– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل ومتابعة حلول الطلبة لتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

معلومات إضافية

– المضروب لا يوزع على الجمع أو الطرح أو الضرب.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد ناتج المضروب

– قد يخطئ بعض الطلبة في توزيع المضروب على العمليات الحسابية مثال:
(٥+ ٤)! يقوم بعض الطلبة بتوزيع المضروب عليها ويحسبها ٥! + ٤!

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– جد قيمة كل مما يأتي:

أ) ٥! ب) ٨! جـ) (٢+ ١)! د) ٢! × ٤!

الحل: أ) ١٢٠ ب) ٤٠٣٢٠ جـ) ٦ د) ٤٨

إثراء

١) اكتب العدد (٤٠٣٢٠) باستخدام رمز المضروب.

٢) إذا علمت أنَّ ٧! = ٥٠٤٠ جد كلا من: أ) ٨! ب) ٩! جـ) ٦!

الحل: ١) ٤٠٣٢٠ = ١×٢×٣×٤×٥×٦×٧×٨ = ٨!

٢) أ) ٥٠٤٠ × ٨ ب) ٥٠٤٠ × ٨ × ٩ جـ) ٥٠٤٠ ÷ ٧

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : الملاحظة، التواصل.

أدوات التقويم : قائمة الرصد (٦– ١) البند (٢)، قائمة الرصد (١– ٢)،سلم التقدير اللفظي (٣ –٨).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب (١)

١) ٤ × ٣ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤ طريقة

تدريب (٢)

١) ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٥٠٤٠ ٢) ١١٦٢٨٠ ٣) ٢٨

تدريب (٣)

١) ن = ٥ ٢) ن = ٦

تمارين ومسائل

١) أ) ٧! ب) $\frac{١٦!}{١٢!}$ جـ) $\frac{٧!}{٣! \times ٣!}$

٢) أ) ١٩٠ ب) ١١٩ جـ) ن^{٢} + ٧ن + ١٢

٣) أ) ١٢٠ ب) ٣٩٦٠٠ جـ) ٤٣٦٨

د) ٥٦ هـ) ١٢٠ و) ١٢٠

٤) أ) ٣٦٢٨٨٠ ب) ١٤٤ جـ) ٢٨٨٠ د) ٢٠!

٥) أ) ن = ١ ب) ن = ٢

٦) ١٠! = ٧٨٦٢٤٠٠

٧) ٣!= ٦ طرق

٨) ٢ × ٩! × ٩!

٩) ٧! = ٥٠٤٠

نتاجات التعلم

– يتعرف التباديل.

– يستخدم التباديل في حل مسائل حياتية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– التباديل، ل (ن، ر)

التكامل الرأسي

– مبدأ العد، التجربة العشوائية، الفضاء العيني وقوانين الاحتمالات في الصفين التاسع و العاشر الأساسي.

التعلم القبلي

– التجربة العشوائية، الفضاء العيني، الحادث، مبدأ العد، المضروب.

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (٢٩٤– ٣٠٠).

– آلة حاسبة.

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم عن طريق النشاط (الألعاب).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تذكير الطلبة بمبدأ العد والمضروب ومناقشتهما مع الطلبة.

٢– تنفيذ النشاط الآتي:

- إحضار صندوق يحتوي على أوراق عليها أسماء طلبة الصف.
- إظهار الرغبة في اختيار رئيس ونائبين للرئيس، وأنه سيتم ذلك عن طريق القرعة.
- تنفيذ القرعة أمام الطلبة والحصول على المطلوب، وتوجيه الأسئلة الآتية:

أ) ما عدد الخيارات المتاحة لاختيار الرئيس؟ النائبين عنه؟

ب) هل يسمح بشغل المنصب لأكثر من واحد؟

٣– التوصل مع الطلبة إلى مفهوم التباديل ومناقشته.

٤– كتابة مفهوم التباديل على اللوح وتكليف أكثر من طالب بقراءته، وتحديد شروطه، وتوضيح علاقة المضروب بالتباديل.

٥ – مناقشة المثالين (١) ، (٢) مع الطلبة لتوضيح كيفية حساب عدد طرائق إجراء عملية؛ باستخدام التباديل.

٦ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.

٧ – تكليف المجموعات بحل تدريب (١) للتدرب على استخدام التباديل في حل بعض المسائل.

٨ – متابعة عمل المجموعات ومناقشتها بما تم التوصل إليه من حل.

٩ – عرض الإجابات على اللوح ومناقشتها مع بقية الطلبة.

١٠– تقديم التغذية الراجعة بناءً على إجابات الطلبة.

١١– مناقشة الطلبة في كيفية حل التباديل، وإيجاد قيمة مقادير تحوي تباديل؛ من خلال مناقشة المثالين (٣)، (٤) مع الطلبة وتكليفهم بحل تدريب (٢) للتدرب على ذلك.

١٢– تقسيم الطلبة في مجموعات غير متجانسة.

١٣– توزيع أوراق العمل (٦– ١)، (٦– ٢)،(٦– ٣)، (٦– ٤) على المجموعات (لكل مجموعة ورقة عمل) وتكليف المجموعات بحلها.

١٤– مناقشة إجابات المجموعات على اللوح والتوصل إلى:

أ) ل(ن، ن) = ن! ب) ل(ن، ١) = ن جـ) ل(ن، ٠) = ١ د) ل(ن، ن–١) = ن!

١٥– توضيح كيفية استخدام التباديل في حل بعض المسائل العملية من خلال مناقشة مثال (٥) على اللوح.

١٦– تكليف الطلبة بحل تدريب (٣) للتدرب على استخدام التباديل في حل بعض المسائل.

١٧– متابعة حلول الطلبة وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم.

١٨– مناقشة طريقة استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد التباديل من خلال مناقشة مثال (٦)، وتكليف الطلبة بحل تدريب (٤) للتدرب على ذلك.

١٩– ختم الحصة بتوزيع أداة التقويم(٦ –٢) على الطلبة لتعبئتها (بطاقة خروج)، أو تعبئة نموذج وصف سير التعلم.

٢٠– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل، ومتابعة حلول الطلبة في الحصة التالية لتقديم التغذية الراجعة لهم.

الأخطاء الشائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد قيمة التباديل بصورة صحيحة، مثال:

ل(٤ ،٢) = ٤ × ٣ × ٢ ×١(يكمل عملية الضرب حتى يصل ١)

– قد يخطئ بعض الطلبة باعتبار (ر) هي آخر منزلة يجب أن يصل إليها وليس عدد الحدود المضروبة، مثال:

ل(٦ ،٤) = ٦ × ٥ × ٤

مراعاة الفروق الفردية

علاج

- اكتب ما يلي باستخدام رمز التباديل:

أ) ١٤ × ١٣ × ١٢

ب) ٦ × ٥ × ٤ × ٣

الحل:

أ) ل (١٤ ، ٣)　　ب) ل (٦ ، ٤)

إثراء

١) أثبت أن:

أ) ل(ن، ٠) = ١　　ب) ل(ن، ١) = ن

٢) جد قيمة ن إذا كان ل((ن+٢)، ٣) = ٣ ل(ن، ٢) + ٩ ن

الحل:

١) أ) $\frac{\text{ن!}}{\text{(ن−٠)!}} = \frac{\text{ن!}}{\text{ن!}} = ١$　　ب) $\frac{\text{ن!}}{\text{(ن−١)!}} = \frac{\text{ن (ن − ١)!}}{\text{(ن−١)!}} = \text{ن}$

٢) ن = ٢

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٦− ٢)، نموذج وصف سير التعلم (١−٣).

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب(١) ل(١٠، ٢) = ٩٠ طريقة

تدريب(٢)

١) ل(٧، ٣) = ٧ × ٦ × ٥ = ٢١٠　　٢) ل(١٠٠، ٠) = ١

٣) ل(٨، ٨) = ٤٠٣٢٠　　٤) ل(٢٠، ١) = ٢٠

٥) ل(٢٠، ١٩) = ٢٠!

تدريب(٣)

٢) الحل: (ن−١)! = (٦−١)!= ٥!= ١٢٠

٣) الحل : ل(٦،٦) = ٦! =٧٢٠

تمارين ومسائل

١) أ) ١٠ × ٩ × ٨ × ٧ × ٦ = ٣٠٢٤٠ ب)١٥

جـ) ١ د) ل(١٠٠، ٩٩) = ١٠٠!

هـ) ل(٢٥، ٢٥) = ٢٥!

٢) أ) ن= ١٠ ب) ن= ١١ جـ) ن= ٦ د) ن= ٣

٣) ر = ٤

٤) أ) ل(٢٨، ٣) × ١٠ × ١٠ × ١٠ ب) ل(٢٨، ٣) × ل(١٠× ٣)

٥) ل(٥، ٣) = ٦٠ عددًا

٦) ل(٧، ٤)= ٨٤٠ كلمة

٧) ل(٢٠، ٣) = ٦٨٤٠ طريقة

٨) ل(٢٠، ٣) = ٦٨٤٠ طريقة

فكر وناقش

ادعاء سمير صحيح ؛ لأن الحد الذي ترتيبه ن هو (١) والضرب في الواحد لا يؤثر في الإجابة.

نتاجات التعلم

– يتعرف التوافيق.

– يستخدم التوافيق في حل مسائل حياتية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

– التوافيق، $\binom{ن}{ر}$

التكامل الرأسي

– مبدأ العد، التجربة العشوائية، الفضاء العيني وقوانين الاحتمالات في الصفين التاسع و العاشر الأساسي.

التعلم القبلي

– التجربة العشوائية، الفضاء العيني، الحادث، مبدأ العد، المضروب، التباديل.

مصادر التعلم

–كتاب الطالب، الصفحات (٣٠١– ٣٠٧).

– آلة حاسبة.

استراتيجيات التدريس

– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، التفكير الناقد (التحليل)، التعلم عن طريق النشاط (الألعاب).

إجراءات التنفيذ

١– التمهيد للدرس من خلال تذكير الطلبة بالتباديل وقوانينها ومناقشتها مع الطلبة.

٢– تنفيذ النشاط الآتي:

- إحضار صندوق يحتوي على ثلاث كرات مرقمة بالأرقام ١، ٢، ٣
- تكليف أحد الطلبة بسحب كرتين معًا من الصندوق.
- تسجيل النتائج على اللوح من قبل أحد الطلبة.
- تكليف طالب آخر بتكرار العملية الأولى وهكذا، وتسجيل النتائج في كل مرة حتى نحصل على جميع النواتج الممكنة.
- تنبيه الطلبة على أن وضعية الكرتين المسحوبتين لا تؤثر على النتيجة أو على عملية السحب.

٣– التوصل مع الطلبة إلى مفهوم التوافيق ومناقشته.

٤ – كتابة مفهوم التوافيق على اللوح، وتكليف أكثر من طالب بقراءته، وتحديد شروطه، وتوضيح علاقة المضروب و التباديل بالتوافيق.

٥ – مناقشة الأمثلة (٢) ، (٣) ، (٤) مع الطلبة لتوضيح كيفية إيجاد قيمة مقادير تحوي توافيق.

٦ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات مناسبة غير متجانسة.

٧ – تكليف المجموعات بحل تدريب (١) للتدرب على إيجاد قيمة مقادير تحوي توافيق.

٨ – متابعة عمل المجموعات ومناقشتها بما تم التوصل إليه من حل.

٩ – عرض الإجابات على اللوح ومناقشتها مع بقية الطلبة.

١٠– تقديم التغذية الراجعة بناءً على إجابات الطلبة.

١١– مناقشة الطلبة في كيفية إيجاد التوافيق باستخدام مثلث باسكال والتوصل منها إلى النتائج الآتية:

$$\binom{ن}{ن} = \binom{ن}{٠} \qquad \binom{ن}{١} = \binom{ن}{ن-١} = ن \qquad \binom{ن}{ر} = \binom{ن}{ن-ر}$$

وأن الحد العام للمتسلسلة هو ٢ن

١٢– مناقشة المثالين (٥) ، (٦) مع الطلبة؛ لتوضيح كيفية استخدام التوافيق في حل مسائل حياتية، وتكليفهم حل تدريب (٣) للتدرب على ذلك،ومتابعة الحلول وتصحيحها ومناقشتها.

١٣– مناقشة طريقة استخدام الآلة الحاسبة؛ لإيجاد التوافيق من خلال مناقشة مثال (٧)، وتكليف الطلبة بحل تدريب (٤) للتدرب على ذلك.

١٤– ختم الحصة بالسؤال: ماذا تعلمنا في هذا الدرس؟

١٥– استقبال الإجابة من جميع الطلبة.

١٦– تعيين واجب بيتي من تمارين ومسائل،ومتابعة حلول الطلبة وتقديم التغذية الراجعة والدعم اللازم لهم.

أخطاء شائعة

– قد يخطئ بعض الطلبة في حساب قيمة التوافيق.

– قد يخطئ بعض الطلبة في حالات استخدام التوافيق.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– اكتب ما يأتي باستخدام رمز التوافيق: $\frac{!١٠}{!٣ \times !(٣-١٠)}$

الحل: $\binom{١٠}{٣}$

إثراء

– اكتب ما يلي باستخدام رمز التوافيق: أ) $\frac{\text{ل}(٦، ٣)}{٢ \times ٣}$ ب) $\frac{٨ \times ٧}{٢ \times ١} + ٧ \times ٣$

الحل: أ) $\binom{٦}{٣}$ ب) $\binom{٨}{٦} + \binom{٧}{٥}$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجيات التقويم : التقويم المعتمد على الأداء، الورقة والقلم.

أدوات التقويم : سلم التقدير (٦– ٢)، اختبار قصير.

إجابات الأسئلة والأنشطة

التدريبات

تدريب(١)

١) $\frac{١٠ \times ٩ \times ٨!}{٢! \times ٨!} = ٥ \times ٩ = ٤٥$

٢) ٨٤ ٣) ١٨ ٤) ٢٥ ٥) ١ ٦) ٢٠ ٧) ١

تدريب(٢)

عناصر الصف الثامن

١ ٧ ٢١ ٣٥ ٣٥ ٢١ ٧ ١

تدريب(٣)

١) $\binom{٦}{٣} \times \binom{٧}{٢} = ٤٢٠$

٢) يعني: ثلاثة رجال وسيدتان + ٤ رجال و سيدة + خمس رجال دون سيدات

$= \binom{٦}{٢} \times \binom{٧}{٣} + \binom{٦}{١} \times \binom{٧}{٤} + \binom{٦}{٠} \times \binom{٧}{٥} = ٥٢٥ + ٢١٠ + ٢١ = ٧٥٦$

٣) ل(٧ ، ٢) $\times \binom{٦}{٣} = ٧ \times ٦ \times ٢٠ = ٨٤٠$

تدريب (٤):

١) ١٢٨٧ ٢) ٧٩٢ ٣) ٣٣٠ ٤) ١٢٨٧

تمارين ومسائل

١) أ) $= ١٢٨٧$ ب) ٩ جـ) ١ د) ٨٤

٢) $\frac{\text{ن !}}{(\text{ن}-٢)! \times ٢!} + \frac{(\text{ن}+١)!}{(\text{ن}+١-٢)! \times ٢!} = \frac{\text{ن}(\text{ن}-١)(\text{ن}-٢)!}{(\text{ن}-٢)! \times ٢!} + \frac{(\text{ن}+١)\text{ن}(\text{ن}-١)!}{(\text{ن}-١)! \times ٢!}$

$$\frac{\text{ن}(\text{ن}-١)}{٢!} + \frac{(\text{ن}+١)\text{ن}}{٢!} = \frac{(\text{ن}^{٢} - \text{ن} + \text{ن}^{٢} + \text{ن})}{٢} = \frac{٢\,\text{ن}^{٢}}{٢} = \text{ن}^{٢}$$

٣) أ) $\binom{\text{ن}}{٣} = ٥٦$ ومنه ن(ن−١)(ن−٢) $= ٥٦ \times ٦ = ٨ \times ٧ \times ٦ \leftarrow$ ن $= ٨$

ب) $\frac{\text{ن}!}{(\text{ن}-٢)! \times ٢!} = ٣٢٥$ ومنه ن(ن−١) $= ٢ \times ٣٢٥$

ن^{٢}− ن − ٦٥٠ = صفرًا ومنه (ن−٢٦)(ن +٢٥) = صفرًا ← ومنه ن=٢٦

٤) $\binom{٦}{٣} = ٢٠$

٥) $\binom{٥}{٢} \times \binom{٥}{٤} + \binom{٥}{٣} \times \binom{٥}{٣} + \binom{٥}{٤} \times \binom{٥}{٢} = ٢٠٠$

٦)

٥	١٥	٣٥	٧٠
٤	١٠	٢٠	٣٥
٣	٦	١٠	١٥
٢	٣	٤	٥

٧) $\binom{٣}{١} \times \binom{٩}{٢} + \binom{٩}{١} \times \binom{٣}{٢} + \binom{٩}{٠} \times \binom{٣}{٣} = ١٣٦$

١)

أ) ٦ × ٥ = ٣٠

ب) $\binom{١٠}{٧}$ = ١٢٠

جـ) ٨! = ٤٠٣٢٠

٢)

أ) $\frac{(ن+١)! + ن! - (ن-١)!}{(ن-١)!}$ = ن^{٢} + ن + ن − ١ = ن^{٢} + ٢ن − ١

ب) $\frac{(ن+١)! - ن!}{ن!} = \frac{(ن+١) \times ن! - ن!}{ن!} = \frac{ن! ((ن+١) - ١)}{ن!}$ = ن + ١ − ١ = ن

٣)

أ) $\binom{ن}{٢}$ = ٧٨

ن^{٢} − ن = ١٥٦ ← ن^{٢} − ن − ١٥٦ = صفرًا

(ن−١٣)(ن+١٢)=صفرًا ← ن = ١٣ ، ن = −١٢ (تهمل)

ب) $\frac{(ن+٣)!}{ن!}$ =٣٣٦

$\frac{(ن+٣)(ن+٢)(ن+١)\ ن!}{ن!}$ = ٨ × ٧ × ٦

ومنه ن + ٣ = ٨ ومنه ن = ٥

٤) $\binom{١١}{ر^{٢}} = \binom{١١}{ر-١}$

الحل: ر^{٢} = ر − ١ ومنه ر^{٢} − ر + ١ = صفرًا مميزها سالب لايوجد لها جذور حقيقة

أو ر^{٢} = ١١ − ر + ١ ومنه ر^{٢} + ر − ١٢ = صفرًا

ومنه (ر − ٣)(ر + ٤) = صفرًا ومنه ر = ٣

٥)

أ) $\binom{ن}{ن-٢} + \binom{ن+١}{ن-١} = ن^٢$ ن>٢

الحل: $\frac{ن!}{(ن-٢)! \times ٢!} + \frac{(ن+١)!}{(ن-١) \times (ن+١+١-ن)!}$

$= \frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{(ن-٢)! \times ٢!} + \frac{(ن+١)ن(ن-١)!}{(ن-١) \times (ن+١+١-ن)!}$

$= \frac{(ن^٢-ن)}{٢} + \frac{(ن^٢-ن)}{٢} = \frac{٢ن^٢}{٢} = ن^٢$

ب) ل(ن + ١، ر) = ل(ن، ر) + ر ل(ن، ر − ١)

ن(ن − ١)(ن − ٢) ×.....× (ن − ر+١) + ر × ن(ن − ١)(ن − ٢) ×.....× (ن − ر + ٢)

= (ن(ن − ١) × .....× (ن − ر + ٢))(ن − ر + ١ + ر) (إخراج عامل مشترك)

= (ن + ١) ن(ن − ١) × .....× (ن − ر + ٢) = ل(ن + ١، ر)

٦) أثبت أنَّ: $\binom{ن+١}{٣} - \binom{ن-١}{٣} = (ن - ١)^٢$

$\frac{(ن + ١)!}{٣!(ن+١-٣)!} - \frac{(ن - ١)!}{٣!(ن-١-٣)!}$

$= \frac{(ن+١)(ن)(ن-١)(ن-٢)!}{٣!(ن-٢)!} - \frac{(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤)!}{٣!(ن-٤)!}$

$= \frac{(ن^٣-ن-ن^٣+٦ن^٢-١١ن+٦)}{٦} = \frac{(٦ن^٢-١٢ن+٦)}{٦} = ن^٢-٢ن+١ = (ن-١)^٢$

احسب قيم ن في الحالة الآتية:

$\binom{ن+١}{٣} - \binom{ن-١}{٣} = ٤٩$

الحل: $\binom{ن+١}{٣} - \binom{ن-١}{٣} = (ن - ١)^٢$

$(ن - ١)^٢ = ٤٩$ ومنه ن − ١ = ٧ ومنه ن = ٨

٧) ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٤! = ٢٤

٨) $\binom{٧}{٢} - ٧ = ١٤$

٩) النواتج المحتملة :

٣ وتنتج من ١، ٢	و ٢ ، ١	٩ وينتج من ١ ، ٨	و ٨ ، ١
٥ وتنتج من ١ ، ٤	و ٤ ، ١	٢ ، ٧	و ٧ ، ٢
٢ ، ٣	و ٣ ، ٢	٣ ، ٦	و ٦ ، ٣
٧ وتنتج من ١ ، ٦	و ٦، ١	٤ ، ٥	و ٥ ، ٤
٢ ، ٥	و ٥، ٢		
٣ ، ٤	و ٤ ، ٣		

ومنه: فإن عدد الطرائق = ١٠

١٠)

أ) ١٠!

ب) ٢ × (٥! × ٥!)

جـ) ٢ × (٥ × ١ × ٤ × ١ × ٣ × ١ × ٢ × ١ × ١ × ١) = ٢ × ٥!

١١)

ل(ن ، ر) = $\binom{ن}{ر}$

الحل : $\frac{\cancel{ن!}}{\cancel{(ن-ر)!}} = \frac{\cancel{ن!}}{ر! \times \cancel{(ن-ر)!}}$

$١ = \frac{١}{ر!}$ ومنه ر! = ١ ومنه ر = ١ أو ر = ٠

١٢) $\binom{ن}{ر} = \binom{ن-١}{ر} + \binom{ن-١}{ر-١}$

الحل: $\binom{ن-١}{ر} + \binom{ن-١}{ر-١} = \frac{ن-ر}{ن-ر} \times \frac{(ن-١)!}{ر! \times (ن-ر-١)!} + \frac{(ن-١)!}{(ر-١)!(ن-ر)!} \times \frac{ر}{ر}$

$= \frac{(ن-١)!(ن)!}{ر! \times (ن-ر)!} = \binom{ن}{ر}$

١٣) ن! > ٢٦ ن = ٥

١٤) ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٤! = ٢٤

١٥) ١ × $\binom{٩}{٤}$

١٦) ٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٨!

١٧) ١٢! × $\binom{١٢}{٢}$ = ٦٦

١٨) ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤

١٩) ٥ × ٤ × ٤ × ٣ × ٣ × ٢ × ٢ × ١ × ١ = ٥! × ٤! = ٢٨٨٠

٢٠) ١) جـ) ل(ن، ن)

٢) د) $\frac{\text{ل}(٦، ٥)}{٦!}$

٣) أ) ٥! × ٤! × ٣! × ٣!

ورقة العمل (٦-١)

جد قيمة كل مما يأتي:

١) ل(٣، ٣) ، ٣!

٢) ل(٦، ٦)، ٦!

٣) ل(٥، ٥) ، ٥!

٤) ل(٧، ٧)، ٧!

ماذا تلاحظ ؟

الحل:

١) ٦ ، ٦

٢) ٧٢٠ ، ٧٢٠

٣) ١٢٠ ، ١٢٠

٤) ٥٠٤٠ ، ٥٠٤٠

ورقة العمل (٦-٢)

جد قيمة كل مما يأتي:

١) ل(٥، ١)

٢) ل(٧،١)

٣) ل(٩،١)

٤) ل(١٠٠، ١)

ماذا تلاحظ ؟

الحل:

١) ٥

٢) ٧

٣) ٩

٤) ١٠٠

ورقة العمل (٦-٣)

جد قيمة كل مما يأتي:

١) ل(٤، ٠)　　٢) ل(٨، ٠)

٣) ل(٦، ٠)　　٤) ل(١٠، ٠)

ماذا تلاحظ ؟

الحل:

١) ١　　٢) ١　　٣) ١　　٤) ١

ورقة العمل (٦-٤)

جد قيمة كل مما يأتي:

١) ل(٥، ٤) ، ٥!　　٢) ل(٧، ٦) ، ٧!

٣) ل(٣، ٢) ، ٣!　　٤) ل (٦، ٥) ، ٦!

ماذا تلاحظ ؟

الحل:

١) ١٢٠　　٢) ٥٠٤٠　　٣) ٦　　٤) ٧٢٠

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: قائمة الرصد (٦ – ١).

الرقم	مؤشرات الأداء	يتقن	لا يتقن
١	**مبدأ العد** – يستخدم مبدأ العد في إيجاد عدد طرق إجراء عملية. – يستخدم مبدأ العد في حل مسائل حياتية.		
٢	**المضروب** – يستخدم المضروب في إيجاد عدد طرق إجراء عملية. – يجد قيمة مقادير تحوي المضروب. – يحل معادلات تحوي مضروبًا. – يستخدم المضروب في حل مسائل حياتية . – يستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة مقدار يحوي مضروبًا.		

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء.

أداة التقويم: سلم التقدير (٦ – ٢).

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤	٥
١	**التباديل** – يستخدم التباديل في إيجاد عدد طرق إجراء عملية. – يجد قيمة مقادير تحوي التباديل. – يحل معادلات تحوي تباديل. – يستخدم التباديل في حل مسائل حياتية. – يستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة مقدار يحوي تباديل.					
٢	**التوافيق** – يستخدم التوافيق في إيجاد عدد طرق إجراء عملية. – يجد قيمة مقادير تحوي التوافيق. – يحل معادلات تحوي توافيق. – يستخدم التوافيق في حل مسائل حياتية . – يستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة مقدار يحوي توافيق. – يبرهن مسائل رياضية باستخدام طرق العد (مضروب ، تباديل، توافيق).					

٥ :إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة وفي وقت قياسي.

٤ :إذا أنجز الطالب المهمة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

٣ :إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، من دون مساعدة.

٢ :إذا أنجز الطالب المهمة بخطأ بسيط، ووجود مساعدة.

١ : إذا أنجز الطالب المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الورقة والقلم.

أداة التقويم: اختبار قصير

اختبار

السؤال الأول: كم عددًا مكونًا من٣ منازل يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {٣، ٤، ٧، ٩} عندما؟

١) يسمح بالتكرار ٢) لا يسمح بالتكرار

السؤال الثاني: جد قيمة كل من:

١٠! ل(٩، ٩) ل(٦، ٥) $\binom{٨}{٥}$ $\binom{٦}{٦}$ $\binom{٤}{١}$

السؤال الثالث: احسب قيمة (ن) في كل مما يأتي:

$\binom{ن}{٣} = ٥٦$ ل(ن، ن) = ١٢٠

السؤال الرابع: بكم طريقة يمكن ترتيب سلسلة قصصية مكونة من ١٠ أجزاء على رف؟

قائمة المراجع

أولًا : المراجع العربية

١– إدارة المناهج والكتب المدرسية، (٢٠١٣) ، الإطار العام للمناهج والتقويم، الطبعة الثانية.

٢– إدارة الامتحانات والاختبارات، (٢٠٠٤) ، استراتيجيات التقويم وأدواته (الإطار النظري).

٣– أبو زينة ، فريد (٢٠٠٣) ، الرياضيات مناهجها وطرق تدريسها ، مكتبة الفلاح ، الكويت.

ثانيًا : المراجع الأجنبية

1 – Demona Waitc. and other، (2006) ، Precalculus، 7th Edition.

2 – Smedley and Wisemen، (2004)، Mathematics Standared level.

3 – Fabio Carrito، (2007)، Mathematics Higher level (Core)، 3rd Edition.

4 – Pelmavollmar and others، Mathematics for the International Student، 2nd Edition.

تم بحمد الله تعالى